А. С. Мікуліч

# КУРС АГУЛЬНАЙ ФІЗІКІ

ЭЛЕКТРЫЧНАСЦЬ І МАГНЕТЫЗМ

А. С. Мікуліч

# КУРС АГУЛЬНАЙ ФІЗІКІ

## ЭЛЕКТРЫЧНАСЦЬ І МАГНЕТЫЗМ

Дапушчана Міністэрствам адукацыі і навукі
Рэспублікі Беларусь
у якасці вучэбнага дапаможніка
для студэнтаў педагагічных вышэйшых
навучальных устаноў

МІНСК
„ВЫШЭЙШАЯ ШКОЛА"
1995

Аўтар выказвае шчырую падзяку калектыву кафедры агульнай фізікі Беларускага дзяржаўнага універсітэта і яе загадчыку В. М. Грузінскаму, а таксама прафесару Магілёўскага педагагічнага інстытута імя А. А. Куляшова Я. Я. Сянько за заўвагі, выказаныя пры рэцэнзаванні рукапісу, якія спрыялі паляпшэнню яго якасці.

Заўвагі і прапановы просім дасылаць на адрас: 220048, Мінск, праспект Машэрава, 11, выдавецтва «Вышэйшая школа».

*Аўтар*

## ПРАДМОВА

Вучэбны дапаможнік напісаны ў адпаведнасці з праграмай курса агульнай фізікі па электрычнасці і магнетызму для фізічных спецыяльнасцей педагагічных вышэйшых навучальных устаноў.

Галоўная ўвага ўдзяляецца асноўным паняццям і агульным прынцыпам, што кіруюць электрычнымі і магнітнымі з'явамі. Гэтыя пытанні разглядаюцца на працягу ўсяго курса і выкладаюцца найбольш поўна.

Электрычныя і магнітныя з'явы ў асноўным тлумачацца з пункту гледжання класічнай фізікі. Толькі ў некаторых выпадках, як гэтага патрабуе праграма, выкарыстоўваюцца палажэнні квантавай тэорыі, напрыклад у раздзеле «Электраправоднасць цвёрдых цел».

Разглядаюцца электрычныя і магнітныя ўласцівасці рэчыва, пытанні тэхнічнага і іншага выкарыстання электрычных і магнітных з'яў.

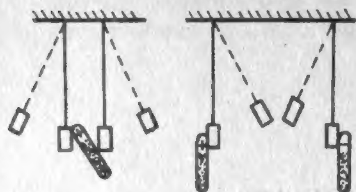
Амаль усе фундаментальныя доследы, якія з'яўляюцца асновай сучаснага вучэння аб электрамагнетызме, апісаны дастаткова падрабязна.

У дапаможніку належная ўвага ўдзяляецца гістарычнаму матэрыялу, разглядаюцца таксама лекцыйныя дэманстрацыі, часцей за ўсё без іх падрабязнага апісання.

Змест і структура дапаможніка ўлічваюць прафесійную накіраванасць курса. Для будучых настаўнікаў фізікі, а ім у асноўным і прызначаны дапаможнік, асабліва важнае значэнне мае не толькі разуменне сутнасці разглядаемых фізічных з'яў, але і ўменне растлумачыць іх найбольш простым чынам. Таму ў дапаможніку па магчымасці надаецца належная ўвага тлумачэнню механізма электрамагнітных з'яў.

Вучэбны дапаможнік будзе карысны студэнтам іншых вышэйшых навучальных устаноў, а таксама настаўнікам і вучням сярэдніх школ, у якіх выкладанне фізікі вядзецца на беларускай мове.

адштурхоўваюцца. Яны будуць адштурхоўвацца і тады, калі іх наэлектрызаваць эбанітавай палачкай, нацёртай аб футра. Але калі адну гільзу наэлектрызаваць шкляной палачкай (дадатна), а другую эбанітавай (адмоўна), то яны прыцягваюцца.



Рыс. 1.1.

На ўзаемадзеянні зараджаных цел заснавана будова электрометра — прылады, пры дапамозе якой можна высветліць, наэлектрызаванае цела або не, а таксама вызначыць знак зараду і яго велічыню. Упершыню электрометр (электрычны ўказальнік) быў пабудаваны ў 1745 г. прафесарам Пецярбургскага універсітэта Т. В. Рыхманам (1711—1753), які сумесна з М. В. Ламаносавым (1711—1765) карыстаўся ім пры выяўленні атмасфернай электрычнасці. «Электрычны ўказальнік» Рыхмана ўяўляў сабой металічную лінейку, да якой адным канцом была прымацавана шаўковая нітка. Пры электрызацыі нітка адштурхоўвалася ад лінейкі на пэўны вугал, які вызначаўся па шкале.

Рыс. 1.2.

На рыс. 1.2 паказаны школьны электрометр. На металічным стрыжні замацавана лёгкая алюмініевая стрэлка. Стрыжань са стрэлкай змешчаны ў металічны корпус, які ізаляваны ад стрыжня эбанітавым коркам. Цэнтр цяжару стрэлкі знаходзіцца ніжэй восі яе вярчэння, таму для адхілення стрэлкі неабходна прыкласці сілу. Вугал адхілення стрэлкі, які вызначаецца па шкале, будзе тым большым, чым большы зарад перададзены электрометру.

Выкарыстоўваючы электрометр, можна назіраць з'яву, якая дапамагае лепш зразумець працэс электрызацыі цел. Напрыклад, калі дадатна зараджанае цела электрызаваць адмоўна, то яго электрызацыя спачатку зменшыцца, потым зусім знікне, і толькі пасля гэтага цела пачне электрызавацца адмоўна. Гэта сведчыць аб тым, што зарады розных знакаў узаемна кампенсуюцца. Таму можна лічыць, што ў незараджаных целах заўсёды ёсць электрычныя зарады процілеглых знакаў, якія ўзаемна скампенсаваныя. Цела, што мае лішак дадатных зарадаў, зараджана дадатна, а цела з лішкам адмоўных зарадаў зараджана адмоўна.

Электрызацыю цел доўгі час тлумачылі існаваннем у іх асаблівай электрычнай вадкасці, якая можа перацякаць з аднаго цела ў другое. Толькі ў 1881 г. нямецкі прыродазнаўца Г. Гельмгольц (1821—1894)

# I. ЭЛЕКТРАСТАТЫКА

## 1. ЭЛЕКТРЫЧНАЕ ПОЛЕ ў ВАКУУМЕ

### 1.1. Электрызацыя цел. Электрычныя зарады і іх уласцівасці

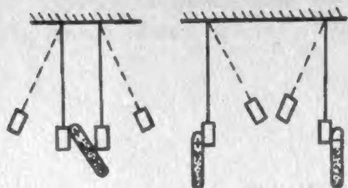
Яшчэ старажытнагрэчаскі вучоны Фалес заўважыў, што бурштын пры націранні яго шэрсцю набывае ўласцівасць прыцягваць да сябе розныя лёгкія целы. Па-грэчаску бурштын — электрон, адсюль і назва «электрычнасць». Пазней было высветлена, што такой уласцівасцю валодаюць і іншыя целы. Пра цела, якое пасля націрання прыцягвае да сябе іншыя целы, гавораць, што яму нададзены электрычны зарад.

Для таго каб наэлектрызаваць цела, неабавязкова націраць яго іншым целам. Электрызацыя ўзнікае пры судакрананні цел і наступным іх развядзенні. Націранне толькі спрыяе павелічэнню плошчы судакранання цел.

Целы, якія захоўваюць наэлектрызаванасць толькі ў тых месцах, дзе яна ўзнікае, называюцца ізалятарамі (дыэлектрыкамі), а целы, у якіх стан электрызацыі распаўсюджваецца па ўсёй іх паверхні, — праваднікамі. Усе металы ў цвёрдым і вадкім станах з'яўляюцца праваднікамі. Дыэлектрыкі — гэта такія целы, як бурштын, фарфор, пластмаса, некаторыя вадкасці, газы і інш.

Існуюць два віды электрычных зарадаў, якія ўмоўна называюць дадатнымі і адмоўнымі. Пры судакрананні двух цел адно з іх электрызуецца дадатна, а другое адмоўна. Дадатным з'яўляецца зарад, які ўзнікае на шкляной палачцы пры націранні яе аб шоўк, а адмоўным — на эбанітавай палачцы пры націранні аб шэрсць. Металы пры трэнні аб эбаніт электрызуюцца дадатна, а эбаніт — адмоўна. Наэлектрызаваныя целы ўзаемадзейнічаюць. Целы, якія маюць зарады аднолькавага знака, адштурхоўваюцца, а процілеглага — узаемна прыцягваюцца. Пераканацца ў гэтым можна на наступным доследзе. Калі дзве лёгкія алюмініевыя гільзы, што падвешаны на тонкіх капронавых нітках (рыс. 1.1), наэлектрызаваць шкляной палачкай, нацёртай аб шоўк, то гільзы

адштурхоўваюцца. Яны будуць адштурхоўвацца і тады, калі іх наэлектрызаваць эбанітавай палачкай, нацёртай аб футра. Але калі адну гільзу наэлектрызаваць шкляной палачкай (дадатна), а другую эбанітавай (адмоўна), то яны прыцягваюцца.


Рыс. 1.1.

На ўзаемадзеянні зараджаных цел заснавана будова электрометра — прылады, пры дапамозе якой можна высветліць, наэлектрызаванае цела або не, а таксама вызначыць знак зараду і яго велічыню. Упершыню электрометр (электрычны ўказальнік) быў пабудаваны ў 1745 г. прафесарам Пецярбургскага універсітэта Т. В. Рыхманам (1711—1753), які сумесна з М. В. Ламаносавым (1711—1765) карыстаўся ім пры выяўленні атмасфернай электрычнасці. «Электрычны ўказальнік» Рыхмана ўяўляў сабой металічную лінейку, да якой адным канцом была прымацавана шаўковая нітка. Пры электрызацыі нітка адштурхоўвалася ад лінейкі на пэўны вугал, які вызначаўся па шкале.

Рыс. 1.2.

На рыс. 1.2 паказаны школьны электрометр. На металічным стрыжні замацавана лёгкая алюмініевая стрэлка. Стрыжань са стрэлкай змешчаны ў металічны корпус, які ізаляваны ад стрыжня эбанітавым коркам. Цэнтр цяжару стрэлкі знаходзіцца ніжэй восі яе вярчэння, таму для адхілення стрэлкі неабходна прыкласці сілу. Вугал адхілення стрэлкі, які вызначаецца па шкале, будзе тым большым, чым большы зарад перададзены электрометру.

Выкарыстоўваючы электрометр, можна назіраць з'яву, якая дапамагае лепш зразумець працэс электрызацыі цел. Напрыклад, калі дадатна зараджанае цела электрызаваць адмоўна, то яго электрызацыя спачатку зменшыцца, потым зусім знікне, і толькі пасля гэтага цела пачне электрызавацца адмоўна. Гэта сведчыць аб тым, што зарады розных знакаў узаемна кампенсуюцца. Таму можна лічыць, што ў незараджаных целах заўсёды ёсць электрычныя зарады процілеглых знакаў, якія ўзаемна скампенсаваныя. Цела, што мае лішак дадатных зарадаў, зараджана дадатна, а цела з лішкам адмоўных зарадаў зараджана адмоўна.

Электрызацыю цел доўгі час тлумачылі існаваннем у іх асаблівай электрычнай вадкасці, якая можа перацякаць з аднаго цела ў другое. Толькі ў 1881 г. нямецкі прыродазнаўца Г. Гельмгольц (1821—1894)

выказаў гіпотэзу, згодна з якой электрычныя з'явы абумоўлены існаваннем у рэчывах элементарных носьбітаў зараду. Затым гіпотэза была пацверджана адкрыццём электрона.

Зараз вядома многа элементарных часціц, сярод якіх ёсць як зараджаныя, так і нейтральныя. Але сярод зараджаных часціц толькі электрон і пратон з'яўляюцца стабільнымі і могуць неабмежавана доўга існаваць у свабодным стане. Маса электрона $m = 9{,}1095 \cdot 10^{-31}$ кг, яго зарад $e = -1{,}6022 \cdot 10^{-19}$ Кл. Пратон мае дадатны зарад, роўны па абсалютнаму значэнню зараду электрона, маса пратона ў 1836 разоў большая за масу электрона. Нейтрон не мае электрычнага зараду, а яго маса нязначна перавышае масу пратона. Усе целы складаюцца з атамаў, якія маюць аднолькавую колькасць электронаў і пратонаў, таму ў звычайных умовах цела электрычна нейтральнае. Цела электрызуецца, г. зн. набывае электрычны зарад, калі яно набывае або страчвае электроны. Напрыклад, калі шкляную палачку труць аб шэрсць, яна зараджаецца дадатна, а шэрсць адмоўна. Адбываецца гэта таму, што электроны з палачкі пераходзяць на шэрсць і яна набывае лішкавую колькасць электронаў, а шкляная палачка такую ж колькасць пратонаў.

Згодна з сучаснымі ўяўленнямі, электрычны зарад — гэта фізічная велічыня, якая вызначае інтэнсіўнасць электрамагнітных узаемадзеянняў. Доследамі было высветлена, што электрычныя зарады валодаюць наступнымі фундаментальнымі ўласцівасцямі. Існуюць два віды электрычных зарадаў (дадатныя і адмоўныя). Велічыня зараду не залежыць ад таго, рухаецца яго носьбіт ці не, г. зн. зарад — велічыня інварыянтная. Электрычны зарад адытыўны, г. зн. зарад сістэмы роўны суме зарадаў часціц, што яе ўтвараюць. Усе электрычныя зарады кратныя элементарнаму зараду $q = Ne$ (дзе $e = 1{,}602 \cdot 10^{-19}$ Кл). У любой ізаляванай сістэме сумарны зарад застаецца пастаянным. Гэта ўласцівасць называецца законам захавання электрычнага зараду.

Закон захавання электрычнага зараду ўпершыню быў сфармуляваны амерыканскім фізікам Б. Франклінам (1706—1790) у 1747 г. Гэты закон не парушаецца нават пры анігіляцыі электрона і пазітрона, таму што пры гэтым знікае як дадатны, так і адмоўны зарад, а поўны зарад роўны нулю, як да анігіляцыі, так і пасля яе.

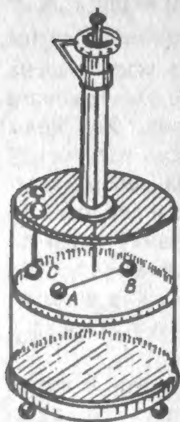
## 1.2. Узаемадзеянне электрычных зарадаў. Закон Кулона

Зараджаныя целы і элементарныя часціцы ўзаемадзейнічаюць і ў залежнасці ад знакаў іх зарадаў прыцягваюцца або адштурхоўваюцца. Для кароткасці будзем гаварыць пра ўзаемадзеянне зарадаў, маючы на ўвазе, што зараду без часціц не існуе.

Першы колькасны закон узаемадзеяння зарадаў быў эксперыментальна ўстаноўлены ў 1775 г. французскім вучоным Ш. Кулонам

(1736—1806) і носіць яго імя* . Закон Кулона вызначае сілу ўзаемадзеяння двух нерухомых пунктавых зарадаў, што знаходзяцца ў вакууме.

*Пунктавымі* называюцца зарады, якія знаходзяцца на целах, памеры якіх у многа разоў меншыя за адлегласці паміж імі.



Рыс. 1.3.

Закон узаемадзеяння пунктавых зарадаў Ш. Кулон устанавіў з дапамогай сканструяваных ім круцільных вагаў (рыс. 1.3). На тонкай сярэбранай нітцы даўжынёй 76 см падвешаны шкляны каромысел, да канцоў якога прымацаваны невялікі бузінавы шарык $A$ і процівага $B$. Верхні канец ніткі прымацаваны да галоўкі, якая дазваляе паварочваць нітку і падвешаны на ёй каромысел вакол вертыкальнай восі. Вугал павароту адлічваецца па шкале на шкляным цыліндры, які засцерагае рухомую сістэму ад уздзеяння руху паветра. Праз адтуліну ў вечку цыліндра ўнутр прыбора ўносіцца яшчэ адзін шарык $C$, які замацаваны на стрыжні і мае такія ж памеры, што і шарык $A$. Калі наэлектрызаваць шарык $C$ і дакрануцца ім да шарыка $A$, то яны адштурхнуцца адзін ад аднаго і каромысел павернецца, закручваючы нітку. Па вуглу закручвання ніткі можна меркаваць аб сіле ўзаемадзеяння шарыкаў. Ш. Кулон высветліў, што сіла ўзаемадзеяння наэлектрызаваных шарыкаў адваротна прапарцыйная квадрату адлегласці паміж іх цэнтрамі: $F \sim 1/r^2$.

На гэтым жа прыборы Ш. Кулон паказаў, што закон $F \sim 1/r^2$ сапраўдны і пры ўзаемадзеянні шарыкаў, якія наэлектрызаваны зарадамі процілеглых знакаў, толькі яны не адштурхваюцца, а прыцягваюцца адзін да аднаго.

Больш складана было высветліць, як залежыць сіла ўзаемадзеяння наэлектрызаваных цел ад велічыні іх зарадаў, бо ў той час не існавала нават адзінак для вымярэння зарадаў. Але Ш. Кулон знайшоў просты спосаб змянення зараду шарыкаў. Ён меркаваў, што, каб паменшыць зарад шарыка ўдвая, дастаткова датыкнуцца да яго такім жа, але не наэлектрызаваным шарыкам. Такім чынам, змяняючы зарады шарыкаў у 2, 4 і больш разоў, вучоны ўстанавіў, што сіла ўзаемадзеяння наэлектрызаваных шарыкаў прапарцыйная здабытку іх зарадаў: $F \sim Q_1 \cdot Q_2$.

---

* Гэты закон быў устаноўлены яшчэ ў 1771 г. англійскім фізікам Г. Кавендышам (1731—1810), але ён не надрукаваў сваю працу і яна заставалася невядомай больш як 100 гадоў.

Акрамя таго, Кулон дапускаў, што шарыкі ўзаемадзейнічаюць так, нібыта іх зарады знаходзяцца ў цэнтрах шарыкаў. Гэта дазволіла яму сфармуляваць закон узаемадзеяння пунктавых зарадаў:

*два нерухомыя пунктавыя зарады ўзаемадзейнічаюць у вакууме з сілай $F$, якая прапарцыйная здабытку зарадаў $Q_1$ і $Q_2$, адваротна прапарцыйная квадрату адлегласці $r$ паміж імі і накіравана па прамой, што злучае гэтыя зарады:*

$$F = KQ_1Q_2/r^2 , \tag{1.1}$$

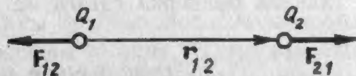
дзе $K$ — каэфіцыент прапарцыйнасці, лікавае значэнне якога залежыць ад выбару адзінак сілы, даўжыні і зараду ($K > 0$).

Калі зарады аднайменныя ($Q_1 > 0$ і $Q_2 > 0$ або $Q_1 < 0$ і $Q_2 < 0$), то здабытак $Q_1 \cdot Q_2 > 0$. Таму ў формуле (1.1) сіла $F > 0$ адпавядае працэсу адштурхоўвання аднайменных зарадаў, а сіла $F < 0$ — прыцяжэнню рознаіменных зарадаў. Закон Кулона (1.1) можна запісаць у вектарнай форме:

$$\mathbf{F}_{ik} = KQ_iQ_k\mathbf{r}_{ik}/r_{ik}^3 , \tag{1.2}$$

дзе $\mathbf{F}_{ik}$ — сіла, якая дзейнічае на той зарад, у бок якога накіраваны вектар $\mathbf{r}_{ik}$ . Модуль гэтага вектара $r_{ik}$ роўны адлегласці паміж зарадамі $Q_i$ і $Q_k$ .

На рыс. 1.4 паказаны сілы $\mathbf{F}_{12}$ і $\mathbf{F}_{21}$ , якія дзейнічаюць на аднайменныя зарады $Q_1$ і $Q_2$ . Вектар $\mathbf{r}_{12}$ накіраваны ад зарада $Q_1$ да $Q_2$, таму, згодна з формулай (1.2), сіла $\mathbf{F}_{21}$ , што дзейнічае на зарад $Q_2$ , накіравана ўздоўж вектара $\mathbf{r}_{12}$. Каб атрымаць сілу $\mathbf{F}_{12}$, якая дзейнічае на зарад $Q_1$ , неабходна падставіць у формулу (1.2) вектар $\mathbf{r}_{21}$ , накіраваны ад $Q_2$ да $Q_1$. Таму $F_{12} = -F_{21}$ , што адпавядае трэцяму закону Ньютана.



Рыс. 1.4.

У Міжнароднай сістэме адзінак (СІ) за адзінку электрычнага зараду прыняты кулон (1 Кл). *Кулон* — гэта зарад, які праходзіць праз папярэчнае сячэнне правадніка за 1 с пры нязменнай сіле току 1 А. Азначэнне ампера заснавана на законе магнітнага ўзаемадзеяння токаў, які будзе разгледжаны пазней.

Паколькі адзінкі сілы, даўжыні і зараду ўстанаўліваюцца незалежна ад закону Кулона, то каэфіцыент $K$ у формуле (1.1) павінен быць

вызначаны эксперыментальна. У СІ $K = 9 \cdot 10^9$ Н· м$^2$ /Кл$^2$ . Калі гэта значэнне $K$ падставіць у выраз (1.1), то атрымаем

$$F = 9 \cdot 10^9 Q_1 Q_2 / r^2 . \quad (1.3)$$

Формулай (1.3) зручна карыстацца пры практычных разліках.

У Міжнароднай сістэме адзінак закон Кулона прынята запісваць у радыяналізаванай форме:

$$F = Q_1 Q_2 / (4\pi \, \varepsilon_0 r^2) ,$$

дзе замест каэфіцыента $K$ уведзена велічыня $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ Кл$^2$/(Н·м$^2$) , якая называецца электрычнай пастаяннай.

Эксперыментальна ўстаноўлена, што сіла ўзаемадзеяння двух зарадаў не залежыць ад таго, ёсць паблізу іх якія-небудзь іншыя зарады ці не. Таму закон Кулона можа быць выкарыстаны пры разліках сіл узаемадзеяння зарадаў, што знаходзяцца на целах, якія нельга лічыць пунктавымі. Для гэтага неабходна разбіць целы на такія часткі, каб іх зарады можна было лічыць пунктавымі, вызначыць сілы ўзаемадзеяння паміж парамі пунктавых зарадаў і знайсці вектарную суму гэтых сіл.

З апошняй формулы вынікае, што пры бязмежным змяншэнні адлегласці паміж зарадамі ($r \to 0$) бязмежна ўзрастае сіла іх узаемадзеяння ($F \to \infty$). Таму ўзнікае пытанне аб межах прымянямльнасці закону Кулона. Уся сукупнасць доследных фактаў сведчыць аб тым, што пры адлегласці паміж зарадамі ў межах ад $10^{-15}$ м да дзесяткаў тысяч кіламетраў закон Кулона сапраўдны. Няма сумненняў, што для большых адлегласцей закон Кулона таксама сапраўдны, але эксперыментальная праверка гэтага не выконвалася.

### 1.3. Электрычнае поле. Напружанасць поля

Эксперыментальна ўстаноўлены закон Кулона дае магчымасць вызначыць сілу ўзаемадзеяння зарадаў, але не высвятляе прыроду гэтага ўзаемадзеяння. Як жа перадаюцца сілы ўзаемадзеяння?

У працэсе развіцця фізікі існавалі два падыходы пры адказе на гэта пытанне. Адны вучоныя (тэорыя дзеяння на адлегласці) лічылі, што сілы ўзаемадзеяння перадаюцца імгненна на неабмежавана вялікія адлегласці без удзелу якога-небудзь асяроддзя (пасрэдніка). Паводле другога погляду (тэорыя блізкадзеяння), любое ўзаемадзеянне ажыццяўляецца з дапамогай прамежкавых агентаў і распаўсюджваецца з канечнай хуткасцю.

Сучаснай тэорыяй узаемадзеяння электрычных зарадаў з'яўляецца тэорыя блізкадзеяння. Згодна з гэтай тэорыяй, электрычныя зарады не дзейнічаюць адзін на аднаго непасрэдна, а ўтвараюць у навакольнай прасторы электрычнае поле, якое з'яўляецца матэрыяльным перадатчыкам узаемадзеяння зарадаў. Асноўная ўласцівасць электрычнага поля заключаецца ў тым, што на ўсякі зарад, змешчаны ў гэта поле, дзейнічае сіла.

Поле, што ўтвараюць нерухомыя электрычныя зарады, называюць *электрастатычным*. Яно не змяняецца з цягам часу.

Каб устанавіць наяўнасць электрычнага поля, трэба змясціць у адпаведны пункт прасторы зараджанае цела (зарад) і высветліць, дзейнічае на яго сіла ці не. Велічыня сілы, якая дзейнічае на зарад, будзе характарызаваць гэта поле.

Зарад, што змяшчаецца ў электрычнае поле, называюць *пробным*. Каб сіла, якая дзейнічае на пробны зарад, характарызавала поле ў дадзеным пункце, гэты зарад павінен быць пунктавым. Па велічыні сілы, якая дзейнічае на пробны зарад, можна ўстанавіць існаванне поля, размеркаванне яго ў прасторы, аднак гэта сіла залежыць не толькі ад велічыні зараду, што ўтварае поле, але і велічыні пробнага зараду.

Калі ў адзін і той жа пункт поля змяшчаць розныя пробныя зарады, то на іх будуць дзейнічаць розныя сілы.

Таму ў якасці характарыстыкі поля прынята сіла, з якой поле дзейнічае на адзінкавы пробны зарад. Калі на пробны зарад $q$, змешчаны ў электрычнае поле, дзейнічае сіла $\mathbf{F}$, то сіла, з якой поле дзейнічае на адзінкавы пробны зарад,

$$\mathbf{E} = \mathbf{F}/q\,. \tag{1.4}$$

Сілу, з якой поле дзейнічае на адзінкавы пробны зарад, называюць *напружанасцю* электрычнага поля ў дадзеным пункце. Напружанасць поля $\mathbf{E}$ — вектарная велічыня. Напрамак вектара $\mathbf{E}$ супадае з напрамкам сілы, з якой поле дзейнічае на дадатны зарад. Формула (1.4) сапраўдная незалежна ад знаку пробнага зараду. Калі пробны зарад адмоўны, вектары $\mathbf{E}$ і $\mathbf{F}$ маюць процілеглыя напрамкі.

За адзінку напружанасці электрычнага поля ў СІ прымаецца напружанасць у пункце поля, у якім на зарад велічынёй 1 Кл дзейнічае сіла ў 1 Н. Гэта адзінка мае назву вольт на метр (В/м).

Формула (1.4) сапраўдная незалежна ад таго, ствараецца поле адным зарадам ці любой сукупнасцю зарадаў. Трэба толькі мець на ўвазе, што пробны зарад можа выклікаць змены ў размяшчэнні зарадаў, што ствараюць поле. Таму пробны зарад неабходна браць малым у параўнанні з тымі зарадамі, поле якіх даследуецца.

## 1.4. Напружанасць поля пунктавага зараду. Прынцып суперпазіцыі палёў

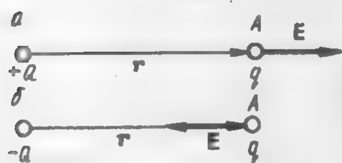
Даследуем поле пунктавага зараду $Q$. Калі ў які-небудзь пункт $A$, што знаходзіцца на адлегласці $r$ ад зараду $Q$, змясціць пробны зарад $q$, то, згодна з законам Кулона (1.2), на яго будзе дзейнічаць сіла

$$\mathbf{F} = KQ_1 q\mathbf{r}/r^3 , \tag{1.5}$$

дзе $\mathbf{r}$ — радыус-вектар, праведзены ад зараду $Q$ у пункт $A$, дзе знаходзіцца пробны зарад $q$.

Напружанасць электрычнага поля, якую стварае зарад $Q$ у пункце $A$, згодна з формулай (1.4),

$$\mathbf{E} = \mathbf{F}/q = KQ\mathbf{r}/r^3 . \tag{1.6}$$



Рыс. 1.5.

Напрамак вектара $\mathbf{E}$ паказаны на рыс. 1.5: *а* — $Q > 0$, *б* — $Q < 0$. Модуль вектара $\mathbf{E}$

$$E = KQ/r^2 . \tag{1.7}$$

Разгледзім поле, якое створана сістэмай нерухомых пунктавых зарадаў $Q_1$ , $Q_2$ , ..., $Q_n$ . На пробны зарад $q$, які змешчаны ў некаторым пункце поля, будуць дзейнічаць сілы

$$\mathbf{F}_1 = q\mathbf{E}_1 ;\ \mathbf{F}_2 = q\mathbf{E}_2 ,...;\ \mathbf{F}_n = q\mathbf{E}_n , \tag{1.8}$$

дзе $\mathbf{E}_1$ , $\mathbf{E}_2$ ,..., $\mathbf{E}_n$ — напружанасці поля, якія ствараюць зарады $Q_1$ , $Q_2$ ,...,$Q_n$ адпаведна ў пункце поля, дзе знаходзіцца пробны зарад $q$.

Эксперыментальна было ўстаноўлена, што калі на цела дзейнічае некалькі сіл, то іх результыўная роўная вектарнай суме сіл:

$$\mathbf{F} = \sum_{i=1}^{n} \mathbf{F}_i . \tag{1.9}$$

Таму з улікам формул (1.8)

$$\mathbf{E} = \sum_{i=1}^{n} \mathbf{E}_i . \tag{1.10}$$

Выраз (1.10) носіць назву *прынцыпу суперпазіцыі* (накладання) электрычных палёў. Ён азначае, што напружанасць поля сістэмы зарадаў роўна вектарнай суме напружанасцей палёў, створаных кожным зарадам паасобку.

Карыстаючыся формуламі (1.6) і (1.10), можна вылічыць напружанасць электрастатычнага поля, якое створана любымі зараджанымі целамі. Для гэтага зараджанае цела разбіваюць на такія малыя часткі, што кожную з іх можна разглядаць як пунктавы зарад, вызначаюць напружанасці поля, створаныя часткамі цела, і знаходзяць вектарную суму напружанасцей гэтых палёў.

## 1.5. Поле электрычнага дыполя

Самай простай сістэмай пунктавых зарадаў з'яўляецца электрычны дыполь. *Электрычным дыполем* называюць сістэму двух роўных па велічыні і процілеглых па знаку электрычных зарадаў $+Q$ і $-Q$, адлегласць $l$ паміж якімі значна меншая за адлегласць да тых пунктаў, дзе вызначаецца поле. Прамая, якая праходзіць праз абодва зарады, называецца *воссю дыполя.*

Арыентацыю восі дыполя ў прасторы задаюць з дапамогай вектара $\mathbf{l}$, які праводзяць ад адмоўнага зараду $-Q$ да дадатнага $+Q$ (рыс. 1.6). Вектар $\mathbf{l}$ называюць *плячом дыполя.* Вектар $\mathbf{P} = Q\mathbf{l}$ называецца *электрычным момантам дыполя* або дыпольным момантам. Напрамак вектара $\mathbf{P}$ супадае з напрамкам $\mathbf{l}$. Відавочна, што поле дыполя сіметрычна адносна яго восі.

Рыс. 1.6.

Калі плячо дыполя $l$ значна меншае за адлегласць $r$ ад дыполя да пункта назірання ($l << r$), то дыполь называюць пунктавым. Разгледзім электрычнае поле пунктавага дыполя.

У адпаведнасці з прынцыпам суперпазіцыі палёў напружанасць $\mathbf{E}$ ў адвольным пункце поля дыполя $\mathbf{E} = \mathbf{E}_+ + \mathbf{E}_-$ , дзе $\mathbf{E}_+$ і $\mathbf{E}_-$ — напружанасці палёў, створаных зарадамі $+Q$ і $-Q$ адпаведна.

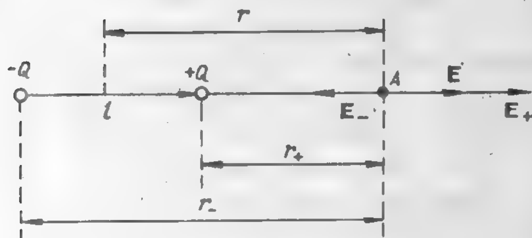
Разгледзім выпадак, калі пункт $A$, дзе вызначаецца напружанасць поля дыполя, знаходзіцца на восі дыполя (рыс. 1.7). З рысунка відаць, што $r^+ = r - l/2$, $r^- = r + l/2$, дзе $r^-$ і $r^+$ — адлегласці да пункта $A$ ад зарадаў $-Q$ і $+Q$ адпаведна, $r$ — адлегласць ад пункта $A$ да сярэдзіны дыполя.

Вектары $\mathbf{E}_-$ і $\mathbf{E}_+$ накіраваны ўздоўж восі дыполя, таму іх геаметрычную суму можна замяніць сумай алгебраічнай $E = E_+ - E_-$ і, згодна з выразам (1.7), запісаць:$E = KQ/1/r_+^2 - 1/r_-^2/$ . З улікам, што $r_+ = r - l/2$, $r_- = r + l/2$ і $l << r$, атрымаем

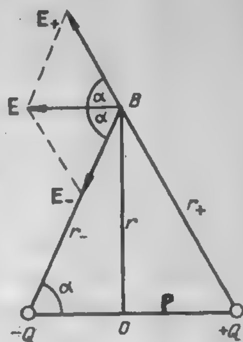
$$E = K2Ql/r^3 = K2p/r^3 \, , \tag{1.11}$$

дзе $p = Ql$ — электрычны момант дыполя.

Вызначым напружанасць поля дыполя ў пункце $B$, які размешчаны на перпендыкуляры да восі дыполя, праведзеным з пункта $O$, што знаходзіцца на яго сярэдзіне (рыс. 1.8).




Рыс. 1.7.




Рыс. 1.8.

Адлегласці да пункта $B$ ад абодвух зарадаў $r_+$ і $r_-$ аднолькавыя, таму $E_+ = E_- = KQ/r_+^2$. Напрамкі вектараў $\mathbf{E}_+$ і $\mathbf{E}_-$ паказаны на рыс. 1.8, з якога відаць, што модуль вектара $\mathbf{E}$

$$E = E_+\cos\alpha + E_-\cos\alpha = 2E_+\cos\alpha \, .$$

З улікам таго, што $E_+ = KQ/r_+^2$, $r_+^2 = r^2 + (l/2)^2$ і $\cos\alpha = l/2r_+)$, атрымаем

$$E = KQl/r^3 = Kp/r^3 \, . \tag{1.12}$$

Разгледзім агульны выпадак, калі пункт $C$ знаходзіцца на адлегласці $r$ ад сярэдзіны $O$ дыполя і радыус-вектар $\mathbf{r}$ утварае з воссю дыполя вугал $\varphi$ (рыс. 1.9).

З пункта $B$, дзе знаходзіцца зарад $+Q$, правядзём перпендыкуляр $BD$ на лінію $AC$. Змесцім мысленна ў пункт $O$ два пунктавыя зарады $+Q$ і $-Q$. Электрычнае поле пры гэтым не зменіцца. Сістэму з чатырох зарадаў будзем разглядаць як два дыполі з дыпольнымі момантамі $p_{\parallel}$ і $p_{\perp}$. З улікам таго што $r >> l$, вугал $BAD \approx \varphi$ і таму можна запісаць

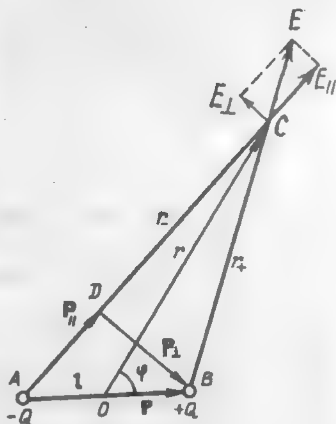
$$p_{\parallel} = p\cos\varphi\ ,\ \ p_{\perp} = p\sin\varphi\ . \qquad (1.13)$$

Пункт $C$ знаходзіцца на працягу восі першага дыполя ($p_{\parallel}$) і на перпендыкуляры да восі другога дыполя ($p_{\perp}$). Таму поле, што ствараецца гэтымі дыполямі ў пункце $C$, можна вызначыць паводле формул (1.11) і (1.12):

$$E_{\parallel} = K2p_{\parallel}/r^3\ ;\ \ E_{\perp} = Kp_{\perp}/r^3\ . \qquad (1.14)$$

Вектары $\mathbf{E}_{\parallel}$ і $\mathbf{E}_{\perp}$ ўзаемна перпендыкулярныя, таму модуль напружанасці поля ў пункце $C$ можна вызначыць па формуле $E = \sqrt{E_{\parallel}2 + E_{\perp}2}$. З улікам (1.13) і (1.14) атрымаем

$$E = Kp\sqrt{3\cos\varphi + 1}/r^3\ . \qquad (1.15)$$



Рыс. 1.9.

Формула (1.15) ахоплівае ўсе магчымыя выпадкі размяшчэння пункта $C$. Пры $\varphi = 0$ яна супадае з формулай (1.11), а пры $\varphi = \pi/2$ — формулай (1.12). Такім чынам, напружанасць электрычнага поля дыполя $E$ прама прапарцыйная велічыні дыпольнага моманту $p$ і ў любым напрамку (для любых значэнняў $\varphi$) памяншаецца з павелічэннем $r$ як $1/r^3$, г. зн. хутчэй, чым поле пунктавага зараду, якое ўбывае як $1/r^2$. Адбываецца гэта таму, што зарады дыполя маюць розныя знакі і іх палі часткова ўзаемна кампенсуюцца.

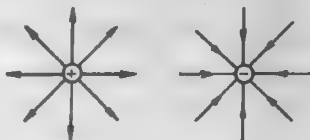
## 1.6. Графічны паказ электрычных палёў. Паток вектара напружанасці электрычнага поля

У кожным пункце электрычнага поля вектар напружанасці **E** мае велічыню і напрамак. Калі правесці вектары напружанасці поля ў некалькіх пунктах прасторы, то можна атрымаць некаторае ўяўленне аб карціне поля. Аднак гэта карціна будзе больш нагляднай, калі, як упершыню прапанаваў М. Фарадэй (1791—1867), паказаць поле лініямі, датычныя да якіх у кожным пункце прасторы супадаюць з напрамкам вектара напружанасці поля ў гэтым пункце (рыс. 1.10). Такія лініі

атрымалі назву ліній напружанасці. Лініям напружанасці прыпісваюць напрамак, які супадае з вектарам напружанасці ў кожным пункце лініі. Таму лінія напружанасці паказвае напрамак вектара напружанасці поля **E**, а значыць, і напрамак сілы **F**, што дзейнічае на дадатны зарад $+Q$, змешчаны ў гэты пункт поля.

На рыс. 1.11 паказаны лініі напружанасці дадатна і адмоўна зараджаных шарыкаў. У абодвух выпадках датычныя да ліній напружанасці супадаюць з самімі лініямі і накіраваны ў кожным пункце ў той жа бок, што і напружанасць.

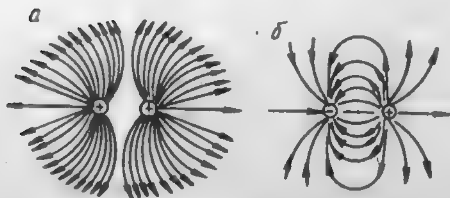
Рыс. 1.10.



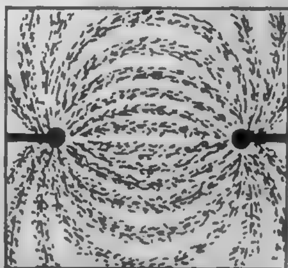
Рыс. 1.11.

Лініі напружанасці электрычнага поля не замкнёныя, яны пачынаюцца на дадатных зарадах і заканчваюцца на адмоўных (або ў бясконцасці). Лініі напружанасці поля нідзе не перасякаюцца, таму што ў кожным пункце поля вектар **E** мае толькі адзін пэўны напрамак.

На рыс. 1.12, *а* паказаны лініі напружанасці двух аднайменных (дадатных) пунктавых зарадаў аднолькавай велічыні, а на рыс. 1.12,*б* — двух разнайменных пунктавых зарадаў (дыполя).




Рыс. 1.12.



Рыс. 1.13.

Размеркаванне ліній напружанасці электрычнага поля можна паказаць на наступным доследзе. Калі ў шкляную пасудзіну з плоскім дном наліць рыцыны, насыпаць крупінак манны, добра іх перамяшаць, змясціць туды электрод і надаць яму электрычны зарад, то крупінкі выстраяцца ў ланцужкі ўздоўж ліній напружанасці поля. Гэта карціна лёгка праецыруецца на экран.

На рыс. 1.13 паказана электрычнае поле паміж двума разнайменна зараджанымі шарыкамі, а на рыс. 1.14 — поле дзвюх разнайменна зараджаных пласцін. На рыс. 1.14 паміж пласцінамі лініі напружанасці паралельныя. Гэта азначае, што напружанасць поля аднолькавая ва ўсіх пунктах. Такое электрычнае поле называецца аднародным. Праз кожны пункт поля можна правесці лінію напружанасці. Калі праводзіць лініі больш густа там, дзе напружанасць поля большая, і больш рэдка, дзе яна меншая, то лініі напружанасці дадуць карціну змянення вектара напружанасці поля **E** ў розных пунктах прасторы не толькі па напрамку, але і па модулі (рыс. 1.15).

Рыс. 1.14.

E
E

Рыс. 1.15.

Разгледзім спачатку аднароднае поле, лініі напружанасці якога паралельныя. Выдзелім у гэтым полі пляцоўку $S_\perp$ (рыс. 1.16), перпендыкулярную лініям напружанасці поля. Умовімся праводзіць праз гэту пляцоўку такі лік $N$ ліній напружанасці поля, каб лік ліній, што прыходзіцца на адзінку плошчы паверхні пляцоўкі $S_\perp$, быў роўным значэнню модуля вектара напружанасці поля **E**, г. зн. $N/S_\perp = E$.

Відавочна (рыс. 1.16), што праз пляцоўку $S$, вектар нармалі якой утварае вугал $\alpha$ з вектарам **E**, пройдзе столькі ж ліній напружанасці, што і праз пляцоўку $S_\perp$. Таму з улікам таго, што $S_\perp = S\cos\alpha$, можна запісаць: $N/S\cos\alpha = E$ або $N = ES\cos\alpha$.

$S_\perp$
$S$
$\alpha$
$\alpha$
E
n

Рыс. 1.16.

Але велічыня $E\cos\alpha$ ўяўляе сабой праекцыю вектара напружанасці **E** на нармаль **n** да пляцоўкі $S$: $E\cos\alpha = E_n$, таму $N = E_nS$.

Калі поле неаднароднае, то выбіраюць малую пляцоўку $dS$, якую можна лічыць плоскай, а поле ў яе межах аднародным. Праз гэту пляцоўку праходзіць лік ліній $dN = E_ndS$.

Лік ліній напружанасці электрычнага поля, што праходзяць праз паверхню $S$ любой формы,

$$N = \int_S dN = \int_S E_n dS \,. \tag{1.15}$$

Правую частку раўнання (1.15) называюць *патокам* вектара **E** праз паверхню $S$ і абазначаюць $\Phi_E$ :

$$\Phi_E = \int_S E_n dS \,. \tag{1.16}$$

Паток $\Phi_E$ — велічыня скалярная. Ён можа быць дадатным або адмоўным у залежнасці ад таго, чаму роўны вугал паміж вектарам **E** і вектарам нармалі **n** да паверхні $S$. Пры $\alpha < 90°$ $\Phi_E > 0$,а пры $\alpha = 90°$ $\Phi_E = 0$. Калі паверхня замкнёная, за дадатны напрамак нармалі выбіраюць яе вонкавую нармаль.

Формулу (1.16) можна запісаць у вектарнай форме:

$$\Phi_E = \int_S \mathbf{E}\, d\mathbf{S} \,, \tag{1.17}$$

дзе $d\mathbf{S} = dS\mathbf{n}$; **n** — адзінкавы вектар нармалі да пляцоўкі $dS$.

## 1.7. Тэарэма Гаўса і яе прымяненне

Пры вядомым размеркаванні электрычных зарадаў паводле формул (1.6) і (1.10) можна вызначыць напружанасць электрычнага поля ў любым пункце навакольнай прасторы. Але такі шлях вельмі груваcткі. Таму карыстаюцца рознымі дапаможнымі метадамі. Адным з іх з'яўляецца выкарыстанне тэарэмы Гаўса. Гэта тэарэма дазваляе знайсці паток вектара напружанасці электрычнага поля праз замкнёную паверхню, унутры якой знаходзяцца электрычныя зарады.

*Тэарэма Гаўса* фармулюецца наступным чынам: *паток вектара напружанасці электрычнага поля ў вакууме праз любую замкнёную паверхню роўны алгебраічнай суме зарадаў, што знаходзяцца ўнутры гэтай паверхні, падзеленай на* $\varepsilon_0$ ,

$$\Phi_E = \sum_{i=1}^{n} Q_i / \varepsilon_0 \,. \tag{1.18}$$

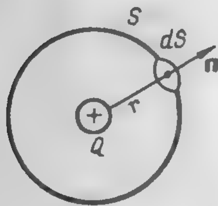
Каб даказаць тэарэму (1.18), вызначым спачатку паток $\Phi_E$ праз сферычную паверхню радыусам $r$, у цэнтры якой знаходзіцца пунктавы зарад $+Q$ (рыс. 1.17).

Згодна з формулай (1.7), модуль вектара напружанасці ў любых пунктах гэтай паверхні $E = Q/(4\pi\varepsilon_0 r^2)$, а яго напрамак супадае з вектарам нармалі **n** да сферычнай паверхні, таму $E_n = E = Q/(4\pi\varepsilon_0 r^2)$.

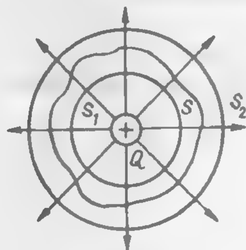
Калі значэнне $E_n$ падставіць у формулу (1.16), атрымаем $\Phi_E = Q/\varepsilon_0$.

Такім чынам, паток вектара **E** праз сферычную паверхню, якая акружае пунктавы зарад, не залежыць ад яе радыуса.

Відавочна, што формула $\Phi_E = Q/\varepsilon_0$ сапраўдная не толькі для сферычнай паверхні, але і для любой замкнёнай паверхні і любога адвольнага размяшчэння зараду ўнутры гэтай паверхні. Сапраўды, як гэта відаць з рыс. 1.18, праз паверхню $S$ адвольнай формы праходзіць столькі ж ліній напружанасці поля, колькі і праз сферычныя паверхні $S_1$ і $S_2$.



Рыс. 1.17.



Рыс. 1.18.

Мы даказалі тэарэму Гаўса для поля пунктавага зараду, але яна застаецца сапраўднай і для поля адвольнай сістэмы электрычных зарадаў, таму што любую сістэму зарадаў можна раскласці на асобныя пунктавыя зарады.

Пры вывучэнні электрычных палёў макраскапічных зараджаных цел можна не браць пад увагу дыскрэтны характар электрычных зарадаў, а лічыць, што яны безупынна размеркаваны па ўсяму целу з адпаведнай аб'ёмнай шчыльнасцю $\rho = dQ/dV$, дзе $dV$ — фізічна бясконца малы аб'ём, у якім размеркаваны зарад $dQ$.

Калі зарад размеркаваны ўнутры замкнёвай паверхні $S$ безупынна з аб'ёмнай шчыльнасцю $\rho$, то поўны зарад унутры паверхні $Q = \int\limits_V \rho dV$. Таму формулу (1.18) можна запісаць у выглядзе

$$\oint\limits_S E_n\, dS = \int\limits_V \rho\, dV/\varepsilon_0, \qquad (1.19)$$

дзе $V$ — аб'ём, абмежаваны замкнёнай паверхняй $S$.

Пры безупынным размеркаванні зарадаў па паверхні або ўздоўж лініі выкарыстоўваюць паняцці паверхневай і лінейнай шчыльнасці зарадаў. Паверхневая шчыльнасць зараду $\sigma = dQ/dS$, дзе $dS$ — плошча

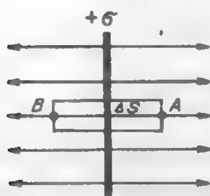
элементарнай паверхні, на якой знаходзіцца зарад $dQ$. Лінейная шчыльнасць зараду $\gamma = dQ/dl$, дзе $dQ$ — зарад малога ўчастка лініі даўжынёй $dl$. Поўныя зарады, што размеркаваны па паверхні $S$ або ўздоўж лініі даўжынёй $l$, адпаведна роўныя:

$$Q = \int_S \sigma\, dS\ ;\ \ Q = \int_l \gamma\, dl\ .$$

У СІ аб'ёмная шчыльнасць зарадаў вымяраецца ў кулонах на кубічны метр (Кл/м$^3$), паверхневая шчыльнасць — у кулонах на квадратны метр (Кл/м$^2$), лінейная шчыльнасць — у кулонах на метр (Кл/м).

Формула (1.19) — гэта запіс тэарэмы Гаўса ў інтэгральнай форме. Разгледзім некаторыя прыклады прымянення тэарэмы Гаўса.

*Поле бясконцай раўнамерна зараджанай плоскасці.* Няхай плоскасць наэлектрызаваная так, што паверхневая шчыльнасць зараду роўная $+\sigma$ (рыс. 1.19). Відавочна, што лініі напружанасці павінны быць перпендыкулярнымі плоскасці і накіраванымі так, як гэта паказана на рыс. 1.19. Вызначым напружанасць поля ў пункце $A$ і сіметрычным яму пункце $B$. Пабудуем прамы цыліндр, вось якога перпендыкулярная плоскасці, а яго асновы велічынёй $\Delta S$ праходзяць праз пункты $A$ і $B$. Унутры паверхні цыліндра знаходзіцца зарад $\Delta Q = \sigma \Delta S$, дзе $\Delta S$ — плошча восевага сячэння цыліндра плоскасцю, роўная плошчы асновы цыліндра. Таму, згодна з тэарэмай Гаўса, паток вектара напружанасці поля праз паверхню цыліндра $\Phi_E = \sigma \Delta S/\varepsilon_0$.



Рыс. 1.19.

Паток праз бакавую паверхню цыліндра роўны нулю, таму што лініі напружанасці паралельныя бакавой паверхні. Для асноў цыліндра $E_n$ супадае з $E$, таму сумарны паток праз паверхню цыліндра $\Phi_E = 2E \Delta S$.

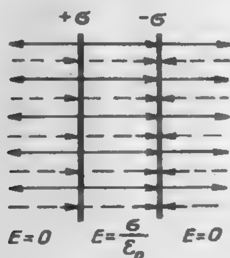
Такім чынам, $2E \Delta S = \sigma \Delta S/\varepsilon_0$, адкуль

$$E = \sigma/(2\, \varepsilon_0)\ . \qquad (1.20)$$

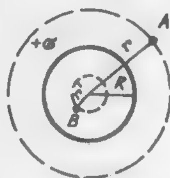
З формулы (1.20) вынікае, што напружанасць поля не залежыць ад адлегласці да плоскасці, г. зн. поле бясконцай плоскасці з'яўляецца аднародным. Такое ж поле будзе і ў адмоўна зараджанай плоскасці, толькі напрамак ліній напружанасці зменіцца на процілеглы.

*Поле паміж дзвюма бясконцымі паралельнымі разнайменна зараджанымі*

**плоскасцямі**. Дапусцім, што шчыльнасць зарадаў на плоскасцях аднолькавая і адпаведна роўная $+\sigma$ і $-\sigma$. Кожная плоскасць утварае аднароднае электрычнае поле напружанасцю $E = \sigma(2\varepsilon_0)$. Лініі напружанасці поля паказаны на рыс. 1.20 (суцэльныя — для плоскасці, зараджанай дадатна, і штрыхавыя — для плоскасці, зараджанай адмоўна). З рысунка відаць, што ў прасторы паміж плоскасцямі лініі напружанасці накіраваны ў адзін бок, таму $E = \sigma/\varepsilon_0$. Па-за плоскасцямі лініі напружанасці маюць процілеглыя напрамкі і напружанасць поля роўная нулю. Такім чынам, поле дзвюх разнайменна зараджаных плоскасцей сканцэнтравана толькі паміж плоскасцямі. Гэта поле з'яўляецца аднародным.



Рыс. 1.20.



Рыс. 1.21.

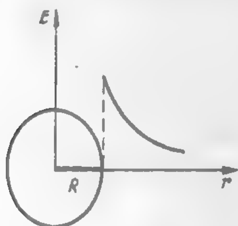
**Поле аднародна зараджанай сферы**. Няхай дадатны зарад $Q$ размеркаваны раўнамерна па сферычнай паверхні радыусам $R$ (рыс. 1.21) з паверхневай шчыльнасцю $+\sigma$. Вызначым напружанасць поля ў пункце $A$ па-за сферай на адлегласці $r > R$. Праз пункт $A$ правядзём сферычную паверхню $S$ радыусам $r$, цэнтр якой супадае з цэнтрам зараджанай сферы, і прыменім да яе тэарэму Гаўса. З меркаванняў сіметрыі вынікае, што вектар напружанасці поля накіраваны ўздоўж прадаўжэнняў радыусаў сферы, а яго модуль мае адно і тое ж значэнне ў любым пункце гэтай паверхні. Таму поўны паток, які праходзіць праз паверхню $S$, роўны $E4\pi r^2$ і, згодна з выразам (1.18), $E4\pi r^2 = Q/\varepsilon_0$, адкуль $E = Q/(4\pi\varepsilon_0 r^2)$.

Вызначым напружанасць поля ў пункце $B$, што знаходзіцца ўнутры сферы на адлегласці $r'<R$ ад яе цэнтра. Праз пункт $B$ правядзём сферычную паверхню $S'$ радыусам $r'$ і выкарыстаем тэарэму Гаўса. Унутры паверхні $S'$ зарадаў няма, таму паток $\Phi_E = 0$, а значыць, і $E = 0$.

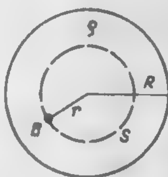
Такім чынам, па-за сферай ($r > R$) напружанасць поля памяншаецца згодна з тым жа законам, што і напружанасць поля пунктавага зараду, а ўнутры сферы ($r' < R$) $E = 0$.

Графік залежнасці напружанасці электрычнага поля аднародна зараджанай сферы ад адлегласці да яе цэнтра паказаны на рыс. 1.22.

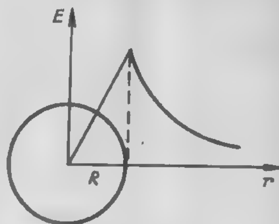
П о л е  а б ' ё м н а  з а р а д ж а н а г а  ш а р а. Дапусцім, што дадатны зарад $+Q$ раўнамерна размеркаваны па аб'ёму шара радыусам $R$ (рыс. 1.23) з пастаяннай аб'ёмнай шчыльнасцю. Поле ў гэтым выпадку з'яўляецца цэнтральна сіметрычным. Вектар напружанасці **E** накіраваны ўздоўж радыуса шара. Відавочна, што па-за шарам ($r > R$) напружанасць поля будзе такой жа, як і ў выпадку паверхнева зараджанай сферы $E = Q/4\pi\varepsilon_0 r^2$, г. зн. такой, якую стварaў бы пунктавы зарад $Q$, роўны зараду шара і змешчаны ў яго цэнтры.



Рыс. 1.22.



Рыс. 1.23.



Рыс. 1.24.

Каб вызначыць напружанасць поля ўнутры шара ($r < R$), напрыклад у пункце $B$, правядзём праз гэты пункт сферычную паверхню $S$ радыусам $r$ з цэнтрам у цэнтры шара. Унутры гэтай паверхні будзе знаходзіцца зарад $Q' = \rho\, 4\pi r^3/3$, або з улікам таго, што $\rho = 3Q/(4\pi R^3)$, $Q' = Qr^3/R^3$.

Згодна з тэарэмай Гаўса, паток вектара напружанасці поля праз гэту паверхню $\Phi_E = Q'/\varepsilon_0$ або $E 4\pi r^2 = Qr^3/R^3$, адкуль $E = Qr/(4\pi\varepsilon_0 R^3)$.

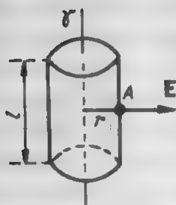
Графік залежнасці напружанасці поля $E$ аб'ёмна зараджанага шара ад адлегласці да яго цэнтра $r$ паказаны на рыс. 1.24. З рысунка відаць, што ўнутры шара поле расце па лінейным законе, а па-за шарам памяншаецца згодна з законам $1/r^2$.

П о л е  р а ў н а м е р н а  з а р а д ж а н а й  б я с к о н ц а й  п р а м о й  н і ц і  і  б я с к о н ц а  д о ў г а г а  ц ы л і н д р а. Няхай ніць зараджана так, што на адзінку яе даўжыні прыходзіцца зарад $\gamma$. З меркаванняў сіметрыі вынікае, што напружанасць поля накіраваная да ніці або ад яе ў залежнасці ад знака зараду.

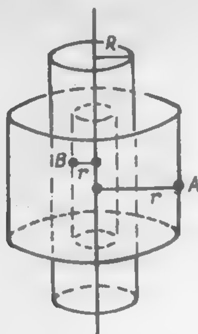
Вызначым напружанасць поля ніці ў некаторым пункце $A$ на адлегласці $r$ ад ніці (рыс. 1.25). Пабудуем прамы цыліндр, бакавая

паверхня якога праходзіць праз пункт $A$, а вось супадае з ніццю. Унутры паверхні цыліндра знаходзіцца зарад $\gamma l$, дзе $l$ — вышыня цыліндра.

Згодна з тэарэмай Гаўса, паток вектара напружанасці праз паверхню цыліндра $\Phi_E = \gamma l / \varepsilon_0$. Паток вектара напружанасці праз асновы цыліндра роўны нулю, таму $\Phi_E = E_n S = E 2\pi rl$, дзе $S = 2\pi rl$ — плошча бакавой паверхні цыліндра, $E = \gamma / (2\pi \varepsilon_0 r)$.



Рыс. 1.25.



Рыс. 1.26.

Лёгка паказаць, што гэтай формулай вызначаецца таксама напружанасць поля бясконца доўгага кругавога цыліндра, раўнамерна зараджанага па паверхні або па аб'ёму, калі пункт назірання $A$ (рыс. 1.26) знаходзіцца па-за цыліндрам, г. зн. на адлегласці $r > R$, дзе $R$ — радыус цыліндра.

Напружанасць поля ўнутры цыліндра ($r < R$) залежыць ад таго, як ён зараджаны: па паверхні ці па аб'ёму. Напружанасць поля ўнутры паверхнева зараджанага цыліндра роўная нулю ($E = 0$). Унутры аб'ёмна зараджанага цыліндра напружанасць поля роўная нулю на яго восі ($r = 0$) і ўзрастае лінейна з павелічэннем $r$ ($E = \rho r / (2\varepsilon_0)$).

## 1.8. Патэнцыял электрычнага поля

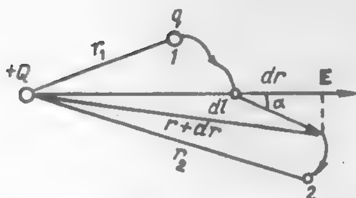
На зарад, што знаходзіцца ў электрычным полі, дзейнічае сіла, таму пры яго перамяшчэнні выконваецца работа. Вызначым работу, якую выконвае поле нерухомага пунктавага зараду $Q$ пры перамяшчэнні ў ім пробнага зараду $q$ з пункта *1* у пункт *2* (рыс. 1.27). На траекторыі пробнага зараду *1—2* выдзелім бясконца малы адрэзак $dl$, на якім сілы поля выконваюць элементарную работу

$$dA = Fdl \cos\alpha = qEdl \cos\alpha = qE_l\, dl, \tag{1.20}$$

дзе $\alpha$ — вугал паміж вектарамі напружанасці **E** і перамяшчэння $dl$; $E_l$ — праекцыя вектара **E** на перамяшчэнне $dl$. З прычыны малога $dl$ напружанасць поля можна лічыць нязменнай і роўнай $E = Q/(4\pi\varepsilon_0 r^2)$, а $dA = qQdl\cos\alpha/(4\pi\varepsilon_0 r^2)$.

З рыс. 1.27 відаць, што $dl\cos\alpha = dr$, таму $dA = qQdr/(4\pi\varepsilon_0 r^2)$. Работа, якую выконвае поле на канечным перамяшчэнні *1—2*,

$$A_{12} = \int_1^2 dA = qQ/(4\pi\varepsilon_0)\int_1^2 dr/r = qQ/(4\pi\varepsilon_0)(1/r_1 - 1/r_2), \quad (1.21)$$



Рыс. 1.27.

дзе $r_1$ і $r_2$ — адлегласці паміж зарадам $Q$ і пунктамі *1* і *2* адпаведна.

З формулы (1.21) вынікае, што работа па перамяшчэнні пробнага зараду $q$ у полі пунктавага зараду $Q$ не залежыць ад формы траекторыі, па якой рухаўся зарад $q$, а залежыць толькі ад пачатковага і канечнага яго становішча (ад $r_1$ і $r_2$).

Поле, у якім работа не залежыць ад формы траекторыі, называецца *патэнцыяльным* або *кансерватыўным*. Такім чынам, электрастатычнае поле пунктавага зараду з'яўляецца патэнцыяльным.

Работу патэнцыяльнага поля можна запісаць праз змяненне патэнцыяльнай энергіі:

$$A_{12} = Wp_1 - Wp_2. \quad (1.22)$$

З параўнання выразаў (1.21) і (1.22) вынікае, што энергія ўзаемадзеяння зарадаў $Q$ і $q$

$$W_p = qQ/(4\pi\varepsilon_0 r) + C,$$

дзе $C$ — адвольная канстанта, якая вызначае ўзровень адліку значэння патэнцыяльнай энергіі. Калі лічыць, што энергія ўзаемадзеяння зарадаў пры $r = \infty$ роўная нулю, то $C = 0$. Пры гэтай умове $W_p = qQ/(4\pi\varepsilon_0 r)$.

Скалярная велічыня $\varphi = W_p/q = Q/(4\pi\varepsilon_0 r)$ не залежыць ад велічыні пробнага зараду $q$ і можа быць выкарыстана для характарыстыкі поля зараду $Q$. Яе называюць патэнцыялам поля ў дадзеным пункце. *Па-*

*тэнцыял* лікава роўны патэнцыяльнай энергіі адзінкавага пробнага зараду, што змешчаны ў дадзеным пункце поля.

Патэнцыял поля пунктавага зараду $Q$

$$\varphi = Q/(4\pi\varepsilon_0 r), \tag{1.23}$$

дзе $r$ — адлегласць паміж зарадам $Q$ і пунктам поля, у якім вызначаецца патэнцыял. З улікам (1.23) формулу (1.21) можна запісаць у выглядзе

$$A = q(\varphi_1 - \varphi_2), \tag{1.24}$$

дзе $\varphi_1$ і $\varphi_2$ — патэнцыялы ў пунктах *1* і *2*.

Такім чынам, работа сіл поля пры перамяшчэнні зараду лікава роўная здабытку яго велічыні і рознасці патэнцыялаў у пачатковым і канечным пунктах траекторыі. Калі траекторыя замкнёная, то пачатковы і канечны пункты супадаюць, таму $\varphi_1 = \varphi_2$ і $A = 0$. Гэта азначае, што пры перамяшчэнні зараду па замкнёнай траекторыі работа электрычных сіл роўная нулю.

Згодна з формулай (1.20), элементарная работа $dA = qE_l dl$. Таму пры перамяшчэнні зараду $q$ па замкнёнай траекторыі

$$A = \oint_l qE_l\,dl = q\oint_l E_l\,dl = 0\,.$$

З улікам таго, што $q \neq 0$ $E_l\,dl = 0$.

Інтэграл $\oint_l E_l\,dl$ называецца *цыркуляцыяй* вектара напружанасці па адпаведным замкнёным контуры $l$.

Такім чынам, характэрнай асаблівасцю электрастатычнага поля з'яўляецца тое, што цыркуляцыя вектара яго напружанасці па любым замкнёным контуры роўная нулю. З улікам сказанага можна прывесці другое азначэнне патэнцыяльнасці поля:

*электрычнае поле з'яўляецца патэнцыяльным,* калі цыркуляцыя вектара яго напружанасці па любым замкнёным контуры роўная нулю.

Мы разгледзелі поле пунктавага зараду і высветлілі, што яно патэнцыяльнае. Можна паказаць, што патэнцыяльным з'яўляецца любое электрастатычнае поле.

Калі любую зараджаную сістэму падзяліць на бясконца малыя часткі, то па-за сістэмай іх зарады можна лічыць пунктавымі.

Вызначым работу $A$ электрычных сіл, што выконваецца пры перамяшчэнні пробнага зараду $q$ у полі сістэмы пунктавых зарадаў $Q_1$, $Q_2,...,Q_n$ з пункта *1* у пункт *2* (рыс. 1.28). На зарад будуць дзейнічаць сілы $\mathbf{F}_1, \mathbf{F}_2, ..., \mathbf{F}_n$. Раўнадзейная гэтых сіл

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 + \ldots + \mathbf{F}_n = \sum_{i=1}^{n} \mathbf{F}_i .$$

Вядома, што работа раўнадзейнай сілы роўная алгебраічнай суме работ складаемых сіл:

$$A_{12} = (A_{12})_1 + (A_{12})_2 + \ldots + (A_{12})_n = \sum_{i=1}^{n} (A_{12})_i . \qquad (1.25)$$

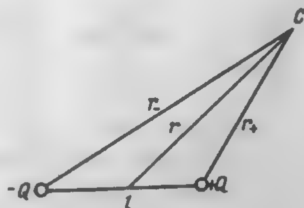
Кожная з работ $(A_{12})_i$ не залежыць ад траекторыі перамяшчэння пробнага зараду $q$, а таму не залежыць ад траекторыі і поўная работа $A_{12}$. Такім чынам, любое электрастатычнае поле з'яўляецца патэнцыяльным.

Згодна з формулай (1.24), $(A_{12})_i = q\ (\varphi_{i1} - \varphi_{i2})$, таму замест выразу (1.25) можна запісаць: $A_{12} = q(\varphi_1 - \varphi_2)$, адкуль вынікае

$$\varphi = \sum_{i=1}^{n} \varphi_i . \qquad (1.26)$$

Гэта значыць, што патэнцыял поля, які створаны сістэмай зарадаў, роўны алгебраічнай суме патэнцыялаў, створаных кожным з зарадаў паасобку.

Рыс. 1.28.



Рыс. 1.29.

Выкарыстоўваючы формулу (1.26), вызначым патэнцыял поля дыполя. У любым пункце $C$ прасторы, які знаходзіцца на адлегласці $r$ ад цэнтра дыполя (рыс. 1.29), патэнцыял поля $\varphi_-$ роўны алгебраічнай суме патэнцыялаў $\varphi_-$ і $\varphi_+$, што створаны зарадамі $-Q$ і $+Q$ адпаведна. Таму, згодна з формулай (1.23), атрымаем

$$\varphi = Q/(4\pi\varepsilon_0 r_+) - Q/(4\pi\varepsilon_0 r_-) = Q/(r_- - r_+)/(4\pi\varepsilon_0 r_- r_+) .$$

Калі $l << r$, можна лічыць, што $r_- r_+ \approx r^2$, $r_- - r_+ \approx l \cos\alpha$ , і формулу перапісаць наступным чынам:

$$\varphi = Ql \cos\alpha/(4\pi\varepsilon_0 r^2) = p \cos\alpha/(4\pi\varepsilon_0 r^2)\ , \quad (1.27)$$

дзе $\alpha$ — вугал паміж напрамкам моманту дыполя $p$ і радыусам, які праведзены ад сярэдзіны дыполя ў пункт назірання.

За адзінку патэнцыялу рознасці патэнцыялаў у Міжнароднай сістэме адзінак прымаецца вольт (В).

*Рознасць патэнцыялаў* паміж двума пунктамі роўная 1В, калі пры перамяшчэнні паміж імі зараду 1К выконваецца работа 1 Дж.

### 1.9. Сувязь паміж напружанасцю электрастатычнага поля і яго патэнцыялам

Любое электрастатычнае поле можна апісаць з дапамогай яго сілавой характарыстыкі — вектара напружанасці поля **E** або з дапамогай энергетычнай характарыстыкі — скалярнай велічыні патэнцыялу $\varphi$ . Відавочна, што напружанасць і патэнцыял электрастатычнага поля павінны быць нейкім чынам звязаны паміж сабой. Каб высветліць гэту сувязь, вызначым работу, якую выконвае поле пры перамяшчэнні ў ім пунктавага зараду $q$ уздоўж адвольнага напрамку $l$ на адрэзак $dl$. Згодна з выразам (1.20), $dA = qE_l dl$ .

Гэту ж работу з дапамогай формулы (1.24) можна выразіць праз змяншэнне патэнцыялу $dA = q\,[\,\varphi - (\varphi + d\varphi)\,] = -qd\varphi$ . Адсюль вынікае, што $E_l = -d\varphi/dl$ .

Паколькі патэнцыял $\varphi$ можа змяняцца не толькі пры перамяшчэнні ўздоўж $l$, але і пры перамяшчэннях у іншых напрамках, патрэбна запісаць

$$E_l = -\partial\varphi/\partial l\ . \quad (1.28)$$

Такім чынам, праекцыя вектара напружанасці $E_l$ на дадзены напрамак, роўная скорасці змяншэння патэнцыялу ў гэтым напрамку.

Праекцыі вектара **E** на каардынатныя восі:

$$E_x = -\partial\varphi/\partial x\ ;\ E_y = -\partial\varphi/\partial y\ ;\ E_z = -\partial\varphi/\partial z\ , \quad (1.29)$$

а яго модуль

$$E = \sqrt{(\partial\varphi/\partial x)^2 + (\partial\varphi/\partial y)^2 + (\partial\varphi/\partial z)^2}\ . \quad (1.30)$$

З улікам, што $\mathbf{E} = E_x\mathbf{i} + E_y\mathbf{j} + E_k\mathbf{k}$, можна запісаць

$$\mathbf{E} = -(\mathbf{i}\partial\varphi/\partial x + \mathbf{j}\partial\varphi/\partial y + \mathbf{k}\partial\varphi/\partial z).$$

Выраз $\partial\varphi/\partial x\,\mathbf{i} + \partial\varphi/\partial y\,\mathbf{j} + \partial\varphi/\partial z\,\mathbf{k}$ уяўляе сабой градыент функцыі $\varphi$, таму

$$\mathbf{E} = -\mathrm{grad}\,\varphi, \tag{1.31}$$

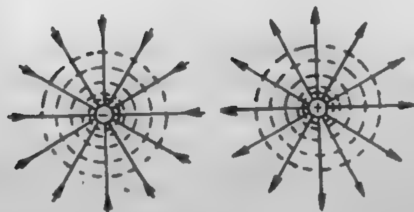
г. зн. напружанасць электрастатычнага поля роўная градыенту патэнцыялу з адваротным знакам.

Такім чынам, калі вядома размеркаванне патэнцыялу $\varphi(x,y,z)$, то дыферэнцаваннем яго па каардынатах можна вызначыць напружанасць электрычнага поля. Адваротная задача вызначэння патэнцыялу па напружанасці поля рашаецца інтэграваннем формул (1.29).

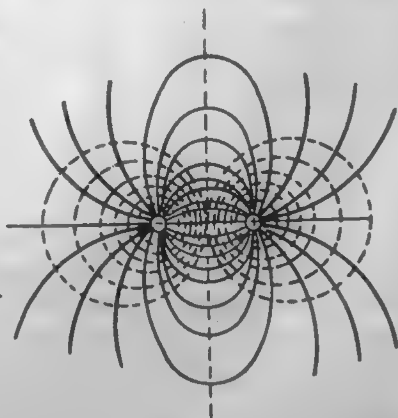
Калі зарад перамяшчаецца перпендыкулярна лініям напружанасці поля, то $E_l = 0$ і, згодна з выразам (1.28), $d\varphi/dl = 0$ або $\varphi = \mathrm{const}$. Такім чынам, ва ўсіх пунктах лініі, што перпендыкулярная лініям напружанасці поля, патэнцыял мае адно і тое ж значэнне.

Лініі або паверхні роўнага патэнцыялу называюць *эквіпатэнцыяльнымі.*

Пры перамяшчэнні зараду па эквіпатэнцыяльнай паверхні работа сіл поля роўная нулю, адкуль вынікае, што вектар **E** накіраваны ўздоўж нармалі да гэтай паверхні. Але напрамак вектара **E** супадае з датычнай да лініі напружанасці поля, таму лініі напружанасці поля і эквіпатэнцыяльныя паверхні (або лініі) узаемна перпендыкулярныя.



Рыс. 1.30.



Рыс. 1.31.

Эквіпатэнцыяльную паверхню можна правесці праз любы пункт поля. Аднак калі ўмовіцца праводзіць гэтыя паверхні так, каб рознасць патэнцыялаў паміж імі была ўсюды аднолькавая (напрыклад, 1В), то па іх густаце можна меркаваць аб карціне поля. Там, дзе паверхні гусцей, патэнцыял уздоўж лініі поля змяняецца больш хутка і напружанасць поля большая, а там, дзе яны радзей, напружанасць поля меншая. На рыс. 1.30 паказаны лініі напружанасці (суцэльныя) і лініі перасячэння эквіпатэнцыяльных паверхняў з плоскасцю чарцяжа (штрыхавыя ) поля дадатнага пунктавага зараду, а на рыс. 1.31 — аналагічная карціна поля дыполя.

## 1.10. Дыполь у знешнім электрычным полі

Разгледзім аднароднае электрычнае поле. Няхай вось дыполя ўтварае вугал $\alpha$ з вектарам **E** (рыс. 1.32). На зарад дыполя дзейнічаюць сілы $+qE$ і $-qE$, накіраваныя ўздоўж вектара **E** ў процілеглыя бакі. Яны ўтвараюць пару сіл, плячо якой роўнае $l \sin \alpha$ .

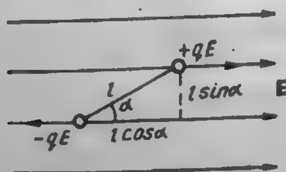
Модуль моманту гэтай пары сіл роўны здабытку сілы і пляча:$M = qEl \sin \alpha = pE \sin \alpha$ , дзе $p = ql$ — модуль электрычнага моманту дыполя.

Вектар **M** перпендыкулярны вектарам **p** і **E** і ўтварае з імі правашрубавую сістэму (рыс. 1.33). Таму вярчальны момант **M** можна запісаць як вектарны здабытак вектараў **p** і **E**:

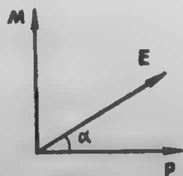
$$\mathbf{M} = \mathbf{p} \times \mathbf{E} . \tag{1.32}$$

Такім чынам, аднароднае электрычнае поле аказвае на дыполь арыентуючае дзеянне і імкнецца павярнуць яго так, каб вектары **p** і **E** былі паралельнымі.

Пры павароце дыполя на бясконца малы вугал $d\alpha$ электрычнае поле выконвае работу $dA = Md\alpha = pE \sin \alpha \, d\alpha$ . На такую ж велічыню змяніцца патэнцыяльная энергія дыполя: $dW_p = pE \sin \alpha \, d\alpha$ . У выніку інтэгравання атрымаем $W_p = -pE \cos \alpha + C$ .



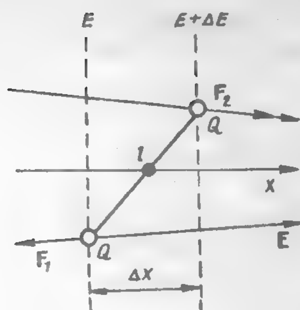
Рыс. 1.32.



Рыс. 1.33.

Будзем лічыць, што пры $\alpha = \pi/2$ (вось дыполя перпендыкулярная напружанасці) патэнцыяльная энергія дыполя роўная нулю. Тады $C = 0$ і

$$W_p = -pE\cos\alpha\,. \tag{1.33}$$



Рыс. 1.34.

Паралельная арыентацыя вектараў **p** і **E** адпавядае мінімуму энергіі (1.33), а значыць, і становішчу ўстойлівай раўнавагі. Сапраўды, як гэта відаць з выразу (1.32), пры $\alpha = 0$ момант сіл $M = 0$. Формула (1.33) сапраўдная як для аднароднага, так і для неаднароднага поля.

У неаднародным электрычным полі на дыполь, акрамя вярчальнага моманту (1.32), дзейнічае яшчэ сіла, якая імкнецца надаць яму паступальны рух. На рыс. 1.34 паказаны дыполь, што знаходзіцца ў неаднародным электрычным полі. На яго зарады дзейнічаюць сілы $F_1 = -QE$ і $F_2 = Q(E + \Delta E)$.

Дапусцім, што неаднароднасць поля ў межах дыполя нязначная і таму сілы $F_1$ і $F_2$ можна лічыць накіраванымі ў процілеглыя бакі. Сума гэтых сіл $f = Q(E + \Delta E) - QE = Q\Delta E = Q dE/dx\, \Delta x$, дзе $dE/dx$ — градыент напружанасці поля ў напрамку дыполя. З рыс. 1.34 відаць, што $\Delta x = l\cos\alpha$, таму $f = Ql\cos\alpha\, dE/dx$ або

$$f = p\cos\alpha\, dE/dx\,, \tag{1.34}$$

дзе $p = Ql$ — электрычны момант дыполя.

Такім чынам, на дыполь, што знаходзіцца ў неаднародным электрычным полі, акрамя вярчальнага моманту, які імкнецца павярнуць яго ўздоўж поля, дзейнічае яшчэ сіла, што ўцягвае дыполь у больш моцнае поле.

## 2. ПРАВАДНІКІ Ў ЭЛЕКТРАСТАТЫЧНЫМ ПОЛІ

### 2.1. Электрычнае поле зараджанага правадніка

**Умовы раўнавагі зарадаў у правадніках.** Характэрнай асаблівасцю праваднікоў з'яўляецца наяўнасць у іх свабодных зарадаў, г. зн. зараджаных часціц, здольных перамяшчацца пад дзеяннем электрычнага поля. У металах гэта электроны, у электралітах — іоны, а ў

газах — электроны і іоны. Мы абмяжуемся разглядам толькі цвёрдых металічных праваднікоў.

Пры ўзнікненні ў праваднiку электрычнага поля яго свабодныя зарады пачынаюць рухацца, бо на кожны а іх дзейнічае сіла. Таму зарады ў праваднiку могуць быць у раўнавазе толькі тады, калі напружанасць поля ўнутры правадніка роўная нулю:

$$E = 0 \,. \tag{2.1}$$

Гэта першая ўмова раўнавагі зарадаў у праваднiку. З яе вынікае [гл. формулу (1.31)], што пры раўнавазе зарадаў патэнцыял унутры правадніка павінен быць пастаянным.

Другой умовай раўнавагі зарадаў у праваднiку з'яўляецца эквіпатэнцыяльнасць яго паверхні, г. зн. вектар напружанасці поля E ў любым пункце паверхні правадніка павінен быць накіраваны ўздоўж нармалі да паверхні правадніка:

$$E = E_n \,. \tag{2.2}$$

Гэта і зразумела. Калі б напружанасць поля не была перпендыкулярная паверхні правадніка, то існавала б складовая поля, накіраваная па датычнай да паверхні правадніка, і электроны рухаліся б уздоўж паверхні.

Высветленыя ўмовы раўнавагі зараду маюць дачыненне як да зараджанага правадніка, што знаходзіцца ва ўласным полі, так і да незараджанага, што змешчаны ў вонкавае электрастатычнае поле.

**Размеркаванне зарадаў у праваднiках.** Разгледзім зараджаны праваднік, які знаходзіцца ў прасторы, дзе няма ніякіх іншых зарадаў. Нададзены яму зарад пад дзеяннем кулонаўскіх сіл адштурхоўвання размесціцца па яго паверхні. Пераканацца ў гэтым можна, калі выкарыстаць тэарэму Гаўса.

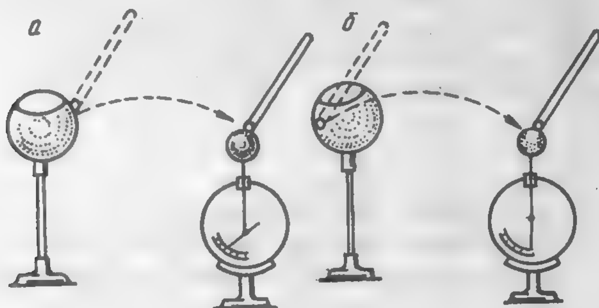
Разгледзім адвольную замкнёную паверхню, якая абмяжоўвае некаторы аб'ём унутры правадніка. Ва ўсіх пунктах гэтай паверхні, згодна з умовай раўнавагі зарадаў (2.1), напружанасць поля роўная нулю. Таму роўным нулю будзе і паток вектара напружанасці праз гэту паверхню. Адсюль вынікае, што поўны зарад унутры разглядаемай паверхні роўны нулю.

Паколькі паверхня адвольная, то можна сцвярджаць, што ўнутры правадніка нескампенсаваных зарадаў няма, а ўсе яны засяроджаны на яго паверхні.

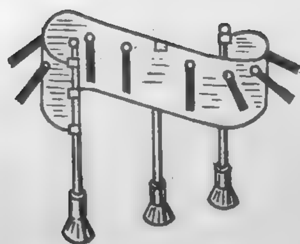
Калі праваднік абмежаваны не толькі вонкавай паверхняй, але і ўнутранай (напрыклад, полы шар), то статычныя зарады засяроджаны толькі на яго вонкавай паверхні. Пераканацца ў гэтым можна на такім доследзе. Замацуем на ізаляванай падстаўцы полы шар з невялікай адтулінай (рыс. 2.1) і наэлектрызуем яго. Да паверхні шара

будзем дакранацца маленькім пробным шарыкам, які замацаваны на ізаляванай ручцы. Пры гэтым зарад шара будзе пераходзіць на зараджаны пробны шарык. Аб велічыні гэтага зараду можна меркаваць па адхіленні стрэлкі электрометра.

Калі пробным шарыкам паслядоўна дакранацца да вонкавай паверхні зараджанага полага шара і стрыжня электрометра (рыс. 2.1, *а*), то электрометр зараджаецца, аб чым сведчыць адхіленне яго стрэлкі. Пры дакрананні пробным шарыкам да ўнутранай паверхні полага шара (рыс. 2.1, *б*) зарад на электрометр не пераносіцца і стрэлка не адхіляецца. Адсутнасць зараду ўнутры правадніка можна выявіць у доследзе з драцяной сеткай (сетка Кольбе) (рыс. 2.2).




Рыс. 2.1.



Рыс. 2.2.

Калі сетку наэлектрызаваць, то лісткі станіёлю адхіляюцца. На прамой сетцы ўсе лісткі адхіляюцца на аднолькавыя вуглы, што сведчыць аб раўнамерным размеркаванні зарадаў па яе паверхні. Пры выгінанні сеткі лісткі з выпуклага боку адхіляюцца яшчэ больш, а з увагнутага — спадаюць. Калі сетцы надаць форму цыліндра, адхіляцца будуць толькі тыя лісткі, якія замацаваны на вонкавай паверхні. Адсюль вынікае, што пры адвольнай форме правадніка зарад на яго паверхні размяркоўваецца нераўнамерна.

Каб высветліць залежнасць паверхневай шчыльнасці зараду ад радыуса крывізны паверхні правадніка, разгледзім два шары радыусамі $R_1$ і $R_2$ (рыс. 2.3). Наэлектрызуем іх аднайменнымі зарадамі і злучым тонкім правадніком, зарад якога можна не ўлічваць.

Няхай зарады шароў адпаведна роўная $Q_1$ і $Q_2$. Тады іх патэнцыялы $\varphi_1 = Q_1/(4\pi\varepsilon_0 R_1)$, $\varphi_2 = Q_2/(4\pi\varepsilon_0 R_2)$. Пры раўнавазе зарадаў $\varphi_1 = \varphi_2$, таму $Q_1/R_1 = Q_2/R_2$.

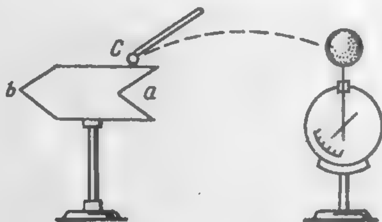
Калі зарады шароў выразіць праз іх паверхневыя шчыльнасці ($\sigma_1$ і $\sigma_2$) $Q_1 = 4\pi R_1^2 \sigma_1$, $Q_2 = 4\pi R_2^2 \sigma_2$, то атрымаем $\sigma_1 R_1 = \sigma_2 R_2$ або

$$\sigma_1/\sigma_2 = R_2/R_1 . \tag{2.3}$$

Такім чынам, паверхневая шчыльнасць зарадаў двух шароў, злучаных адзін з адным правадніком, адваротна прапарцыйная іх радыусам.

Для праверкі гэтай высновы даследуем размеркаванне зараду на паверхні металічнага цыліндра, у якім ёсць канечны выступ на адным канцы і канечная ўпадзіна на другім (рыс. 2.4). Будзем дакранацца да розных пунктаў паверхні цыліндра пробным шарыкам і пераносіць набыты ім зарад на электрометр.

Рыс. 2.3.



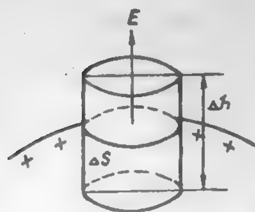
Рыс. 2.4.

Можна лічыць, што набыты шарыкам зарад прапарцыйны паверхневай шчыльнасці зараду ў тым месцы паверхні цыліндра, да якога ён дакранаецца. Дослед паказвае, што паверхневая шчыльнасць зараду найменшая ўнутры ўпадзіны (пункт *a*), найбольшая — на вастрыі выступа (пункт *b*) і мае прамежкавую велічыню ў пунктах бакавой паверхні (*c*).

**Напружанасць поля каля паверхні зараджанага правадніка.** Існуе сувязь паміж паверхневай шчыльнасцю зарадаў на паверхні правадніка і напружанасцю электрастатычнага поля ў непасрэднай блізкасці ад яго паверхні. Каб устанавіць гэту сувязь, выкарыстаем тэарэму Гаўса. На паверхні правадніка (рыс. 2.5) выдзелім настолькі малы ўчастак $\Delta S$, што яго можна лічыць плоскім, а паверхневую шчыльнасць зараду $\sigma$ — пастаяннай.

Разгледзім паток вектара напружанасці поля праз малую замкнёную паверхню прамога цыліндра з плошчай асновы $\Delta S$ і вышынёй $h$.

Вышыню выбіраем малой, каб у межах цыліндра напружанасць поля была перпендыкулярная $\Delta S$.




Рыс. 2.5.

Паток вектара напружанасці праз ніжнюю аснову цыліндра роўны нулю, таму што яна знаходзіцца цалкам унутры праваднiка, дзе поле адсутнічае ($E = 0$). Паток праз бакавую паверхню цыліндра таксама роўны нулю, таму што вектар **E** паралельны гэтай паверхні ($E_n = 0$). Паток праз верхнюю паверхню $\Phi_E = E_n \Delta S$.

Паводле тэарэмы Гаўса $\Phi_E = \sigma \Delta S$, таму

$$E = \sigma / \varepsilon_0 . \tag{2.4}$$

З роўнасці (2.4) відаць, што напружанасць электрастатычнага поля каля паверхні праваднiка прама прапарцыйная паверхневай шчыльнасці зараду.

Заўважым, што формула (2.4) вызначае поўную напружанасць поля каля паверхні праваднiка незалежна ад таго, ствараецца яно толькі самім зараджаным праваднiком ці яшчэ і другімі зарадамі. Напружанасць поля каля паверхні праваднiка залежыць выключна ад шчыльнасці зарадаў на яго паверхні.

Калі праваднiк мае завостраныя ўчасткі паверхні, то паверхневая шчыльнасць зараду на іх можа быць значнай і напружанасць поля вельмі вялікай.

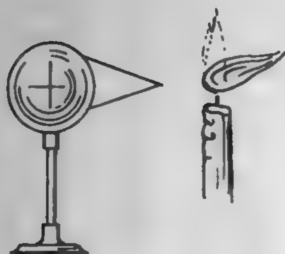
Каля вастрыя ў моцным электрычным полі ўзнікаюць складаныя з'явы. Пад уздзеяннем поля ў нейтральных малекулах паветра ўзнікаюць дыполі, якія прыцягваюцца да вастрыя, зараджаюцца і адштурхоўваюцца. Сіла адштурхоўвання значна большая за сілу прыцягнення, бо прыцягваюцца нейтральныя малекулы (дыполі), а адштурхоўваюцца зараджаныя (іоны). Таму зараджаныя малекулы аддаляюцца ад вастрыя з большай хуткасцю, чым яны набліжаліся да яго. Узнікае паток зараджаных часціц паветра, які называецца электрычным ветрам.

Узнікненне электрычнага ветру можна назіраць на доследзе. Калі замацаваны на ізаляванай падстаўцы металічны шар з вастрыём (рыс. 2.6) моцна наэлектрызаваць, то пры прыбліжэнні да яго запаленай свечкі полымя адхіляецца і можа нават пагаснуць.

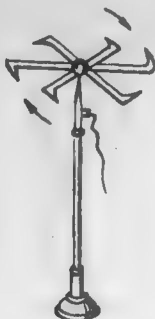
Электрычны вецер прыводзіць ў вярчэнне прыбор, які называецца колам Франкліна (рыс. 2.7). Яно дзейнічае па такім жа прынцыпе, што і сегнерава кола.

Узнікненне электрычнага ветру суправаджаецца сцяканнем электрычнага зараду з вастрыя. Аб гэтым сведчыць наступны доослед.

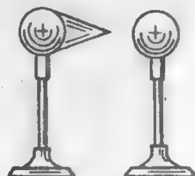
Калі да зараджанага металічнага шара з вастрыём (рыс. 2.8) паднесці другі металічны шар, то ён набывае электрычны зарад, а зарад першага шара памяншаецца. Гэту з'яву на практыцы выкарыстоўваюць для знімання статычных зарадаў з розных прылад.



Рыс. 2.6.



Рыс. 2.7.

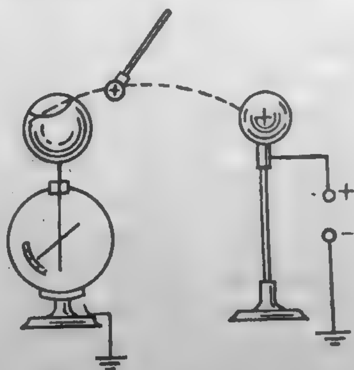


Рыс. 2.8.

У вельмі моцных электрычных палях механізм уцечкі зарадаў з вастрыя з'яўляецца больш складаным. Пры высокай напружанасці поля ўзнікае вялікая колькасць іонаў і наступае электрычны прабой паветра. Праваднік разраджаецца. На гэтым заснавана дзеянне маланкаадвода.

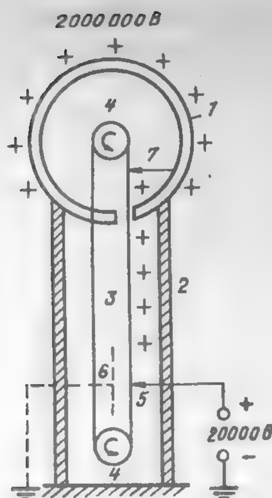
У прыборах і машынах, якія працуюць пры высокіх напружаннях, каб зменшыць уцечку зарадаў, усе металічныя часткі робяць закругленымі.

**Электрастатычны генератар Ван-дэ-Граафа.** На ўласцівасці электрычных зарадаў пры раўнавазе размяркоўвацца ў правадніках па іх вонкавай паверхні заснавана дзеянне электрастатычных генератараў, якія прызначаны для атрымання высокіх напружанняў.




Рыс. 2.9.

Каб зразумець прынцып дзеяння электрастатычнага генератара, разгледзім наступны дослед. Замацуем на электрометры полы металічны шар *A* (рыс. 2.9). Другі металічны шар *B* злучым з крыніцай напружання *U*. Возьмем маленькі шарык *C*, замацаваны на доўгай ізаляванай ручцы, і будзем паслядоўна дакранацца ім да па-




Рыс. 2.10.

верхні шара *B* і затым да ўнутранай паверхні полага шара *A*. Пры шматразовым паўтарэнні гэтай аперацыі патэнцыял шара *A* тэарэтычна можна зрабіць неабмежавана вялікім. Практычна патэнцыял шара *A* лімітуецца ўцечкай зараду з прычыны іанізацыі паветра.

Першы высакавольтны электрастатычны генератар быў пабудаваны ў 1931 г. амерыканскім фізікам Р. Ван-дэ-Граафам (1901—1967). Генератар Ван-дэ-Граафа складаецца з полага металічнага шара дыяметрам некалькі метраў (4,5 м), які замацаваны на ізаляваным калоне *2* (рыс. 2.10). Унутры калоны рухаецца транспарцёрная стужка *3* з прагумаванай тканіны, якая зараджаецца ад крыніцы напружання пры дапамозе сістэмы іголачак *5*. З другога боку стужкі насупраць гэтых іголачак знаходзіцца заземленая пласціна *6*, якая спрыяе сцяканню зарадаў з іголачак *5* на стужку *3*. Зарад стужкі перадаецца шару *1* з дапамогай сістэмы іголачак *7*, якія злучаны з яго ўнутранай паверхняй.

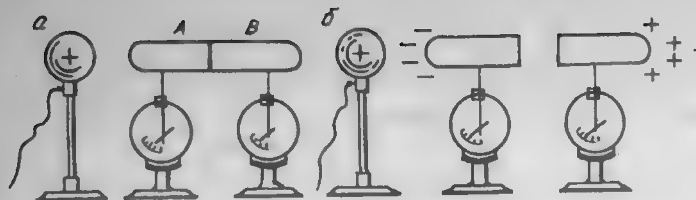
Генератар Ван-дэ-Граафа дае магчымасць атрымаць напружанне каля *5* мільёнаў вольт. Ён выкарыстоўваецца для паскарэння зараджаных часціц (электронаў і іонаў).

## 2.2. Праваднікі ў знешнім электрастатычным полі

**Электрастатычная індукцыя. Электрызацыя праз уплыў.** У нейтральных правадніках заўсёды ёсць дадатныя і адмоўныя зарады, якія ўзаемна кампенсуюцца. Калі нейтральны праваднік унесці ў знешняе электрастатычнае поле, то пад дзеяннем электрычных сіл свабодныя электроны пачнуць рухацца ў напрамку, процілеглым вектару напружанасці поля. У выніку на канцах правадніка ўзнікнуць зарады процілеглага знака.

З'ява ўзнікнення зарадаў у незараджаным правадніку пад дзеяннем электрычнага поля называецца *электрычнай індукцыяй* або электрызацыяй праз уплыў. Зарады, якія ўзнікаюць пры гэтым, называюць індукаванымі або наведзенымі зарадамі.

Узнікненне індукаваных зарадаў можна назіраць на доследзе. У электрычнае поле дадатна зараджанага шара ўнясём праваднікі *A* і *B*, якія замацаваны на электрометрах і дакранаюцца адзін да аднаго (рыс. 2.11, *а*). Мы бачым, што стрэлкі электрометраў адхіляюцца. Гэта сведчыць аб тым, што праваднікі *A* і *B* наэлектрызаваныя.

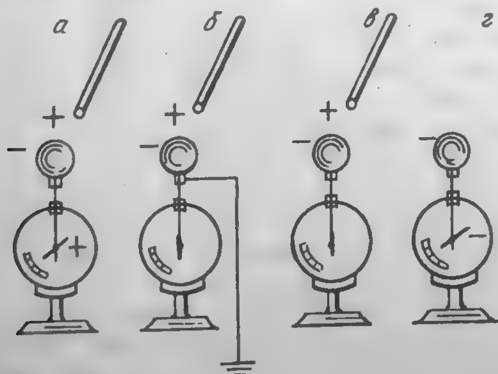



Рыс. 2.11.

Калі зараджаны шар прыняць або разрадзіць, электрызацыя праваднікоў *A* і *B* знікне. Аднак калі праваднікі *A* і *B* раз'яднаць (рыс. 2.11, *б*), то яны застаюцца наэлектрызаванымі і пасля таго, як прымаюць зараджаны шар. Калі злучыць праваднікі *A* і *B* зноў, заўважым, што электрызацыя іх знікае. Гэта сведчыць аб тым, што зарады на праводніках *A* і *B* разнайменныя, але па модулі роўныя паміж сабой.

Такім чынам, пры электрычнай індукцыі ўзнікаюць роўныя па велічыні і процілеглыя па знаку зарады.

Калі зараджаць праваднік праз уплыў, неабавязкова, каб ён складаўся з дзвюх частак, якія можна раз'яднаць. Наэлектрызуем праз уплыў металічны шар, што замацаваны на электрометры (рыс. 2.12). Калі паднесці да шара дадатна наэлектрызаваную шкляную палачку (рыс. 2.12, *а*), узнікнуць індукаваныя зарады: дадатны на ніжнім канцы стрыжня электрометра і яго стрэлцы і адмоўны на шары. Стрэлка электрометра адхіліцца. Злучым шар з зямлёй (дастаткова дакрануцца да яго рукой). Стрэлка электрометра спадае, бо адмоўны зарад пад уплывам зараджанай палачкі ўтрымліваецца на шары, а дадатны адводзіцца да зямлі (рыс. 2.12, *б*). Калі шар раз'яднаць з




Рыс. 2.12.

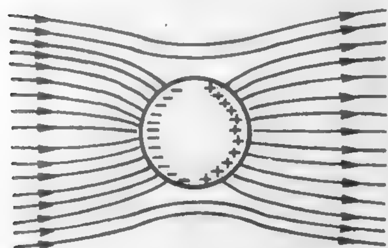
зямлёй (рыс. 2.12, *в*), адмоўны зарад застанецца на шары. Пасля аддалення палачкі (рыс. 2.12, *г*) зарад шара распаўсюджваецца па стрыжні, даходзіць да стрэлкі электрометра і яна адхіляецца.

Такім чынам, мы наэлектрызавалі шар і электрометр праз уплыў. Пры гэтым знак зараду шара процілеглы знаку зараду палачкі.

Індукаваныя зарады ў стане раўнавагі таксама размяркоўваюцца па паверхні правадніка, і іх паверхневая шчыльнасць тым большая, чым большая напружанасць поля, у якое ўносіцца праваднік.

Пры ўнясенні правадніка ў знешняе поле паверхневая шчыльнасць зарадаў узрастае да таго часу, пакуль створанае імі поле не скампенсуе знешняе поле.

Такім чынам, у стане раўнавагі напружанасць поля ўнутры правадніка роўная нулю. Усе пункты правадніка маюць адно і тое ж значэнне патэнцыялу. Паверхня правадніка з'яўляецца эквіпатэнцыяльнай. Адсюль вынікае, што лініі напружанасці вонкавага поля каля правадніка павінны быць перпендыкулярнымі яго паверхні. Таму ўнесены ў знешняе поле праваднік, нават калі ён не зараджаны, выклікае скажэнне гэтага поля.

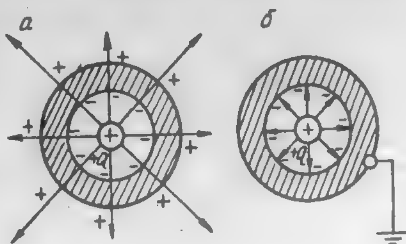

Рыс. 2.13.

На рыс. 2.13 паказана карціна аднароднага поля, якое змяняецца пры ўнясенні ў яго праводзячага шара. Частка ліній напружанасці поля разрываецца праваднікОм так, што яны заканчваюцца на адмоўных індукаваных зарадах і зноў пачынаюцца на дадатных зарадах правадніка. Некаторыя лініі дэфармуюцца і набліжаюцца да шара. Поле ўнутры шара адсутнічае.

**Электрастатычная ахова.** Індукаваныя зарады размяркоўваюцца па вонкавай паверхні правадніка. Таму, калі ўявіць сабе, што з суцэльнага правадніка выдалена яго ўнутраная частка, то атрымаецца полы замкнёны праваднік. Але ў выдаленай частцы не было лішкавых электрычных зарадаў, таму поле ў правадніку ад гэтага не зменіцца. Не зменіцца і размеркаванне зарадаў на той частцы правадніка, якая засталася. Адсюль вынікае, што пры раўнавазе электрычнае поле адсутнічае як унутры самога правадніка, так і ў яго поласці. На гэтым заснавана электрастатычная ахова.

Прыбор, які неабходна ахоўваць ад вонкавага электрычнага поля, акружаюць з усіх бакоў праводзячым экранам, напрыклад густой металічнай сеткай. Пры набліжэнні да экрана якога-небудзь зараджанага цела на ім узнікаюць індукаваныя зарады, але на прыборы, што знаходзіцца ўнутры экрана, ніякага пераразмеркавання зарадаў не адбываецца.

Узнікае пытанне, а ці можна экранаваць саму крыніцу поля — электрычны зарад? Змесцім пунктавы зарад $+Q$ у цэнтр полага шара (рыс. 2.14, *а*). На ўнутранай і вонкавай паверхнях шара індукуюцца адпаведна адмоўныя і дадатныя зарады. Па велічыні яны роўныя зараду $Q$, таму што на адмоўных зарадах унутранай паверхні заканчваюцца ўсе лініі напружанасці поля пунктавага зараду $Q$, а на дадатных зарадах вонкавай паверхні яны зноў пачынаюцца. На электрычнае поле пунктавага зараду індукаваныя зарады не ўплываюць. Унутры полага шара, згодна з тэарэмай Гаўса, яны поля не ствараюць, а па-за шарам палі адмоўнага і дадатнага індукаваных зарадаў узаемна кампенсуюцца.




Рыс. 2.14.

Адсюль вынікае, што такім чынам экранаваць зарад нельга. Электрычнае поле пранікае праз праводзячы экран, што апохлівае зарады, якія яго ствараюць.

Калі ж полы шар зазямляюць (рыс. 2.14, *б*), то дадатныя зарады, што знаходзіліся на яго вонкавай паверхні, пераходзяць у зямлю. Унутры поласці шара існуе поле пунктавага зараду, а па-за шарам палі пунктавага зараду і поле адмоўных індукаваных зарадаў узаемна кампенсуюцца.

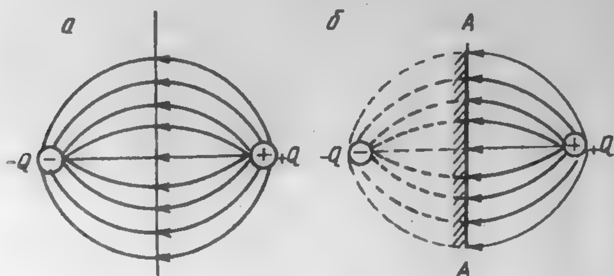
Такім чынам, праз заземлены экран электрычнае поле зараду, які ён ахоплівае, не пранікае.

**Метад адлюстравання.** Каб вызначыць электрычнае поле каля зараджанага праваднікa, трэба ведаць, як размеркаваны на ім зарады. Статычныя зарады засяроджаны на вонкавай паверхні праведніка, але як яны на ёй размеркаваны, звычайна нам невядома. Аднак гэту задачу можна рашыць, калі ўяўляць сабе розныя размеркаванні зарадаў па паверхні праваднікa і кожны раз разлічваць патэнцыял поля. Саппа раўдным будзе размеркаванне зарадаў, пры якім на ўсёй паверхні праваднікa патэнцыял мае адно і тое ж значэнне.

Гэтым метадам карыстаюцца, аднак ён вельмі грувасткі, таму пры разліках электрычнага поля больш зручны дапаможны метад, які называецца метадам адлюстравання. Сутнасць яго заключаецца ў тым, што, калі ў электрычным полі замяніць якую-небудзь эквіпатэнцыяльную паверхню праваднікoм такой жа формы з такім жа патэнцыялам, то электрычнае поле не зменіцца.

Разгледзім, напрыклад, поле двух пунктавых зарадаў $+Q$ і $-Q$, размешчаных на адлегласці $2r$ (рыс. 2.15). Плоскасць *А*, што дзеліць поле на дзве часткі і праходзіць праз сярэдзіну адлегласці паміж

зарадамі, перпендыкулярная лініям напружанасці і з'яўляецца эквіпатэнцыяльнай з $\varphi = 0$. Калі гэту эквіпатэнцыяльную плоскасць замяніць праводзячай, то карціна поля не зменіцца (рыс. 2.15, *б*).




Рыс. 2.15.

Разгледзім толькі правую частку поля. Гэта карціна поля паміж бясконцай праводзячай плоскасцю і пунктавым зарадам $+Q$. Такім чынам, задача аб электрычным полі пунктавага зараду $+Q$ паблізу бясконцай праводзячай плоскасці зводзіцца да больш простай задачы аб электрычным полі двух аднолькавых зарадаў розных знакаў.

Пад уздзеяннем зараду $+Q$ на праводзячай плоскасці індукуюцца адмоўныя зарады, размеркаванне якіх нам невядома, але іх дзеянне такое ж, як і зараду $-Q$. Гэты зарад знаходзіцца на такой жа адлегласці $r$ ад плоскасці, што і зарад $+Q$, і таму з'яўляецца яго адлюстраваннем у праводзячай плоскасці.

Такім чынам, электрычнае поле паміж пунктавым зарадам і бясконцай праводзячай плоскасцю такое ж, як і поле, што створана гэтым зарадам і яго адлюстраваннем. Або, інакш кажучы, дзеянне праводзячай плоскасці з індукаванымі зарадамі можна замяніць дзеяннем пунктавага зараду, які з'яўляецца адлюстраваннем дадзенага зараду ў гэтай плоскасці.

Напружанасць поля ў любым пункце вызначаецца згодна з прынцыпам суперпазіцыі палёў пунктавых зарадаў $+Q$ і $-Q$. А калі вядома напружанасць поля, то можна вызначыць паверхневую шчыльнасць індукаваных зарадаў і сілу, што дзейнічае на зарад $Q$. Паколькі ўсе лініі напружанасці поля, што выходзяць з зараду $Q$, заканчваюцца на праводзячай плоскасці, то поўная велічыня індукаванага на ёй зараду роўная $-Q$.

На плоскасці гэты зарад размеркаваны нераўнамерна, але з улікам таго, што лініі напружанасці поля каля правадніка перпендыкулярныя яго паверхні, паверхневую шчыльнасць індукаваных зарадаў у любым пункце паверхні правадніка можна вызначыць па формуле $\sigma = \varepsilon_0 E$.

Зусім проста знайсці сілу ўзаемадзеяння зараду $Q$ з плоскасцю. Адлегласць паміж зарадам $Q$ і яго адлюстраваннем $-Q$ роўная $2r$, таму

$$F = KQ/(2r)^2 .$$

Мы разгледзелі найбольш просты выпадак, калі пунктавы зарад знаходзіцца каля бясконцай плоскай паверхні праваднiка. Аднак метад адлюстравання можа быць выкарыстаны і для праваднікоў больш складанай формы. Неабходна толькі падабраць пунктавыя зарады, якія стваралі б такое ж поле, што і індукаваныя зарады на паверхні праваднiка. Велічыня і размеркаванне гэтых фіктыўных зарадаў павінна выбірацца такім чынам, каб адна з эквіпатэнцыяльных паверхняў поля, якое створана дадзенымі і фіктыўнымі зарадамі, супадала з паверхняй праваднiка.

## 3. ЭЛЕКТРАЁМІСТАСЦЬ. КАНДЭНСАТАРЫ

### 3.1. Электраёмістасць адасобленага праваднiка

Дослед паказвае, што калі розным праваднікам надаць аднолькавыя зарады, то патэнцыялы іх будуць рознымі. Інакш кажучы, каб зарадзіць розныя праваднікі да аднаго і таго ж значэння патэнцыялу, ім неабходна надаць розныя электрычныя зарады. Такім чынам, праваднікі адрозніваюцца адзін ад аднаго фізічнай уласцівасцю, якую характарызуюць велічынёй, што называецца электраёмістасцю або проста ёмістасцю.

Ёмістасць праваднiка залежыць ад цел, што яго акружаюць, таму разгледзім спачатку адасоблены праваднік. Адасобленым лічыцца праваднік, які знаходзіцца так далёка ад іншых цел, што яны не могуць уплываць на размеркаванне на ім зарадаў. Будзем лічыць таксама, што патэнцыял поля зараджанага адасобленага праваднiка ў бясконцасці $\varphi_\infty = 0$ .

Нададзім адасобленаму праваднiку порцыю зараду $\Delta Q$ . Гэты зарад павінен размяркоўвацца па паверхні праваднiка з рознай паверхневай шчыльнасцю так, каб выконваліся ўмовы раўнавагі (2.1) і (2.2). Такім жа чынам будуць размяркоўвацца і любыя іншыя дадатковыя порцыі зараду, інакш не выконваліся б умовы раўнавагі.

Адсюль вынікае, што паверхневая шчыльнасць зараду ў любым пункце паверхні праваднiка прапарцыйная зараду праваднiка. Таму пры павелічэнні зараду праваднiка ў некалькі разоў, згодна з формулай (2.4), у столькі ж разоў павялічыцца напружанасць поля ў навакольнай прасторы, а таксама работа, якую неабходна выканаць, каб перанесці

адзінкавы дадатны зарад з бясконцасці на паверхню правадніка, г. зн. патэнцыял правадніка.

Такім чынам, патэнцыял адасобленага правадніка прапарцыйны яго зараду $Q$ : $Q = C\varphi$ . Каэфіцыент

$$C = Q/\varphi \tag{3.1}$$

называецца электраёмістасцю адасобленага правадніка.

Электраёмістасць адасобленага правадніка лікава роўная электрычнаму зараду, які павышае яго патэнцыял на адзінку. На электраёмістасць адасобленага правадніка ўплываюць яго форма і памеры. Ад матэрыялу правадніка і яго агрэгатнага стану электраёмістасць не залежыць.

Паколькі лішкавыя зарады на правадніках размяркоўваюцца толькі на іх вонкавай паверхні, электраёмістаць не залежыць ад наяўнасці або адсутнасці поласцей унутры правадніка. Адзначым таксама, што на ёмістасць правадніка не ўплывае, зараджаны ён ці не.

Вызначым ёмістасць адасобленага шара радыусам $R$, які знаходзіцца ў вакууме. Нададзім шару зарад $Q$ і вызначым яго патэнцыял.

У любым пункце прасторы на адлегласці $r$ ад цэнтра зараджанага шара напружанасць электрычнага поля $E = Q/(4\pi\varepsilon_0 r^2)$ .

Паводле формулы (1.28) можна запісаць

$$\varphi - \varphi_\infty = \int_R^\infty E_r dr = \int_R^\infty Q dr/(4\pi\varepsilon_0 r^2) = Q/(4\pi\varepsilon_0 R) .$$

З улікам таго, што $\varphi_\infty = 0$ , атрымаем

$$\varphi = Q/(4\pi\varepsilon_0 R) . \tag{3.2}$$

Калі выраз (3.2) падставіць у (3.1), будзем мець

$$C = Q/\varphi = 4\pi\varepsilon_0 R . \tag{3.3}$$

Такім чынам, ёмістасць адасобленага шара прапарцыйная яго радыусу.

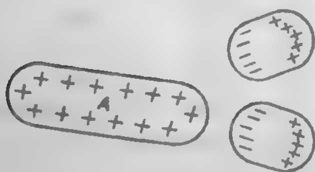
Формула (3.1) дазваляе ўвесці адзінку электраёмістасці. Электраёмістасць правадніка роўная адзінцы, калі пры наданні яму зараду 1 Кл яго патэнцыял змяняецца на 1 В. Гэту адзінку называюць фарад (Ф), $1Ф = 1Кл/В$ . Фарад вельмі вялікая адзінка, таму на практыцы выкарыстоўваюць долевыя адзінкі — мікрафарад ( 1 мкФ = $= 10^{-6}$ Ф) і пікафарад ( 1 пФ = $10^{-12}$ Ф).

## 3.2. Кандэнсатары

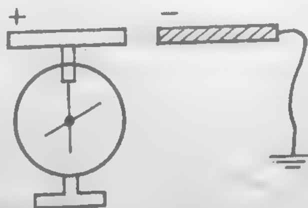
Электраёмістасць адасобленага праваднiка невялікая. Таму на практыцы выкарыстоўваюць сістэмы праваднікоў, якія здольныя назапашваць вялікія колькасці зарадаў. Калі праваднік $A$ не адасоблены (рыс. 3.1), яго электраёмістасць узрастае. Сапраўды, пры наданні праваднiку $A$ зараду $Q$ на іншых праваднiках праз уплыў узнікаюць індукаваныя зарады. Індукаваныя зарады з процілеглым зараду $Q$ знакам размяшчаюцца бліжэй да праваднiка $A$, чым аднайменныя, і таму аказваюць большы ўплыў на яго патэнцыял. Патэнцыял праваднiка $A$ змяншаецца, што, згодна з формулай (3.1), азначае павелічэнне яго электраёмістасці.

Гэту з'яву можна назіраць на наступным доследзе. Наэлектрызуем дыск, што замацаваны на электрометры (рыс. 3.2). Стрэлка электрометра адхіліцца на некаторы вугал. Калі да дыска паднесці металічны прадмет, вугал адхілення стрэлкі зменшыцца.

Асаблівую цікавасць выклікае сістэма з двух праваднікоў, якія размешчаны блізка адзін да аднаго і маюць такую форму, што поле, створанае назапашанымі на іх зарадамі, роўнымі па велічыні і процілеглымі па знаку, засяроджана ў абмежаванай частцы прасторы паміж імі. Такую сістэму называюць *кандэнсатарам*, а праваднікі — абкладкамі кандэнсатара. У залежнасці ад формы абкладак кандэнсатары бываюць плоскія, сферычныя або цыліндрычныя. Абкладкі кандэнсатара могуць знаходзіцца ў вакууме, у паветры або быць ізаляваныя адна ад адной якім-небудзь дыэлектрыкам.




Рыс. 3.1.




Рыс. 3.2.

Паколькі электрычнае поле зараджанага кандэнсатара засяроджана толькі паміж яго абкладкамі, лініі напружанасці пачынаюцца на адной з іх і заканчваюцца на другой. Таму зарады на абкладках кандэнсатара аднолькавыя па велічыні і розныя па знаку.

Каб зарадзіць кандэнсатар, неабходна надаць зарад адной з яго абкладак, а другую зазямліць. На зазямленай абкладцы па індукцыі ўзнікае зарад, процілеглы па знаку і роўны па велічыні зараду першай абкладкі.

Можна таксама зарадзіць кандэнсатар, калі далучыць яго абкладкі да полюсаў крыніцы напружання. Пад зарадам $Q$ кандэнсатара разумеюць абсалютнае значэнне зараду адной з яго абкладак.

Ёмістасцю кандэнсатара называецца велічыня $C = Q/(\varphi_1 - \varphi_2)$, дзе $Q$ — зарад кандэнсатара; $\varphi_1 - \varphi_2$ — рознасць патэнцыялаў паміж яго абкладкамі.

Апошнюю формулу можна запісаць у выглядзе

$$C = Q/U\,, \tag{3.4}$$

дзе $U = \varphi_1 - \varphi_2$ — напружанне паміж абкладкамі кандэнсатара.

Ёмістасць кандэнсатара вымяраецца ў тых жа адзінках, што і ёмістасць адасобленага правадніка.

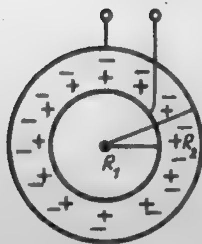
Рыс. 3.3.

**Плоскі кандэнсатар.** Плоскі кандэнсатар уяўляе сабой сістэму з дзвюх металічных пласцін плошчай $S$ кожная, якія размешчаны на адлегласці $d$ адна ад адной (рыс. 3.3). Калі пласцінам надаць зарады $Q$ розных знакаў, яны размяркуюцца на іх унутраных паверхнях з паверхневымі шчыльнасцямі $+\sigma$ і $-\sigma$.

Будзем лічыць, што адлегласць паміж пласцінамі вельмі малая ў параўнанні з іх памерамі. Тады межавыя эфекты можна не ўлічваць і напружанасць поля паміж пласцінамі вызначыць па формуле для бясконцых пласцін: $E = \sigma/\varepsilon_0$.

Напружанне паміж абкладкамі (вось $X$ перпендыкулярная абкладкам)

$$U = \varphi_1 - \varphi_2 = \int_0^d E dx = \sigma/\varepsilon_0 \int_0^d dx = \sigma d/\varepsilon_0\,.$$



Рыс. 3.4.

З улікам, што $\sigma = Q/S$, паводле формулы (3.1) ёмістасць плоскага кандэнсатара

$$C = \varepsilon_0 S/d\,. \tag{3.5}$$

**Сферычны кандэнсатар.** Сферычны кандэнсатар складаецца з дзвюх канцэнтрычных сферычных абкладак, радыусы якіх адпаведна роўныя $R_1$ і $R_2$ (рыс. 3.4). Электрычнае поле такога кандэнсатара ствараецца роўнымі па велічыні зарадамі $+Q$ і $-Q$, якія раўнамерна размеркаваны па паверхні абкладак.

Згодна з тэарэмай Гаўса, электрычнае поле ўнутры заряджанай сферы адсутнічае. Таму электрычнае поле паміж абкладкамі кандэн-

сатара ствараецца толькі зарадам, што размеркаваны на яго ўнутранай абкладцы. Напружанасць гэтага поля $E = Q/(4\pi\varepsilon_0 r^2)$.

Напружанне паміж абкладкамі кандэнсатара

$$U = \varphi_1 - \varphi_2 = \int_{R_1}^{R_2} E dr = Q/(4\pi\varepsilon_0) \int_{R_1}^{R_2} dr/r = Q(1/R_1 - 1/R_2)/(4\pi\varepsilon_0),$$

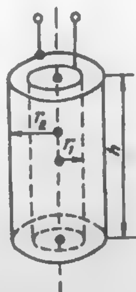
што з улікам выразу (3.1) дае магчымасць запісаць формулу ёмістасці сферычнага кандэнсатара:

$$C = 4\pi\varepsilon_0 R_1 R_2/(R_2 - R_1). \tag{3.6}$$

Калі $R_2 \to \infty$, унутраную абкладку сферычнага кандэнсатара можна разглядаць як адасоблены шар ёмістасцю $C = 4\pi\varepsilon_0 R$, што супадае з формулай (3.3).

Калі $R_2 - R_1 = d << R_1$, то $R_1 \approx R_2$ і $C = 4\pi\varepsilon_0 R_1^2/d$, дзе $S = 4\pi R_1^2$ — плошча паверхні абкладкі, што супадае з формулай ёмістасці плоскага кандэнсатара (3.5).

**Цыліндрычны кандэнсатар.** Цыліндрычны кандэнсатар складаецца з двух устаўленых адзін у адзін полых кааксіяльных цыліндраў радыусамі $R_1$ і $R_2$ і даўжынёй $h$ (рыс. 3.5).



Рыс. 3.5.

Калі даўжыня абкладак $h$ значна большая, чым зазор $d = R_2 - R_1$ паміж імі, то рассейванне поля каля краёў кандэнсатара можна не браць пад увагу і напружанасць у зазоры вылічыць па формуле $E = \gamma(2\pi\varepsilon_0 r) = Q/(2\pi\varepsilon_0 rh)$, дзе $Q = \gamma h$ — зарад абкладак; $\gamma$ — зарад, што прыходзіцца на адзінку даўжыні абкладкі (лінейная шчыльнасць зараду).

Напружанне паміж абкладкамі

$$U = \varphi_1 - \varphi_2 = \int_{R_1}^{R_2} E dr = Q/(2\pi\varepsilon_0 h) \int_{R_1}^{R_2} dr/r = Q/(2\pi\varepsilon_0 h)\ln(R_2/R_1).$$

Паводле азначэння электраёмістасць $C = Q/U$, таму

$$C = 2\pi\varepsilon_0 h/\ln(R_2/R_1). \tag{3.7}$$

Калі $d = R_2 - R_1 << R_1$, то раўнанне (3.7) спрашчаецца. Згодна з формулай $\ln(1 + x)$, сапраўднай для $x << 1$, будзем мецць

$$\ln(R_2/R_1) = \ln[(1+(R_2 - R_1)/R_1] = \ln(1 + d/R_1) \approx d/R_1 . \qquad (3.8)$$

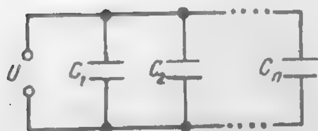
Таму замест формулы (3.7) можна запісаць: $C = 2\pi\varepsilon_0 hR_1/d = \varepsilon_0 S/d$, дзе $S = 2\pi R_1 h$ — плошча абкладкі кандэнсатара, што супадае з формулай ёмістасці плоскага кандэнсатара (3.5).

### 3.3. Злучэнне кандэнсатараў

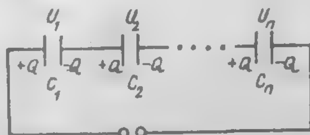
Кожны кандэнсатар характарызуецца ёмістасцю і максімальным рабочым напружаннем. Каб атрымаць неабходную ёмістасць пры пэўным напружанні, кандэнсатары злучаюць у групы (батарэі). Злучэнне можа быць паралельным, паслядоўным або камбінаваным (змешаным).

Пры паралельным злучэнні $n$ кандэнсатараў ёмістасцю $C_1$, $C_2$, ..., $C_n$ (рыс. 3.6) напружанне $U$ для ўсіх кандэнсатараў будзе аднолькавым. Таму іх зарады адпаведна роўныя: $Q_1 = C_1U$, $Q_2 = C_2U$, ... ,$Q_n = C_nU$, а зарад усёй батарэі

$$Q = Q_1 + Q_2 + \ldots + Q_n = \sum_{i=1}^{n} Q_i = U\sum_{i=1}^{n} C_i .$$




Рыс. 3.6.




Рыс. 3.7.

Адсюль ёмістасць батарэі

$$C = Q/U = \sum_{i=1}^{n} C_i . \qquad (3.9)$$

Такім чынам, пры паралельным злучэнні кандэнсатараў іх агульная электраёмістасць роўная суме электраёмістасцей асобных кандэнсатараў.

На рыс. 3.7 паказана паслядоўнае злучэнне $n$ кандэнсатараў. Калі першай пласціне кандэнсатара $C_1$ надаць зарад $+Q$, то на другой яго

пласціне па індукцыі ўзнікае зарад $-Q$, а на першай пласціне кандэнсатара $C_2$ зарад $+Q$ і г. д. На другой пласціне кандэнсатара $C_n$ узнікае зарад $-Q$.

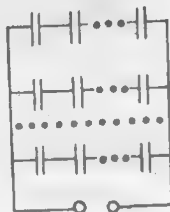
Такім чынам, зарады на абкладках усіх кандэнсатараў аднолькавыя і роўныя $Q$. Таму $U_1 = Q/C_1$, $U_2 = Q/C_2$, $U_n = Q/C_n$.

Напружанне батарэі $U$ роўнае суме напружанняў на асобных кандэнсатарах:

$$U = \sum_{i=1}^{n} U_i = \sum_{i=1}^{n} Q/C_i = Q\sum_{i=1}^{n} 1/C_i .$$

Адсюль

$$1/C = U/Q = \sum_{i=1}^{n} 1/C_i . \qquad (3.10)$$



Рыс. 3.8.

Такім чынам, пры паслядоўным злучэнні кандэнсатараў велічыня, адваротная ёмістасці батарэі, роўная суме велічынь, адваротных ёмістасцям асобных кандэнсатараў.

На рыс. 3.8 паказана змешанае злучэнне кандэнсатараў. Ёмістасць батарэі ў гэтым выпадку можна вызначыць, калі выкарыстаць формулы (3.9) і (3.10).

# 4. ДЫЭЛЕКТРЫКІ Ў ЭЛЕКТРЫЧНЫМ ПОЛІ

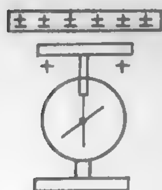
## 4.1. Палярызацыя дыэлектрыкаў

*Дыэлектрыкамі* (або ізалятарамі) называюцца рэчывы, якія не праводзяць электрычны ток. У адрозненне ад металаў у ідэальных дыэлектрыках няма свабодных носьбітаў зарадаў, якія пад уздзеяннем электрычнага поля маглі б перамяшчацца па ўсім яго аб'ёме. Атамы і малекулы дыэлектрыка складаюцца з аднолькавай колькасці дадатна і адмоўна зараджаных часціц (пратонаў і электронаў) і з'яўляюцца электрычна нейтральнымі. Зарады, што ўваходзяць у склад малекулы дыэлектрыка звязаныя адзін з адным і могуць быць раз'яднаныя толькі пры ўздзеянні на іх вельмі моцнага поля. Таму іх называюць звязанымі.

Унутры або на паверхні дыэлектрыка могуць знаходзіцца зарады, якія не ўваходзяць у састаў яго малекул. Гэтыя зарады называюць свабоднымі (або староннімі). Свабоднымі з'яўляюцца таксама ўсе зарады, якія знаходзяцца за межамі дыэлектрыка.

Калі дыэлектрык унесці ў вонкавае электрычнае поле, то назіраюцца з'явы, якія нагадваюць электрастатычную індукцыю ў праваднiках. Сапраўды, калі да зараджанага электрометра прыбліжаюць незара-

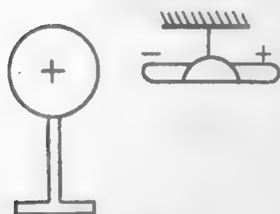
джаны дыэлектрык, напрыклад тоўстую шкляную пласціну (рыс. 4.1), то яго паказанне змяншаецца і аднаўляецца зноў толькі пасля яе аддалення.



Рыс. 4.1.

Такая ж з'ява назіраецца, калі замест дыэлектрыка да электрометра набліжаюць праваднік. Паколькі вядома, што ў праводніку ўзнікаюць індукаваныя зарады, якія ўплываюць на паказанне электрометра, то можна меркаваць, што на дыэлектрыку ў электрычным полі таксама ўзнікаюць зарады. На ніжняй паверхні пласціны, што знаходзіцца бліжэй да электрометра, узнікаюць зарады, процілеглыя па знаку зараду электрометра, а на верхняй — аднайменныя з ім (рыс. 4.1).

Аб гэтым жа сведчыць і другі дослед. Калі да шклянога стрыжня, які падвешаны на тонкай ніці (рыс. 4.2), наблізіць зараджаны шар, то стрыжань павернецца так, што яго вось будзе накіравана ўздоўж радыуса шара, г. зн. уздоўж ліній напружанасці поля. Гэта сведчыць пра тое, што на бліжэйшым да шара канцы стрыжня ўзнік зарад, процілеглы па знаку зараду шара, а на другім канцы стрыжня — зарад таго ж знака. Такім чынам, у незараджаных дыэлектрыках у электрычным полі ўзнікаюць электрычныя зарады процілеглых знакаў, або полюсы. Таму і сама з'ява атрымала назву палярызацыі дыэлектрыкаў. Зарады, што ўзнікаюць пры палярызацыі дыэлектрыка, называюцца палярызацыйнымі. *Палярызацыйныя зарады* — гэта звязаныя зарады, яны застаюцца лакалізаванымі ў тым месцы, дзе ўзнікаюць і не могуць быць аддзелены адзін ад аднаго. Пры палярызацыі дыэлектрыка яго сумарны зарад застаецца роўным нулю.



Рыс. 4.2.

Палярызацыю дыэлектрыкаў упершыню назіраў М. Фарадэй. Ён заўважыў, што, калі паміж абкладкамі кандэнсатара змясціць дыэлектрык, то ёмістасць яго павялічваецца ў некалькі разоў. Пазней было ўстаноўлена, што ёмістасць кандэнсатара залежыць ад уласцівасцей дыэлектрыка, які запаўняе прастору паміж яго абкладкамі.

Для характарыстыкі электрычных уласцівасцей дыэлектрыкаў уведзена асобая велічыня $\varepsilon$, якая называецца *дыэлектрычнай пранікальнасцю.* Яна паказвае, у колькі разоў павялічваецца ёмістасць кандэнсатара, калі прастора паміж яго абкладкамі цалкам запоўнена дыэлектрыкам. Дыэлектрычная пранікальнасць залежыць ад прыроды дыэлектрыка і ўмоў, пры якіх ён знаходзіцца (тэмпературы, ціску і г. д.). Доследы паказваюць, што для ўсіх рэчываў $\varepsilon > 1$. Для вакуума $\varepsilon = 1$.

дыэлектрычныя пранікальнасці некаторых рэчываў прыведзены ў табл. 4.1.

Табліца 4.1

| Рэчыва | $\varepsilon$ | Рэчыва | $\varepsilon$ |
|---|---|---|---|
| Паветра | 1,006 | Фарфор | 4—7 |
| Парафін | 2 | Слюда | 6—7 |
| Эбаніт | 3—4 | Бурштын | 12 |
| Сера | 4 | Газа | 2 |
| Шкло | 5—7 | Вада | 81 |

Каб паказаць, што ўплыў дыэлектрыка на ёмістасць кандэнсатара абумоўлены яго палярызацыяй, разгледзім плоскі кандэнсатар, на пласцінах якога размеркаваны зарады з паверхневай шчыльнасцю $+\sigma$ і $-\sigma$ (рыс. 4.3).

Няхай адлегласць паміж пласцінамі $d$, а плошча кожнай пласціны $S$. Як вядома, ёмістасць плоскага кандэнсатара ў вакууме $C_0 = \varepsilon_0 S/d$.

Калі прастору паміж пласцінамі кандэнсатара запоўніць аднародным дыэлектрыкам, яго ёмістасць павялічыцца і будзе роўнай

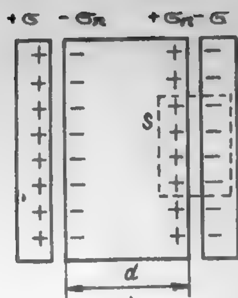
$$C = \varepsilon C_0 = \varepsilon_0 \varepsilon S/d. \tag{4.1}$$

Зарад на абкладках кандэнсатара застаецца нязменным, таму з формулы $C = Q/U$ вынікае, што ў $\varepsilon$ разоў зменшылася рознасць патэнцыялаў $U$ паміж пласцінамі, а гэта значыць, што ў столькі ж разоў зменшылася і напружанасць поля, бо $E = U/d$.

Такім чынам, калі напружанасць поля паміж пласцінамі кандэнсатара ў вакууме была $E_0$, то пасля ўнясення дыэлектрыка, яна зменшылася і стала роўнай

$$E = E_0/\varepsilon, \tag{4.2}$$

хоць зарады на пласцінах кандэнсатара засталіся нязменнымі. Гэта адбываецца толькі таму, што на паверхні дыэлектрыка ўзнікаюць палярызацыйныя зарады. Такую выснову можна зрабіць, калі прымяніць тэарэму Гаўса. Выдзелім замкнёную паверхню $S$, як гэта паказана на рыс. 4.3. Паток вектара напружанасці праз гэту паверхню абумоўлены зарадам, што знаходзіцца ў аб'ёме, які яна абмяжоўвае. Паколькі напружанасць поля пры ўнясенні дыэлектрыка змяншаецца, змяншаецца поўны зарад унутры паверхні $S$. Адсюль вынікае, што на




Рыс. 4.3.

паверхні дыэлектрыка ўзнікае палярызацыйны зарад, знак якога процілеглы знаку зараду пласціны. Паверхневая шчыльнасць палярызацыйных зарадаў $\sigma_п$ меншая за паверхневую шчыльнасць свабодных зарадаў $\sigma$ на пласцінах кандэнсатара ($\sigma_n < \sigma$), бо поле ў дыэлектрыку хоць і зменшылася, але не роўнае нулю. На прыкладзе плоскага кандэнсатара мы бачым, што поле ўнутры дыэлектрыка аслабляецца. Гэта выснова сапраўдная і для кандэнсатара любой формы. Калі адасоблены праваднік знаходзіцца ў аднародным ізатропным дыэлектрыку, які запаўняе ўсю навакольную прастору, то яго ёмістасць у $\varepsilon$ разоў большая, чым ў вакууме, а г. зн. што электрычнае поле і патэнцыял у столькі ж разоў меншыя.

Адпаведна зменшыцца і поле пунктавага зараду, які змешчаны ў бязмежны аднародны дыэлектрык. Калі дыэлектрычная пранікальнасць дыэлектрыка $\varepsilon$, то напружанасць і патэнцыял поля будуць вызначацца формуламі:

$$E = Q/(4\pi\varepsilon_0\varepsilon r^2)\,;\;\; \varphi = Q/(4\pi\varepsilon_0\varepsilon r)\,. \tag{4.3}$$

Ад уласцівасцей асяроддзя (дыэлектрычнай пранікальнасці) залежыць і сіла ўзаемадзеяння зарадаў.

Калі пунктавыя зарады знаходзяцца ў аднародным ізатропным бязмежным дыэлектрыку, закон Кулона можна запісаць у выглядзе

$$F = Q_1Q_2/(4\pi\varepsilon_0\varepsilon r^2)\,. \tag{4.4}$$

Аднак трэба мець на ўвазе, што формула (4.4) сапраўдная толькі ў тым выпадку, калі дыэлектрыкам з'яўляецца вадкасць або газ, якія запаўняюць усю прастору вакол зарадаў. Калі дыэлектрык цвёрды, формулай (4.4) карыстацца нельга. Каб змясціць зарад унутр цвёрдага дыэлектрыка, ў ім неабходна зрабіць поласць, а поле ўнутры поласці не будзе заставацца тым, якім яно было ў дыэлектрыку пры яе адсутнасці.

Увядзенне дыэлектрычнай пранікальнасці дазваляе ўлічыць уплыў дыэлектрыка на параметры электрычнага поля. Пры гэтым за крыніцы электрычных палёў прымаюцца толькі свабодныя зарады, а дыэлектрык разглядаецца як фактар, што аслабляе поле. Таму ўсе формулы, якія апісваюць электрычнае поле ў вакууме, застаюцца сапраўднымі і для бясконцага аднароднага ізатропнага дыэлектрыка, але ў формулах,

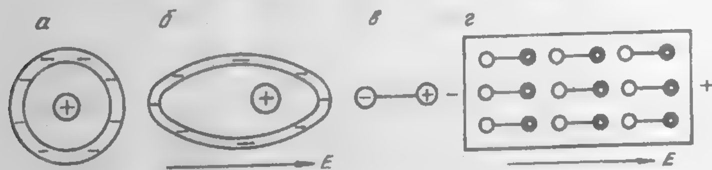
што ўтрымліваюць электрычную пастаянную $\varepsilon_0$, замест $\varepsilon_0$ неабходна падставіць $\varepsilon_0 \varepsilon$.

Такое апісанне дыэлектрыкаў называецца фенаменалагічным. Пры фенаменалагічным апісанні фізічны сэнс дыэлектрычнай пранікальнасці застаецца нявысветленым. Каб высветліць фізічны сэнс дыэлектрычнай пранікальнасці, неабходна разгледзець механізм палярызацыі.

Механізм узнікнення палярызацыйных зарадаў у дыэлектрыках залежыць ад іх будовы.

Усе дыэлектрыкі можна падзяліць на дзве групы: непалярныя, што складаюцца з непалярных малекул або атамаў, і палярныя, якія складаюцца з палярных малекул.

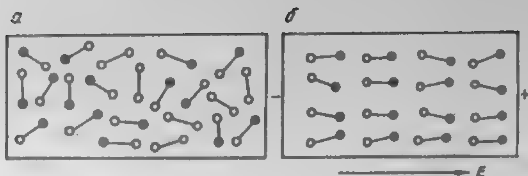
Непалярную малекулу (або атам) схематычна можна ўявіць у выглядзе дадатна зараджанага ядра, сіметрычна абкружанага адмоўна зараджанай электроннай абалонкай (рыс. 4.4, *а*). Пры адсутнасці вонкавага электрычнага поля цэнтры размеркавання дадатных і адмоўных зарадаў такой малекулы супадаюць, і адносна вонкавай прасторы яна з'яўляецца нейтральнай.




Рыс. 4.4.

Пад уплывам электрычнага поля напружанасцю **E** дадатныя і адмоўныя зарады малекулы (атама) зрушваюцца ў процілеглыя бакі і цэнтры размеркавання дадатнага і адмоўнага зарадаў перастаюць супадаць (рыс. 4.4, *б*). Малекула (атам) ператвараецца ў электрычны дыполь, вось якога арыентавана ўздоўж лініі поля (рыс. 4.4, *в*). Калі ўзор дыэлектрыка з непалярнымі малекуламі ўнесці ў электрычнае поле, усе непалярныя малекулы ператвараюцца ў дыпольныя, якія размяшчаюцца ланцужкамі ўздоўж ліній поля (на рыс. 4.4, *г* белымі кружкамі абазначаны адмоўныя зарады, а чорнымі — дадатныя).

На паверхні дыэлектрыка, у якую ўваходзяць лініі напружанасці поля, узнікае адмоўны зарад, а на процілеглай паверхні — дадатны. У выніку дыэлектрык палярызуецца. Такі від палярызацыі называецца *электроннай*, або палярызацыяй зрушвання. Прыкладамі непалярных дыэлектрыкаў могуць служыць газы $H_2$, $N_2$, $CO_2$, $CH_4$, тэтрахларыд вугляроду $CCl_4$ у газападобным і вадкім стане, бензол, поліэтылен і інш.




Рыс. 4.5.

Ступень палярызацыі непалярных дыэлектрыкаў залежыць ад іх уласцівасцей і напружанасці поля.

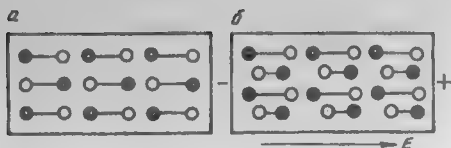
Палярныя дыэлектрыкі складаюцца з малекул, у якіх цэнтры размеркавання дадатнага і адмоўнага зарадаў не супадаюць. Малекулы такіх дыэлектрыкаў можна разглядаць як дыполі з дыпольным момантам $p = Ql$, дзе $Q$ — велічыня дадатнага або адмоўнага зараду; $l$ — адлегласць паміж цэнтрамі размеркавання дадатнага і адмоўнага зарадаў.

Да палярных дыэлектрыкаў належаць вада, спірт, ацэтон, эфір, саляная кіслата і інш. Цеплавы рух прыводзіць да хаатычнай арыентацыі дыполяў, таму іх восі маюць самыя розныя напрамкі (рыс. 4.5, *а*). Электрычны зарад на паверхні дыэлектрыка і ў яго аб'ёме ў сярэднім роўны нулю. Палярызацыя адсутнічае.

Калі палярны дыэлектрык змясціць у электрычнае поле, на кожны з яго дыполяў, згодна з формулай (1.32), будзе дзейнічаць вярчальны момант $\mathbf{M} = \mathbf{p} \times \mathbf{E}$ і ўсе дыполі будуць імкнуцца размясціцца так, каб вектары $\mathbf{E}$ і $\mathbf{p}$ былі паралельнымі. Цеплавы рух малекул будзе процідзейнічаць гэтаму. Таму пад уплывам поля адбываецца толькі частковая арыентацыя дыполяў (рыс. 4.5, *б*). Аднак у сярэднім лік дыполяў, восі якіх арыентаваны ўздоўж поля, большы за лік дыполяў, арыентаваных супраць поля. На паверхні дыэлектрыка, у якую ўваходзяць лініі поля, узнікаюць адмоўныя палярызацыйныя зарады, а на процілеглай паверхні — дадатныя. Дыэлектрык палярызуецца. Такі від палярызацыі называецца *арыентацыйнай* або дыпольнай.

Ступень арыентацыйнай палярызацыі залежыць ад уласцівасцей дыэлектрыка, напружанасці поля і тэмпературы. Трэба адзначыць, што ў палярных дыэлектрыках узнікае таксама і палярызацыя зрушвання.

Пры ўстараненні поля палярызацыя дыэлектрыка знікае, бо цеплавы рух парушае арыентацыю дыполяў. У крышталічных дыэлектрыках з іоннай рашоткай, напрыклад NaCl, кожная пара разнайменных іонаў падобная дыполю (рыс. 4.6, *а*). Пад уздзеяннем электрычнага поля гэтыя дыполі падаўжаюцца, калі іх вось накіравана ўздоўж поля, або скарачаюцца, калі іх вось накіравана супраць поля (рым. 4.6, *б*). Гэта




Рыс. 4.6.

прыводзіць да палярызацыі дыэлектрыка. Такая палярызацыя называецца *іоннай*. Ступень іоннай палярызацыі залежыць ад уласцівасцей дыэлектрыка і напружанасці поля.

## 4.2. Палярызаванасць і яе сувязь з паверхневай шчыльнасцю палярызацыйных зарадаў

Незалежна ад тыпу малекул дыэлектрыкі пад уздзеяннем знешняга поля набываюць дыпольны момант, г. зн. палярызуюцца. Колькаснай характарыстыкай палярызацыі можа служыць дыпольны момант адзінкі аб'ёму дыэлектрыка, які называецца *палярызаванасцю* дыэлектрыка і абазначаецца **P** .

Калі палярызаванасць **P** мае адно і тое ж значэнне па ўсяму дыэлектрыку, палярызацыя называецца *аднароднай.* Пры аднароднай палярызацыі палярызаванасць роўная вектарнай суме дыпольных момантаў усіх малекул, якія знаходзяцца ў адзінцы аб'ёму дыэлектрыка: $\mathbf{P} = \sum\limits_{V} \mathbf{p}_i / V$ , дзе $\mathbf{p}_i$ — дыпольны момант асобнай малекулы; $V$ — аб'ём дыэлектрыка. Пры неаднароднай палярызацыі для вызначэння палярызаванасці у якім-небудзь пункце дыэлектрыка неабходна ў наваколлі гэтага пункта выдзеліць элементарны аб'ём $\Delta V$, у межах якога палярызацыю можна лічыць аднароднай. Тады

$$\mathbf{P} = \sum_{\Delta V} \mathbf{p}_i / \Delta V . \tag{4.5}$$

Згодна з формулай (4.5), палярызаванасць у СІ вымяраецца ў кулонах на квадратны метр (Кл/м$^2$ ).

Палярызаванасць дыэлектрыка звязана з велічынёй палярызацыйных зарадаў. Калі палярызацыя аднародная, палярызацыйныя зарады ўзнікаюць толькі на паверхні дыэлектрыка. Пры неаднароднай палярызацыі палярызацыйныя зарады ўзнікаюць і ўнутры яго аб'ёму. Таму адрозніваюць паверхневыя і аб'ёмныя палярызацыйныя зарады. Абазначым паверхневую шчыльнасць палярызацыйных зарадаў $\sigma_п$ , а аб'ёмную — $\rho_п$.

Паколькі пры палярызацыі дыэлектрыка яго сумарны зарад застаецца роўным нулю, можна запісаць:

$$\int\limits_V \rho_{\text{п}}\, dV + \int\limits_S \sigma_{\text{п}}\, dS = 0\,, \qquad (4.6)$$

дзе $V$ — аб'ём узору дыэлектрыка; $S$ — плошча яго паверхні.

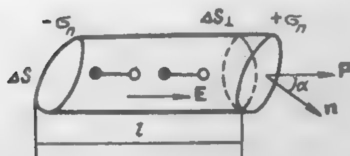
Пры аднароднай палярызацыі аб'ёмныя палярызацыйныя зарады не ўзнікаюць, таму кожны з членаў выразу (4.6) роўны нулю.

Калі палярызацыя неаднародная, то поўныя аб'ёмны ( $\int\limits_V \rho_{\text{п}}\, dV$) і паверхневы ( $\int\limits_S \sigma_{\text{п}}\, dS$ ) палярызацыйныя зарады паасобку не роўныя нулю, а роўная нулю толькі іх сума (4.6).

З формулы (4.6) вынікае, што поўны аб'ёмны палярызацыйны зарад роўны поўнаму паверхневаму палярызацыйнаму зараду з адваротным знакам:

$$\int\limits_V \rho_{\text{п}}\, dV = -\int\limits_S \sigma_{\text{п}}\, dS\,. \qquad (4.7)$$

Паміж палярызаванасцю дыэлектрыка і паверхневай шчыльнасцю палярызацыйных зарадаў, што ўзнікаюць на яго паверхні, існуе простая сувязь. Разгледзім бясконца вялікую плоскапаралельную пласціну з аднароднага дыэлектрыка, якая знаходзіцца ў аднародным полі. Палярызацыя гэтай пласціны будзе аднароднай. Выдзелім мысленна ў ёй цыліндрычны аб'ём $\Delta V$ так, каб яго ўтваральныя былі паралельнымі напружанасці поля $\mathbf{E}$ ў пласціне (рыс. 4.7).



Рыс. 4.7.

Абазначым плошчы асноў цыліндра $\Delta S$, а яго даўжыню $l$. Пад дзеяннем поля $\mathbf{E}$ на асновах цыліндра ўзнікнуць палярызацыйныя зарады з паверхневай шчыльнасцю $+\sigma_{\text{п}}$ і $-\sigma_{\text{п}}$ . На бакавой паверхні цыліндра палярызацыйныя зарады не ўзнікаюць, бо зрушванне іх адбываецца ўздоўж вектара $\mathbf{E}$ . Цыліндр набывае электрычны момант $p = \sigma_{\text{п}} \Delta Sl$ , і яго палярызаванасць $P = p/ \Delta V = \sigma_{\text{п}} \Delta Sl/ \Delta V$ .

Калі $\alpha$ — вугал паміж вектарам нармалі $\mathbf{n}$ да дадатна зараджанай асновы цыліндра і вектарам $\mathbf{P}$, то аб'ём цыліндра, як відаць з рыс. 4.7, $\Delta V = \Delta S_{\perp} l = \Delta Sl \cos\alpha$ . Таму $P = \sigma_{\text{п}}/ \cos\alpha$ , адкуль

$$\sigma_п = P \cos \alpha = P_n \,, \tag{4.8}$$

дзе $P_n$ — праекцыя вектара **P** на нармаль **n**. Формула (4.8) атрымана для дадатна зараджанай асновы цыліндра. Але яна сапраўдная і для адмоўна зараджанай асновы, бо нармаль да яе накіраваная ў процілеглы бок, і таму праекцыя $P_n$ адмоўная. На бакавой паверхні цыліндра $\sigma_п = 0$ і $P_n = 0$.

Такім чынам, формула (4.8) паказвае, што паверхневая шчыльнасць палярызацыйных зарадаў роўная нармальнай складовай палярызаванасці дыэлектрыка ў дадзеным пункце яго паверхні.

### 4.3. Электрычнае поле ў дыэлектрыках. Тэарэма Гаўса для поля ў дыэлектрыках

Любы зарад, незалежна ад таго, свабодны ён ці звязаны, стварае электрычнае поле. Таму поле ў дыэлектрыку з'яўляецца суперпазіцыяй палёў свабодных і звязаных зарадаў. Калі дыэлектрык не палярызаваны, сумарнае поле яго звязаных зарадаў роўна нулю.

У палярызаваным дыэлектрыку палярызацыйныя зарады ствараюць поле, сумарнае значэнне якога адрозніваецца ад нуля. Такім чынам, уплыў дыэлектрыка на электрастатычнае поле заключаецца ў дзеянні яго палярызацыйных зарадаў. Да дыэлектрыкаў можна прымяніць тэарэму Гаўса (1.19), калі ўлічваць не толькі свабодныя зарады $Q$, але і палярызацыйныя (звязаныя) $Q_п$.

Выдзелім у дыэлектрыку адвольны аб'ём $V$, які абмежаваны паверхняй $S$. Згодна з тэарэмай Гаўса,

$$\oint_S E_n \, dS = (Q + Q_п) / \varepsilon_0 \,, \tag{4.9}$$

дзе $Q_п = \int \rho_п \, dV$ — поўны палярызацыйны зарад, што знаходзіцца ў аб'ёме $V$; $\rho_п$ — аб'ёмная шчыльнасць гэтага зараду. Таму замест формулы (4.9) можна запісаць:

$$\oint_S \varepsilon_0 E_n \, dS = Q + Q_п = Q + \int_V \rho_п \, dV \,,$$

а з улікам выразаў (4.7) і (4.8)

$$\oint_S \varepsilon_0 E_n \, dS + \int_S P_n \, dS = Q \,,$$

або

$$\oint_S (\varepsilon_0 E_n + P_n)\, dS = Q\,. \tag{4.10}$$

Калі ўвесці новы вектар

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}\,, \tag{4.11}$$

які называецца электрычным зрушваннем (электрычнай індукцыяй), то выраз (4.10) прыме больш просты выгляд:

$$\oint_S D_n\, dS = Q\,, \tag{4.12}$$

дзе $D_n = \varepsilon_0 E_n + P_n$ — праекцыя вектара **D** на нармаль да паверхні $S$.

Як відаць з формулы (4.11), электрычнае зрушванне **D** вымяраецца ў тых жа адзінках, што і палярызаванасць **P**, г. зн. у кулонах на метр квадратны (Кл/м$^2$).

Выраз (4.12) уяўляе сабой тэарэму Гаўса для дыэлектрыкаў, якая фармулюецца так: *паток вектара электрычнага зрушвання праз любую замкнёную паверхню роўны суме свабодных зарадаў, што знаходзяцца ўнутры гэтай паверхні.*

Мы бачым, што паток вектара **D** праз замкнёную паверхню вызначаецца толькі свабоднымі зарадамі. Таму ў адрозненне ад ліній вектара **E**, якія пачынаюцца і заканчваюцца як на свабодных, так і на звязаных зарадах, лініі вектара **D** пачынаюцца і заканчваюцца толькі на свабодных зарадах. У пунктах, дзе знаходзяцца звязаныя зарады, лініі вектара электрычнага зрушвання не разрываюцца. Каб вызначыць вектар **D**, дастаткова ведаць размеркаванне толькі свабодных зарадаў, на размеркаванне звязаных зарадаў можна не звяртаць увагі. Таму пры апісанні поля ў дыэлектрыках больш зручна карыстацца вектарам **D**, чым **E**.

Аднак, у рэшце рэшт, цікавіць не **D**, а **E**. Таму трэба ведаць сувязь паміж імі. У вакууме гэта сувязь вельмі простая. Улічваючы, што $P = 0$, з выразу (4.1) вынікае

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E}_0\,, \tag{4.13}$$

дзе $\mathbf{E}_0$ — напружанасць поля ў вакууме.

Каб знайсці сувязь паміж вектарамі **D** і **E** ў дыэлектрыку, трэба ведаць, як залежыць палярызаванасць **P** дыэлектрыка ад напружанасці поля **E**.

Амаль для ўсіх дыэлектрыкаў (выключэннем з'яўляюцца сегнетаэлектрыкі) гэта сувязь з'яўляецца простай.

Доследы паказваюць, што незалежна ад тыпу малекул палярызаванасць ізатропных дыэлектрыкаў прапарцыйная напружанасці поля ў тым жа пункце:

$$\mathbf{P} = \varepsilon_0 \varkappa \mathbf{E}, \tag{4.14}$$

дзе $\varkappa$ — дыэлектрычная ўспрымальнасць.

Лінейная залежнасць (4.14) палярызаванасці **P** ад напружанасці поля **E** тлумачыцца тым, што звычайна поле, якое выклікае палярызацыю, значна меншае за напружанасці мікрапалёў унутры атамаў і малекул. У вельмі моцных палях лінейная залежнасць паміж **P** і **E** можа парушацца.

Калі (4.14) падставіць у формулу (4.11), то атрымаем

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E} + \varepsilon_0 \varkappa \mathbf{E} = \varepsilon_0 (1 + \varkappa) \mathbf{E}, \tag{4.15}$$

або

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \varepsilon \mathbf{E}, \tag{4.16}$$

дзе $\varepsilon = 1 + \varkappa$.

Пакажам, што $\varepsilon = 1 + \varkappa$ — гэта дыэлектрычная пранікальнасць дыэлектрыка, якая была ўведзена раней.

Згодна з формулай (4.2),

$$\varepsilon = E_0 / E, \tag{4.17}$$

дзе $E_0$ і $E$ — напружанасці поля ў вакууме і ў дыэлектрыку адпаведна.

Калі падставім $E_0$ і $E$ з формул (4.13) і (4.15) у (4.17), то атрымаем

$$\varepsilon = 1 + \varkappa. \tag{4.18}$$

Такім чынам, у аднародным бязмежным ізатропным дыэлектрыку сувязь паміж вектарамі **D** і **E** простая; яны маюць адзін і той жа напрамак і адрозніваюцца толькі множнікам $\varepsilon_0 \varepsilon$. Таму, каб вызначыць напружанасць поля ў дыэлектрыку, не трэба ўлічваць размеркаванне палярызацыйных зарадаў, а дастаткова ведаць размеркаванне свабод-

ных (старонніх) зарадаў і вызначыць вектар **D**, карыстаючыся тэарэмай Гаўса (4.12). Згодна з (4.16), напружанасць поля

$$\mathbf{E} = \mathbf{D}/(\varepsilon_0 \varepsilon) . \quad (4.19)$$

Формулу (4.19) можна выкарыстоўваць і тады, калі дыэлектрык мае канечныя памеры, але пры ўмове, што яго паверхні супадаюць з эквіпатэнцыяльнымі паверхнямі (напрыклад, слой дыэлектрыка паміж абкладкамі сферычнага кандэнсатара). Інакш кажучы, паверхня дыэлектрыка павінна быць перпендыкулярнай вектару напружанасці поля. У гэтым выпадку напружанасць поля **E** ў дыэлектрыку ў $\varepsilon$ разоў меншая за напружанасць поля свабодных зарадаў $\mathbf{E}_0$.

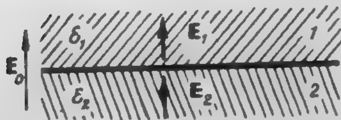
Асабліва відавочная роля вектара **D**, калі асяроддзе, у якім вызначаецца поле, неаднароднае.

Часцей за ўсё асяроддзе складаецца з розных дыэлектрыкаў, якія падзелены межамі. На гэтых межах дыэлектрычная пранікальнасць $\varepsilon$ змяняецца скачком. Таму, згодна з выразам (4.3), на межах дыэлектрыкаў скачком змяняецца і электрычнае поле. Каб апісаць электрычнае поле, трэба ведаць, як паводзяць сябе вектары **E** і **D** на межах дыэлектрыкаў. Судачыненні, якія характарызуюць змяненні вектараў **E** і **D** на межах паміж дыэлектрыкамі, называюцца межавымі ўмовамі.

## 4.4. Умовы на мяжы падзелу двух дыэлектрыкаў

Паверхня дыэлектрыка заўсёды з'яўляецца мяжой падзелу двух асяроддзяў, напрыклад дыэлектрыкаў з рознымі дыэлектрычнымі пранікальнасцямі $\varepsilon_1$ і $\varepsilon_2$, дыэлектрыка і вакуума або дыэлектрыка і правадніка.

Разгледзім умовы, якім задавальняюць вектары **E** і **D** на мяжы падзелу двух аднародных ізатропных дыэлектрыкаў з дыэлектрычнымі пранікальнасцямі $\varepsilon_1$ і $\varepsilon_2$, што запаўняюць усю прастору.




Рыс. 4.8.

Будзем лічыць, што паверхня падзелу не ўтрымлівае свабодных зарадаў, а вектар напружанасці знешняга поля $\mathbf{E}_0$ накіраваны перпендыкулярна гэтай паверхні (рыс. 4.8). Згодна з формулай (4.2), напружанасці поля ў дыэлектрыках адпаведна роўныя: $E_1 = E_0/\varepsilon_1$, $E_2 = E_0/\varepsilon_2$, адкуль вынікае, што

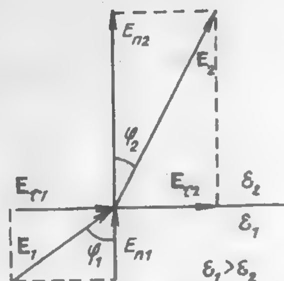
$$\varepsilon_1 E_1 = \varepsilon_2 E_2 . \qquad (4.20)$$

У разглядаемым выпадку напружанасці поля $\mathbf{E}_1$ і $\mathbf{E}_2$ перпендыкулярныя паверхні падзелу дыэлектрыкаў, таму замест формулы (4.20) можна запісаць:

$$\varepsilon_1 E_{n1} = \varepsilon_2 E_{n2} , \qquad (4.21)$$

дзе $E_{n1}$ і $E_{n2}$ — праекцыі вектараў $\mathbf{E}_1$ і $\mathbf{E}_2$ на нармаль да паверхні падзелу дыэлектрыкаў.

З формулы (4.21) вынікае, што $E_{n1}/E_{n2} = \varepsilon_2/\varepsilon_1$, г. зн. што на мяжы падзелу дыэлектрыкаў нармальная складовая напружанасці поля змяняецца скачком.

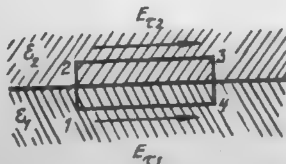



Рыс. 4.9.

Калі напружанасць поля накіравана пад некаторым вуглом да мяжы падзелу дыэлектрыкаў, то вектар $\mathbf{E}$ можна расkласці на нармальную $E_n$ і тангенцыйную $E_\tau$ складовыя (рыс. 4.9). Дакажам, што тангенцыйная складовая $E_\tau$ вектара напружанасці поля на мяжы двух дыэлектрыкаў не мяняецца:

$$E_{\tau 1} = E_{\tau 2}. \qquad (4.22)$$

Разгледзім мяжу падзелу двух дыэлектрыкаў з дыэлектрычнымі пранікальнасцямі $\varepsilon_1$ і $\varepsilon_2$. Няхай напружанасці электрычнага поля ў гэтых дыэлектрыках адпаведна роўныя $E_1$ і $E_2$. Выдзелім невялікі прамавугольны контур *1234* (рыс. 4.10) і вызначым цыркуляцыю вектара напружанасці па гэтым контуры. Як вядома, цыркуляцыя вектара напружанасці электрастатычнага поля па любым замкнёным контуры роўная нулю:




Рыс. 4.10.

$$\oint_l E_l \, dl = 0 ,$$

таму

$$\int_1^2 E_l\,dl + \int_2^3 E_l\,dl + \int_3^4 E_l\,dl + \int_4^1 E_l\,dl = 0\,.$$

Шырыню контура возьмем настолькі малой, каб можна было лічыць, што

$$\int_1^2 E_l\,dl = \int_2^3 E_l\,dl = 0\,.$$

Тады

$$\int_2^3 E_l\,dl + \int_1^4 E_l\,dl = 0\,,$$

адкуль $E_{\tau 2}\, l_{23} + E_{\tau 1} l_{14} = 0$.

Але $l_{23} = -l_{14}$, таму $E_{\tau 1} = E_{\tau 2}$, што і трэба было даказаць.

Калі формулу (4.21) памножым на $\varepsilon_0$, то атрымаем $\varepsilon_0\, \varepsilon_1\, E_{n1} = \varepsilon_0\, \varepsilon_2\, E_{n2}$.

З улікам, што $D_{n1} = \varepsilon_0\, \varepsilon_1\, E_{n1}$, $D_{n2} = \varepsilon_0\, \varepsilon_2\, E_{12}$, будзем мець

$$D_{n1} = D_{n2}\,. \tag{4.23}$$

Гэта азначае, што нармальная складовая вектара зрушвання на мяжы падзелу дыэлектрыкаў не мяняецца. Улічваючы, што $D_{\tau 1} = \varepsilon_0\, \varepsilon_1\, E_{\tau 1}$, $D_{\tau 2} = \varepsilon_0\, \varepsilon_2\, E_{\tau 2}$, з выразу (4.22) вынікае

$$D_{\tau 1}/D_{\tau 2} = \varepsilon_1/\varepsilon_2\,, \tag{4.24}$$

г. зн. тангенцыйная складовая вектара зрушвання на мяжы падзелу дыэлектрыкаў змяняецца скачком.

Судачыненні (4.21)—(4.24) вызначаюць умовы, якім задавальняюць вектары **E** і **D** на мяжы падзелу двух дыэлектрыкаў. З гэтых умоў вынікае, што пры пераходзе праз мяжу падзелу лініі вектара напружанасці поля **E** і вектара зрушвання **D** павінны праламляцца. Сапраўды, з рыс. 4.9 відаць, што вуглы $\varphi_1$ і $\varphi_2$, якія ўтвараюць вектары $\mathbf{E}_1$ і $\mathbf{E}_2$ з нармаллю да мяжы падзелу, вызначаюцца формуламі: $\operatorname{tg}\varphi_1 = E_{\tau 1}/E_{n1}$, $\operatorname{tg}\varphi_2 = E_{\tau 2}/E_{n2}$.

Таму, з улікам (4.21) і (4.22), можна запісаць:

$$\operatorname{tg}\varphi_1/\operatorname{tg}\varphi_2 = \varepsilon_1/\varepsilon_2\,. \tag{4.25}$$

Формула (4.25) выражае закон праламлення ліній вектара напружанасці поля. Яна паказвае, што пры ўваходзе ў дыэлектрык з меншай дыэлектрычнай пранікальнасцю $\varepsilon$ лініі прыбліжаюцца да нармалі.

У ізатропных дыэлектрыках напрамак вектараў E і D супадае, таму формула (4.25) сапраўдная і для ліній вектара зрушвання D. Адрозненне заключаецца толькі ў тым, што лініі вектара зрушвання неразрыўныя, у той час як частка ліній вектара напружанасці поля пры пераходзе праз мяжу падзелу перарываецца.

## 4.5. Асаблівасці палярызацыі цвёрдых дыэлектрыкаў

**Дыэлектрычная пранікальнасць.** Доследы паказваюць, што дыэлектрычная пранікальнасць большасці цвёрдых дыэлектрыкаў амаль не залежыць ад тэмпературы. Гэта азначае, што палярызацыя цвёрдых дыэлектрыкаў з'яўляецца вынікам зрушвання зарадаў унутры малекул і вельмі мала залежыць ад цеплавога руху апошніх. Арыентацыйная палярызацыя звычайна не назіраецца нават у крышталях, якія пабудаваны з дыпольных малекул. Выключэннем з'яўляецца толькі невялікая колькасць рэчываў (напрыклад, крышталі салянай кіслаты), у якіх назіраецца арыентацыйная палярызацыя.

Справа ў тым, што дыпольныя малекулы ў крышталях вельмі моцна ўзаемадзейнічаюць адна з адной і пры звычайных па велічыні напружанасцях поля яны не могуць арыентавацца ўздоўж поля. Таму дыэлектрычная пранікальнасць рэчыва ў цвёрдым стане значна меншая, чым у вадкім. Напрыклад, для вады пры 18 °C $\varepsilon = 80{,}4$ , а для лёду пры -18 °C $\varepsilon = 3{,}2$ .

**Электрэты.** Сярод цвёрдых дыэлектрыкаў ёсць рэчывы, якія доўгі час (ад некалькіх гадзін да некалькіх гадоў) захоўваюць стан палярызацыі, нават калі знешняе поле выключана. Такія рэчывы называюцца *электрэтамі.* Упершыню электрэты былі атрыманы ў 1922 г. Па сваіх уласцівасцях яны нагадваюць пастаянныя магніты. У навакольнай прасторы электрэты ствараюць электрычнае поле, напрыклад некаторыя арганічныя (пчаліны воск, парафін, нафталін, эбаніт і інш.) і неарганічныя (сера, цітанаты некаторых металаў, борнае шкло і інш.) рэчывы, у склад якіх уваходзяць доўгія малекулы з пастаяннымі дыпольнымі момантамі. Каб атрымаць электрэт, неабходна нагрэць такое рэчыва да тэмпературы плаўлення, змясціць яго ў моцнае электрычнае поле ( $E \approx 10$ МВ/м) і астудзіць. Пад уздзеяннем поля малекулярныя дыполі ўпарадкоўваюцца, гэта ўпарадкаванне застаецца і пасля выключэння поля. Такія электрэты называюць тэрмаэлектрэтамі. Ёсць і іншыя спосабы атрымання электрэтаў. Напрыклад, *фотаэлектрэты* атрымліваюць пры адначасовым уздзеянні на дыэлектрык (серу) святлом і моцным полем. Электрэты выкарыстоўваюць у якасці крыніцы пастаяннага электрычнага поля.

**Анізатрапія.** Незвычайныя з'явы назіраюцца пры палярызацыі крышталічных рэчываў. Як мы ўжо бачылі, у аднародных ізатропных дыэлектрыках вектар зрушвання **D** і вектар напружанасці поля **E** паралельныя: $\mathbf{D} = \varepsilon_0 \varepsilon \mathbf{E}$.

У крышталях сувязь паміж **D** і **E** больш складаная.

Палярызаванасць **P** крышталя можа быць рознай у залежнасці ад напрамку вектару **E** адносна яго крышталяграфічных восей. У гэтым выпадку раўнанне (4.11) $\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}$ застаецца сапраўдным, але сувязь паміж вектарамі **P** і **E** больш складаная, чым $\mathbf{P} = \varepsilon_0 \varkappa \mathbf{E}$.

У крышталі замест адной велічыні $\varkappa$ трэба разглядаць дзевяць велічынь $\varkappa_{ik}$, з дапамогай якіх выражаецца лінейная сувязь паміж складовымі вектараў **P** і **E** ўздоўж каардынатных восей:

$$P_x = \varepsilon_0( \varkappa_{xx} E_x + \varkappa_{xy} E_y + \varkappa_{xz} E_z) ;$$

$$P_y = \varepsilon_0(\varkappa_{yx} E_x + \varkappa_{yy} E_y + \varkappa_{yz} E_z) ;$$

$$P_z = \varepsilon_0( \varkappa_{zx} E_x + \varkappa_{zy} E_y + \varkappa_{zz} E_z) .$$

Такім жа чынам можна выразіць сувязь паміж **D** і **E**, калі замест $\varkappa_{ik}$ разглядаць дзевяць велічынь $\varepsilon_{ik}$.

У любым монакрышталі можна вылучыць тры напрамкі (галоўныя восі), у якіх **D** ∥ **E**. Калі вызначыць $\varepsilon$ для гэтых напрамкаў, то можна знайсці сувязь паміж **D** і **E** і для адвольнай арыентацыі монакрышталя ў полі.

Для дыэлектрычных крышталёў характэрны і іншыя асаблівасці, звязаныя з іх палярызацыяй. Напрыклад, у некаторых іонных крышталях палярызацыя можа ўзнікаць і без вонкавага поля, калі крышталь падвергнуць механічнай дэфармацыі. Гэта з'ява атрымала назву п'езаэлектрычнага эфекту, а крышталі, у якіх гэта з'ява назіраецца, — п'езаэлектрыкаў.

Сярод п'езаэлектрыкаў ёсць крышталі, у якіх палярызацыя назіраецца пры іх награванні або ахалоджванні. Такія крышталі называюцца піраэлектрыкамі.

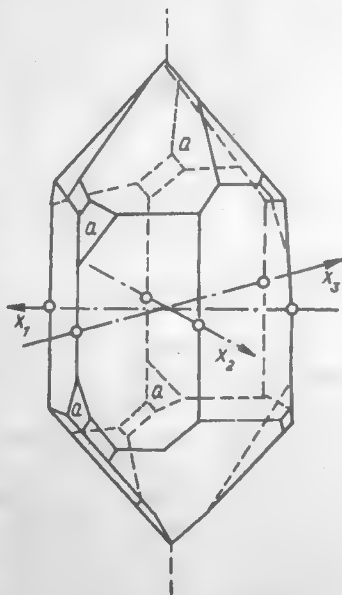
**П'езаэлектрыкі.** П'езаэлектрычны эфект быў адкрыты ў 1889 г. французскімі вучонымі братамі П'ерам і Жакам Кюры, якія даследавалі палярызацыю пласцінак з монакрышталя кварцу пры іх расцягванні і сцісканні ў пэўным напрамку. Яны заўважылі, што пры дэфармацыі пласцінкі на яе паверхнях узнікаюць зарады процілеглых знакаў. Пазней было высветлена, што гэта з'ява назіраецца ў крышталях

турмаліну, цынкавай абманкі, хларату натрыю, сегнетавай солі, цітанату барыю і многіх іншых рэчываў.

П'езаэлектрычнымі ўласцівасцямі могуць валодаць толькі іонныя крышталі, у якіх крышталічныя рашоткі, утвораныя дадатнымі і адмоўнымі іонамі, пад уздзеяннем знешніх сіл дэфармуюцца па-рознаму. Пры гэтым на паверхнях крышталя ўзнікаюць дадатныя і адмоўныя зарады.

З усіх п'езаэлектрычных крышталёў найбольшае практычнае значэнне маюць крышталі кварцу ($SiO_2$), якія адрозніваюцца выдатнымі механічнымі і электрычнымі ўласцівасцямі.

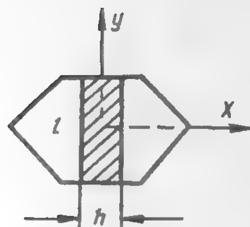
Крышталі кварцу існуюць у розных крышталяграфічных мадыфікацыях. Пры звычайных умовах кварц сустракаецца ў так званай $\alpha$-мадыфікацыі. Крышталі $\alpha$-кварцу адносяцца да трыганальнай крышталяграфічнай сістэмы. Яны нагадваюць шасцігранную прызму, абмежаваную дзвюма пірамідамі (рыс. 4.11) і характарызуюцца чатырма крышталічнымі восямі. Адна з гэтых восей ($Z$) злучае вяршыні піраміды. Тры астатнія ($X_1$, $X_2$, $X_3$) перпендыкулярныя восі $Z$ і злучаюць процілеглыя канты шасціграннай прызмы. Вось $Z$ называецца аптычнай воссю крышталя, а восі $X_1$, $X_2$, $X_3$ — электрычнымі восямі. Восі $X_1$, $X_2$, $X_3$ — палярныя, таму што злучаюць процілеглыя, але не раўназначныя канты шасціграннай прызмы. Нераўназначнасць процілеглых кантаў тлумачыцца будовай крышталя (да трох кантаў датыкаюцца маленькія грані (рыс. 4.11), а да астатніх — не датыкаюцца). Пры расцягванні або сцісканні крышталя кварцу ўздоўж аптычнай восі $Z$ палярызацыя не ўзнікае. Калі крышталь сцiскаць або расцягваць у напрамку, перпендыкулярным восі $Z$, то на яго гранях, перпендыкулярных палярным восям, ўзнікаюць палярызацыйныя зарады. Максімальная палярызацыя ўзнікае тады, калі крышталь сціскаецца або расцягваецца ўздоўж адной з яго палярных восей. Таму для назірання п'езаэфекту выкарыстоўваюць прамавугольныя пласцінкі, якія выразаюцца з крышталя так, каб адна пара граней была перпен-



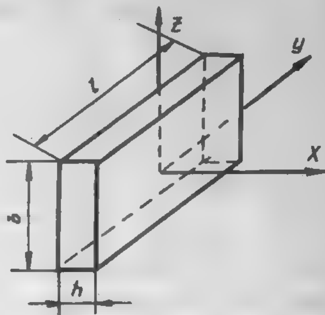
Рыс. 4.11.

дыкулярная адной з палярных восей (рыс. 4.12). Такая пласціна называецца $X$-зрэзам або зрэзам Кюры.

На рыс. 4.13 паказана пласцінка, якая выразана так, што яе кант $h$ (таўшчыня) накіраваны паралельна электрычнай восі $X$, кант $b$ (шырыня) — паралельна аптычнай восі $Z$, а кант $l$ (даўжыня) — паралельна восі $Y$, якая перпендыкулярная восям $X$ і $Z$. Вось $Y$ у такой сістэме каардынат называюць механічнай.




Рыс. 4.12.




Рыс. 4.13.

Пры расцягванні або сцісканні пласцінкі ўздоўж восі $X$ на яе гранях, што перпендыкулярныя гэтай восі, узнікаюць палярызацыйныя зарады розных знакаў. Такі п'езаэлектрычны эфект называецца падоўжным. Калі мяняць знак дэфармацыі (ад сціскання перайсці да расцягвання ці наадварот), то мяняюцца і знакі палярызацыйныхх зарадаў.

Велічыня зараду прапарцыйная сіле, што дзейнічае на пласцінку, і не залежыць ад яе памераў:

$$Q = d_{11} F_x , \tag{4.26}$$

дзе $d_{11}$ — каэфіцыент, які называецца п'езаэлектрычным модулем.

Калі пласцінку сціскаць або расцягваць з сілай $F_y$ уздоўж восі $Y$, то на тых жа самых гранях узнікаюць зарады, велічыня якіх залежыць ад памераў пласцінкі:

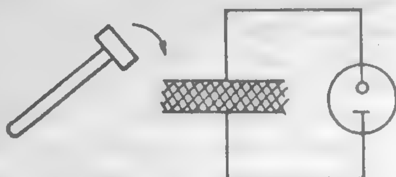
$$Q = d_{11}(l/b) F_y , \tag{4.27}$$

дзе $l$ — даўжыня пласцінкі; $b$ — яе шырыня.

У гэтым выпадку п'езаэлектрычны эфект называецца папярочным.

З формул (4.26) і (4.27) відаць, што п'езаэлектрычны эфект належыць да лінейных эфектаў: велічыня палярызацыйнага зараду прапарцыйная сіле, што выклікае дэфармацыю.

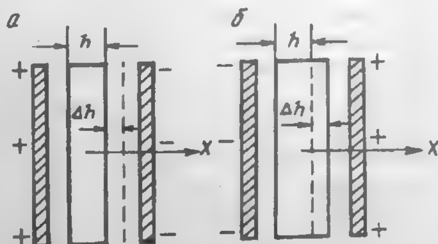
Падоўжны (папярочны) п'езаэлектрычны эфект называюць прамым п'езаэфектам. Для дэманстрацыі прамога п'езаэлектрычнага эфекту выкарыстоўваюць пласцінкі сегнетавай солі, таму што ў ёй п'езаэлектрычныя ўласцівасці выражаны больш моцна, чым у кварцы. Пласцінка заціскаецца паміж дзвюма латуннымі абкладкамі, якія далучаны да неонавай лямпы (рыс. 4.14). Пры ўдарах па пласцінцы гумавым малаточкам назіраюць успышкі неонавай лямпачкі. Замест сегнетавай солі можна выкарыстаць пласцінку з цітанату барыю.


Рыс. 4.14.

**Адваротны п'езаэлектрычны эфект.** П'езаэлектрычны эфект — з'ява абарачальная. Калі п'езаэлектрык змясціць у вонкавае электрычнае поле, то ў ім узнікаюць механічныя напружанні, якія прыводзяць да яго дэфармацыі.

Гэта з'ява была прадказана ў 1881 г. Г. Ліпманам (1845—1922) і ў тым жа годзе эксперыментальна выяўлена братамі Кюры на крышталях кварцу.

На рыс. 4.15 паказана пласцінка *X*-зрэзу кварцу, якая змешчана ў электрычнае поле кандэнсатара. Калі вектар напружанасці поля **E** супадае з напрамкам палярнай восі *X*, то пласцінка пашыраецца ў напрамку гэтай восі (рыс. 4.15, *а*), а калі гэты вектар накіраваны насустрач восі *X*, то пласцінка сціскаецца (рыс. 4.15, *б*).



Рыс. 4.15.

Адноснае змяненне таўшчыні пласцінкі ў гэтых выпадках $\Delta h/h = d_{11} E$, дзе $d_{11}$ — каэфіцыент прапарцыйнасці (п'езаэлектрычны модуль).

Калі электрычнае поле перыядычна змяняецца з частатой, роўнай уласнай частаце механічных ваганняў пласцінкі, то пласцінка здзяйсняе рэзанансныя ваганні, якія перадаюцца навакольнаму асяроддзю і распаўсюджваюцца ў ім у выглядзе ультрагукавых хваль.

**Піраэлектрыкі.** У некаторых іонных крышталях з групы п'езаэлектрыкаў рашотка дадатных іонаў у стане тэрмадынамічнай раўнавагі

зрушана адносна рашоткі адмоўных іонаў. Гэтыя крышталі аказваюцца электрычна палярызаванымі нават пры адсутнасці вонкавага электрычнага поля. Такая палярызацыя называецца спантаннай (самаадвольнай). Назіраць на доследзе спантанную палярызацыю іонных крышталёў амаль нельга, бо палярызацыйныя зарады, што ўзнікаюць на іх паверхнях, нейтралізуюцца свабоднымі зарадамі іонаў, якія знаходзяцца ў паветры, і асядаюць на паверхні крышталя. Аднак пры награванні крышталя іонныя рашоткі дадатных і адмоўных іонаў зрушваюцца адна адносна другой, і на іх паверхнях узнікаюць зарады процілеглых знакаў, якія не паспяваюць нейтралізавацца іонамі паветра. Гэта з'ява атрымала назву піраэлектрычнага эфекту, а крышталі, у якіх яна назіраецца, — піраэлектрыкаў.

Такім чынам, піраэлектрычны эфект — гэта з'ява ўзнікнення электрычных зарадаў на паверхні некаторых іонных крышталёў (піраэлектрыкаў) пры іх награванні або ахалоджванні. Упершыню гэта з'ява назіралася на крышталях турмаліну. Было заўважана, што пры награванні або ахалоджванні крышталёў турмаліну да некаторых яго граняў, што абмяжоўваюць канцы прызмы, прыцягваюцца часцінкі попелу. Тлумачэнне гэтай з'яве было дадзена ў 1756 г. пецярбургскім фізікам Ф. Эпінусам (1724—1802).

Каб назіраць піраэлектрычны эфект, А. Кунд (1839—1894) апускаў крышталь турмаліну ў сумесь парашкоў серы і сурыку. Пры перамешванні парашкоў сурык электрызаваўся дадатна, а сера — адмоўна, таму дадатна зараджаная паверхня крышталя афарбоўвалася ў жоўты колер, а адмоўна зараджаная — у сурыкавы. Змяненне спантаннай палярызацыі і ўзнікненне электрычнага поля ў піраэлектрыках можа адбывацца не толькі пры змяненні іх тэмпературы, але і пры дэфармацыі. Такім чынам, усе піраэлектрыкі з'яўляюцца і п'езаэлектрыкамі, але не наадварот. З 20 крышталічных класаў, у якіх назіраюцца п'езаэлектрычныя ўласцівасці, піраэлектрыкамі з'яўляюцца толькі 10. Піраэлектрычныя крышталі выкарыстоўваюцца ў тэхніцы ў якасці адчувальных прыёмнікаў інфрачырвонага выпраменьвання.

**Сегнетаэлектрыкі.** Асаблівую цікавасць выклікаюць крышталі з групы піраэлектрыкаў, у якіх спантанная палярызацыя назіраецца толькі ў адпаведных тэмпературных інтэрвалах. Характэрнай асаблівасцю гэтых рэчываў з'яўляецца наяўнасць у іх некалькіх крышталічных мадыфікацый. Мадыфікацыя, у якой мае месца спантанная палярызацыя, называецца палярнай фазай, а мадыфікацыя, у якой спантанная палярызацыя не ўзнікае, — непалярнай (параэлектрычнай) фазай. Пераходы крышталёў з адной мадыфікацыі ў другую адбываюцца пры адпаведных тэмпературах, якія характэрны для дадзенага рэчыва і яго крышталічнай мадыфікацыі.

Тэмпература $T$, пры якой адбываецца пераход з палярнай фазы ў непалярную (ці наадварот), называецца *тэмпературай Кюры* або *пунктам Кюры*. Такія дыэлектрычныя крышталі называюцца *сегне-*

*таэлектрыкамі.* Сваю назву яны атрымалі па першым дакладна даследаваным рэчыве такога тыпу — сегнетавай солі. Гэта соль $NaKC_4 \cdot H_4O_6 \cdot 4H_2O$ ўяўляе сабой двайную натрыйкаліевую соль віннай кіслаты, якая з'яўляецца крышталегідрытам. Анамальна вялікі п'езаэлектрычны эфект сегнетавай солі быў заўважаны ў 1880 г. братамі Кюры. Незвычайныя яе дыэлектрычныя ўласцівасці былі адкрыты І. Валашэкам у 1921 г., і пасля дасканала даследаваны ў 1930 г. І. В. Курчатавым (1903—1960) і П. П. Кабекам (1897—1954).

Адметнай асаблівасцю сегнетавай солі з'яўляецца наяўнасць у ёй двух пунктаў Кюры (-18 °C і +24 °C). Спантанная палярызацыя назіраецца толькі ў тэмпературным інтэрвале паміж пунктамі Кюры. У палярнай фазе (паміж -18 °C і +24 °C) сегнетава соль належыць да манаклінный сістэмы. У непалярнай фазе (пры $t < -18$ °C і $t > +24$ °C) крышталі сегнетавай солі належаць да рамбічнай сістэмы.

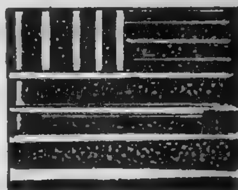
Вядома многа рэчываў, якія адносяцца да сегнетаэлектрыкаў. Важнейшым сярод іх з'яўляецца цітанат барыю ($BaTiO_3$), які адрозніваецца высокай механічнай трываласцю і хімічнай устойлівасцю і таму знайшоў шырокае практычнае прымяненне. Пераход з параэлектрычнай фазы ў палярную ў крышталях цітанату барыю адбываецца пры 120 °C. Больш высокую тэмпературу Кюры (500 °C) мае прамысловы сегнетаэлектрычны матэрыял на аснове цітанату свінцу $PbTiO_3$ .

Характэрнай асаблівасцю ўсіх сегнетаэлектрыкаў з'яўляецца іх здольнасць да перапалярызацыі. Напрамак вектара палярызаванасці **P** можа быць зменены на процілеглы ў выніку ўздзеяння нават слабага электрычнага поля. У звычайных піраэлектрыках, каб ажыццявіць перапалярызацыю, неабходна было б прыкласці электрычнае поле, велічыня якога перавышае электрычную трываласць крышталя. Гэта абумоўлена тым, што сегнетаэлектрык не з'яўляецца аднародна палярызаваным, а складаецца з участкаў, якія спантанна палярызаваныя ў адным напрамку. Такія ўчасткі атрымалі назву даменаў. У розных даменаў напрамак спантаннай палярызацыі розны, таму электрычны дыпольны момант усяго ўзору рэчыва пры адсутнасці вонкавага поля роўны нулю. Пры ўнясенні ўзору рэчыва ў вонкавае электрычнае поле адбываецца пераарыентацыя электрычных момантаў даменаў і ўвесь узор рэчыва становіцца палярызаваным. Адным з найбольш простых метадаў выяўлення даменнай структуры сегнетаэлектрыкаў з'яўляецца метад асаджэння парашкоў. На рыс. 4.16 паказана даменная структура крышталя трыгліцынсульфату (ТГС), якая выяўлена з дапамогай гэтага метаду.

Шырокае распаўсюджанне атрымалі аптычныя метады вывучэння даменнай структуры сегнетаэлектрыкаў і метады электроннай мікраскапіі.

На рыс. 4.17 прыведзены мікрафатаздымак даменаў сегнетавай солі, якія зроблены ў палярызаваным святле. Цёмныя і светлыя ўчасткі адпавядаюць даменам з процілеглымі напрамкамі спантаннай палярызацыі. З дапамогай электроннага мікраскопу была вызначана мінімальная шырыня даменаў $BaTiO_3$ (30—50 нм). Звычайна дамены ў $BaTiO_3$ маюць пласцінчатую форму шырынёй ад 0,004 да 0,01 мм.

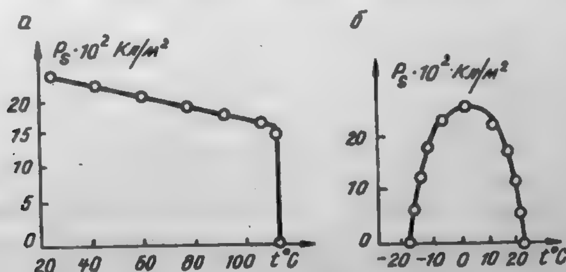
Рыс. 4.16.



Рыс. 4.17.

Пры вывучэнні даменнай структуры сегнетаэлектрыкаў выкарыстоўваюць таксама метад траўлення паверхні крышталя. Напрыклад, дадатна зараджаны край дамена $BaTiO_3$ пры траўленні кіслатой разбураецца больш хутка, чым зараджаны адмоўна.

Наяўнасць даменаў з'яўляецца прычынай характэрных асаблівасцей сегнетаэлектрыкаў, якімі не валодаюць звычайныя (лінейныя) піраэлектрыкі. Напрыклад, спантанная палярызацыя лінейных піраэлектрыкаў не знікае пры награванні іх нават да тэмпературы хімічнага раскладання, у той час як спантанная палярызацыя даменаў існуе толькі ў пэўным (часам вельмі вузкім) тэмпературным інтэрвале.




Рыс. 4.18.

На рыс. 4.18 прыведзены графік залежнасці спантаннай палярызацыі ад тэмпературы крышталёў $BaTiO_3$(*а*) і сегнетавай солі (*б*).

Дыэлектрычная пранікальнасць сегнетаэлектрыкаў істотна залежыць ад тэмпературы як у палярнай, так і ў непалярнай фазе. Пры тэмпературах, блізкіх да пункта Кюры, яна прымае анамальна вялікае значэнне (~ $10^4$ —$10^5$ ).

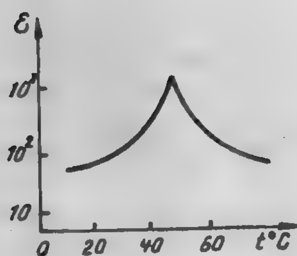
У непалярнай (параэлектрычнай) фазе пры тэмпературах, блізкіх да тэмпературы Кюры, выконваецца закон Кюры—Вейса:

$$\varepsilon = C/(T - T_c) ,$$

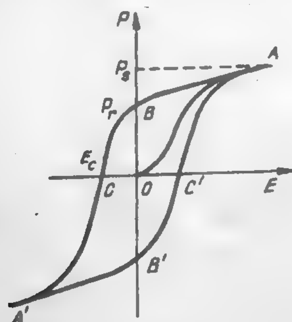
дзе $C$ — пастаянная Кюры, розная для розных сегнетаэлектрыкаў. Напрыклад, для сегнетавай солі $C = 2{,}2 \cdot 10^3$K, для $BaTiO_3$ $C = 1{,}5 \cdot 10^5$ K .

На рыс. 4.19 прыведзены графік залежнасці дыэлектрычнай пранікальнасці трыгліцынсульфату ад тэмпературы, дзе значэнні $\varepsilon$ адпавядаюць напрамку спантаннай палярызацыі.

Наяўнасць даменаў прыводзіць да нелінейнай залежнасці палярызаванасці **P** ад напружанасці поля **E** (крывая *OA* на рыс. 4.20).



Рыс. 4.19.



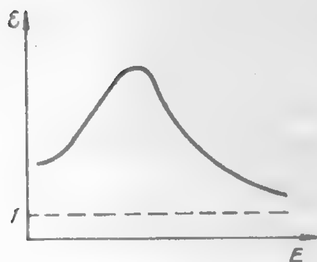
Рыс. 4.20.

Палярызаванасць сегнетаэлектрыка **P** залежыць не толькі ад напружанасці поля, у якім яна вызначаецца, але і ад таго, якая напружанасць поля была раней, г. зн. для сегнетаэлектрыкаў характэрна з'ява гістэрэзісу.

Пры цыклічным змяненні поля залежнасць палярызаванасці **P** ад напружанасці поля **E** мае выгляд крывой (рыс. 4.20), якая называецца пятлёй гістэрэзісу. Пры ўключэнні поля і паслядоўным павелічэнні **E** палярызаванасць **P** спачатку рэзка ўзрастае, а пасля дасягае насычэння (крывая *OA*). Пры змяншэнні $E$ палярызаванасць $P$ змяншаецца больш павольна, чым па крывой *OA*, і пры $E = 0$ значэнне $P \neq 0$, г. зн. захоўваецца астатковая палярызаванасць $P_r$. На

рыс. 4.20 ёй адпавядае адрэзак $OB$. Для таго каб зменшыць палярызаванасць да нуля, неабходна прыкласці поле $E_c$ процілеглага напрамку ($OC$). Гэта поле называецца каарцэтыўным. Пры далейшым змяненні поля зноў дасягаецца насычэнне (пункт $A'$), і замыканне цыкла адбываецца па крывой $A'\,B'\,C'\,A$.

Калі палярызаванасць змяняецца ад насычэння ў адным напрамку да насычэння ў процілеглым напрамку, пятля гістэрэзісу называецца максімальнай.




Рыс. 4.21.

Дыэлектрычная пранікальнасць сегнетаэлектрыка залежыць ад напружанасці поля (рыс. 4.21). У слабых палях з павелічэннем $E$ дыэлектрычная пранікальнасць рэзка ўзрастае, дасягае максімума і ў моцных палях імкнецца да адзінкі.

Сегнетаэлектрычныя матэрыялы (монакрышталі, кераміка, плёнкі) знайшлі шырокае практычнае выкарыстанне. Вялікая дыэлектрычная пранікальнасць гэтых матэрыялаў дае магчымасць вырабляць з іх кандэнсатары з вялікай удзельнай электраёмістасцю.

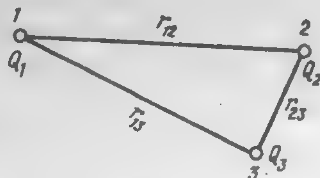
Залежнасць $\varepsilon$ ад напружанасці поля выкарыстоўваюць у нелінейных кандэнсатарах (варыкондах), якія знайшлі прымяненне ў сістэмах аўтаматыкі. Сегнетаэлектрыкі прымяняюць у якасці п'езаэлектрычных і піраэлектрычных датчыкаў пры вымярэнні ціску, тэмператур, пераўтварэннях электрычных сігналаў у гукавыя і наадварот, прыёмнікаў электрамагнітных выпраменьванняў і інш.

# 5. ЭНЕРГІЯ ЭЛЕКТРЫЧНАГА ПОЛЯ

## 5.1. Энергія сістэмы пунктавых зарадаў

Пунктавыя зарады ўзаемадзейнічаюць па законе Кулона, таму для ўтварэння любой сістэмы зарадаў знешнія сілы павінны выканаць адпаведную работу. Па законе захавання энергіі работа вонкавых сіл, якія дзейнічаюць на сістэму, роўная змяненню яе энергіі. Такім чынам, сістэма пунктавых зарадаў валодае некаторай энергіяй. Вызначым спачатку энергію сістэмы з трох пунктавых зарадаў $Q_1$, $Q_2$ і $Q_3$, якія знаходзяцца ў пунктах *1*, *2* і *3* адпаведна (рыс. 5.1). Адлегласці паміж пунктамі будзем абазначаць $r_{ik}$. Напрыклад, адлегласць паміж пунктамі *1* і *2* — $r_{12}$, а паміж пунктамі *2* і *1* — $r_{21}$. Відавочна, што $r_{12} = r_{21}$ або $r_{ik} = r_{ki}$.

Вызначым работу, якую трэба затраціць, каб перанесці зарады $Q_1$, $Q_2$ і $Q_3$ з бясконцасці ў пункты *1*, *2* і *3* адпаведна. Зразумела, што гэта работа не павінна залежаць ад таго, у якой паслядоўнасці пераносяцца зарады. Пачнём з зараду $Q_1$. Перамяшчэнне яго з бясконцасці ў пункт *1* не патрабуе выканання работы ($A_1 = 0$), бо зарады $Q_2$ і $Q_3$ знаходзяцца ў бясконцасці і з ім не ўзаемадзейнічаюць.



Рыс. 5.1.

Каб перанесці з бясконцасці ў пункт *2* зарад $Q_2$, неабходна выканаць работу

$$A_2 = Q_2(\varphi_2 - \varphi_\infty) = Q_2\varphi_2 = Q_1Q_2/(4\pi\varepsilon_0 r_{12}),$$

дзе $\varphi_2 = Q_1/(4\pi\varepsilon_0 r_{12})$ — патэнцыял поля, якое стварае зарад $Q_1$ у пункце *2*.

Пры перамяшчэнні зараду $Q_3$ з бясконцасці ў пункт *3* выконваецца работа

$$A_3 = Q_3(\varphi_3 - \varphi_\infty) = Q_3\varphi_3 = Q_3(Q_1/r_{13} + Q_2/r_{23})/(4\pi\varepsilon_0),$$

дзе $\varphi_3 = (Q_1/r_{13} + Q_2/r_{23})/(4\pi\varepsilon_0)$ — патэнцыял поля, што ствараецца зарадамі $Q_1$ і $Q_2$ у пункце *3*.

Сума работ роўная энергіі сістэмы трох зарадаў:

$$W = A_1 + A_2 + A_3 = (Q_1Q_2/r_{12} + Q_1Q_3/r_{13} + Q_2Q_3/r_{23})/(4\pi\varepsilon_0). \tag{5.1}$$

Формулу (5.1) можна запісаць у сіметрычным выглядзе:

$$W = \frac{1}{2}\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{Q_1Q_2}{r_{12}} + \frac{Q_2Q_1}{r_{21}} + \frac{Q_1Q_3}{r_{13}} + \frac{Q_3Q_1}{r_{31}} + \frac{Q_2Q_3}{r_{23}} + \frac{Q_3Q_2}{r_{32}}\right) = \frac{1}{2}\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left[Q_1\left(\frac{Q_2}{r_{12}} + \frac{Q_3}{r_{13}}\right) + Q_2\left(\frac{Q_1}{r_{21}} + \frac{Q_3}{r_{23}}\right) + \right.$$

$$+ Q_3\left(\frac{Q_2}{r_{32}} + \frac{Q_1}{r_{31}}\right)\Bigg] = \frac{1}{2}\left(Q_1 \varphi_1 + Q_2 \varphi_2 + Q_3 \varphi_3\right) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{3} Q_i \varphi_i ,$$

дзе $\varphi_i$ — патэнцыял поля, якое ствараецца ўсімі зарадамі, акрамя $Q_i$, у тым пункце, дзе знаходзіцца зарад $Q_i$.

Калі сістэма складаецца з $N$ пунктавых зарадаў, то

$$W = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N} Q_i \varphi_i . \qquad (5.2)$$

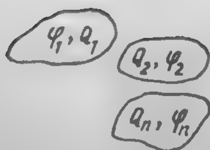
### 5.2. Энергія зараджаных праваднікоў

**Энергія адасобленага зараджанага правадніка.** Зарад $Q$ адасобленага правадніка, які знаходзіцца на яго паверхні, можна разглядаць як сістэму пунктавых зарадаў $\Delta Q_i$ і пры вызначэнні энергіі выкарыстоўваць формулу (5.2). З улікам таго, што патэнцыял правадніка ў любым яго пункце мае адно і тое ж значэнне, паверхня правадніка з'яўляецца эквіпатэнцыяльнай, а таму патэнцыялы пунктаў, дзе знаходзяцца пунктавыя зарады $\Delta Q_i$, аднолькавыя і роўныя патэнцыялу $\varphi$ правадніка, замест формулы (5.2) можна запісаць

$$W = \varphi \sum_{i} \Delta Q_i/2 = Q\varphi/2 . \qquad (5.3)$$

Калі ў выраз (5.3) падставіць значэнне $Q = C\varphi$, то энергію адасобленага зараджанага правадніка можна запісаць наступным чынам:

$$W = Q\varphi/2 = C\varphi^2/2 = Q^2/(2C) . \qquad (5.4)$$




Рыс. 5.2.

**Энергія сістэмы зараджаных праваднікоў.** Калі праваднік не адасоблены, то яго патэнцыял залежыць не толькі ад велічыні ўласнага зараду, але і ад велічыні зарадаў, што знаходзяцца на другіх праводніках. Аднак патэнцыял кожнага з праваднікоў у любым яго пункце будзе мець пастаяннае значэнне. Разгледзім сістэму $N$ зараджаных праваднікоў (рыс. 5.2) з патэнцыяламі $\varphi_1, \varphi_2, \ldots, \varphi_N$ і зарадамі $Q_1, Q_2, \ldots, Q_N$. Паколькі патэнцыял правадніка, які знаходзіцца ў элект-

растатычным полі, велічыня пастаянная, энергію кожнага з праваднікоў, што ўтвараюць сістэму, можна вызначыць па формуле (5.3): $W_i = Q_i \varphi_i/2$ .

Энергія ўсёй сістэмы роўная суме энергій яе частак:

$$W = \sum_{i=1}^{N} W_i = \sum_{i=1}^{N} Q_i \varphi_i/2 . \qquad (5.5)$$

Такім чынам, энергія сістэмы зараджаных праваднікоў вызначаецца такой жа формулай, што і энергія сістэмы пунктавых зарадаў (5.2). Аднак сэнс гэтай формулы для пунктавых зарадаў і для праваднікоў розны. Калі зарады пунктавыя, то $\varphi_i$ — патэнцыял поля, створанага ўсімі зарадамі, акрамя $Q_i$. У выпадку сістэмы праваднікоў $\varphi_i$ — патэнцыял поля, створанага ўсімі зарадамі, у тым ліку і зарадам $Q_i$ дадзенага правадніка. Таму для пунктавых зарадаў формула (5.2) уяўляе сабой энергію ўзаемадзеяння сістэмы пунктавых зарадаў, а для праваднікоў — поўную энергію сістэмы.

**Энергія зараджанага кандэнсатара.** Будзем лічыць, што на абкладках кандэнсатара знаходзяцца зарады $+Q$ і $-Q$, іх патэнцыялы адпаведна роўныя $\varphi_1$ і $\varphi_2$ . Згодна з формулай (5.5), энергія кандэнсатара

$$W = (+Q)\,\varphi_1/2 + (-Q)\,\varphi_2/2 = Q(\varphi_1 - \varphi_2)/2 = QU/2 .$$

З улікам таго, што $Q = CU$ , атрымаем

$$W = QU/2 = CU^2/2 = Q^2/(2C) . \qquad (5.6)$$

## 5.3. Энергія электрычнага поля. Шчыльнасць энергіі

Зараджаны праваднік або кандэнсатар валодае пэўнай энергіяй. Узнікае пытанне: менавіта дзе засяроджана, лакалізавана гэта энергія? На падставе формул (5.4) і (5.6) мяркуюць, што яна засяроджана на электрычных зарадах. Аднак можна разважаць інакш. Унутры правадніка электрычнае поле адсутнічае. Калі зарадзіць праваднік, то электрычнае поле ўзнікае ў навакольнай прасторы. Таму ёсць падстава лічыць, што электрастатычная энергія зараджанага правадніка лакалізавана ў электрычным полі, што акружае праваднік.

Адказ на гэта пытанне можа даць толькі доследа. Аднак у межах электрастатыкі такі доследа паставіць нельга, бо ў электрастатычных

доследах электрычныя зарады і поле непадзельныя. Электрастатычнае поле адназначна вызначаецца велічынёй і размеркаваннем электрычных зарадаў, і наадварот, калі вядома электрастатычнае поле ва ўсёй прасторы, то адназначна вызначаецца шчыльнасць электрычных зарадаў.

Іншая справа, калі поле зменнае. Такое электрамагнітнае поле можа існаваць самастойна, незалежна ад зарадаў, якія яго ўзбудзілі. Гэтыя зарады маглі ўжо нейтралізавацца, а поле працягвае існаваць у выглядзе электрамагнітных хваль, для якіх уласцівы адпаведны запас энергіі.

Паколькі электрастатычнае поле з'яўляецца прыватным выпадкам зменнага электрамагнітнага поля, існаванне электрамагнітных хваль дае падставу сцвярджаць, што носьбітам электрастатычнай энергіі з'яўляюцца не электрычныя зарады, а электрычнае поле.

Гэта будзе больш зразумелым, калі энергію поля выразіць праз яго характарыстыку — напружанасць $E$, што можна зрабіць на простым прыкладзе. Знойдзем энергію аднароднага поля плоскага кандэнсатара.

Энергія зараджанага кандэнсатара вызначаецца па формуле $W = CU^2/2$. Калі ў гэту формулу падставіць значэнне ёмістасці плоскага кандэнсатара (4.1), то атрымаем $W = \varepsilon_0 \varepsilon U^2 S/(2d)$.

Поле кандэнсатара аднароднае, таму $U/d = E$ і

$$W = \varepsilon_0 \varepsilon E^2 Sd/2 , \qquad (5.7)$$

дзе $V = Sd$ — аб'ём, у якім засяроджана поле.

З раўнання (5.7) вынікае, што энергія аднароднага электрастатычнага поля прапарцыйная аб'ёму, у якім гэта поле сканцэнтравана.

У аднародным полі энергія размеркавана раўнамерна па ўсім аб'ёме, таму можна знайсці энергію адзінкі аб'ёму, г. зн. шчыльнасць энергіі поля.

З формулы (5.7) вынікае, што шчыльнасць энергіі

$$\omega_E = W/V = \varepsilon_0 \varepsilon E^2/2 . \qquad (5.8)$$

Калі поле неаднароднае, то яго можна разбіць на такія элементарныя аб'ёмы $dV$, у межах якіх поле лічыцца аднародным і пры вызначэнні шчыльнасці энергіі карыстацца формулай (5.8).

Шчыльнасць энергіі неаднароднага поля змяняецца ад пункта да пункта, таму ў формуле (5.8) пад $E$ разумеюць напружанасць поля ў тым пункце, дзе вызначаецца шчыльнасць энергіі.

З формулы (5.8) вынікае, што пры адной і той жа напружанасці поля шчыльнасць энергіі ў дыэлектрыку ў $\varepsilon$ разоў большая, чым у вакууме. Гэта абмоўлена тым, што частка энергіі, якая затрачваецца

пры стварэнні поля, ідзе на палярызацыю адзінкі аб'ёму дыэлектрыка. Энергію, што ідзе на палярызацыю адзінкі аб'ёму дыэлектрыка, можна вызначыць па формуле

$$\Delta \omega = (\varepsilon - 1)\, \varepsilon_0 \, E^2/2 \,. \qquad (5.9)$$

З улікам таго, што $D = \varepsilon_0 \varepsilon E$, формулу (5.8) можна запісаць у выглядзе

$$\omega_E = ED/2 \,. \qquad (5.10)$$

Каб вызначыць энергію неаднароднага поля ў некаторым аб'ёме $V$, неабходна вылічыць інтэграл

$$W = \int_V \omega_E \, dV = \int_V \varepsilon_0 \, \varepsilon \, E^2 \, dV/2 = \int_V DEdV/2 \,. \qquad (5.11)$$

# II. ПАСТАЯННЫ ТОК

## 6. ЗАКОНЫ ПАСТАЯННАГА ТОКУ

### 6.1. Рух зарадаў у электрычным полі. Электрычны ток

На часціцу, зарад якой $Q$, у электрычным полі напружанасцю **E** дзейнічае сіла $\mathbf{F} = Q\mathbf{E}$. Калі часціца свабодная, то пад уздзеяннем гэтай сілы яна набывае накіраваны рух.

Зараджаныя часціцы, здольныя перамяшчацца пад дзеяннем сілы электрычнага поля, называюцца носьбітамі электрычнага зараду.

У розных рэчывах носьбітамі электрычнага зараду з'яўляюцца розныя часціцы (у металах — свабодныя электроны, у электралітах — дадатна і адмоўна зараджаныя іоны, у газах — дадатна і адмоўна зараджаныя іоны і электроны, у паўправадніках — электроны і дзіркі).

У залежнасці ад носьбітаў зараду ў рэчыве адрозніваюць электронны і іонны механізмы праводнасці. Калі электраправоднасць рэчыва абумоўлена накіраваным рухам розных носьбітаў зараду, яе называюць змешанай. Электраправоднасць з'яўляецца біпалярнай, калі яна абумоўлена носьбітамі зарадаў рознага знака (напрыклад, электроны і дзіркі ва ўласным паўправадніку, дадатныя і адмоўныя іоны ў электралітах).

**Электрычны ток.** Накіраваны паток носьбітаў зараду ў вакууме або ў рэчыве называюць электрычным *токам праводнасці,* або проста электрычным токам.

За напрамак току ўмовіліся лічыць напрамак руху дадатна зараджаных часціц. Таму напрамак току ў металах процілеглы напрамку руху электронаў. Колькаснай характарыстыкай электрычнага току з'яўляецца сіла току (велічыня току, ток). Калі сіла току з часам не мяняецца, то ток называюць пастаянным. Сілу току абазначаюць $I$, калі ток пастаянны, і $i$ — калі ток пераменны. Сіла току лікава роўная зараду, які праходзіць праз папярочнае сячэнне праваднiка за адзінку часу.

Калі за бясконца малы прамежак часу $dt$ праз папярочнае сячэнне правадніка праходзіць зарад $dQ$, то імгненнае значэнне сілы току

$$i = dQ/dt\,. \tag{6.1}$$

Велічыня пастаяннага току вызначаецца формулай

$$I = Q/t\,, \tag{6.2}$$

дзе $Q$ — зарад, які праходзіць праз папярочнае сячэнне правадніка за час $t$.

За адзінку сілы току ў СІ прыняты ампер (А). Пры току 1А праз сячэнне правадніка праходзіць зарад 1 Кл за 1 с.

Электрычны ток можа быць размеркаваны па сячэнні правадніка нераўнамерна, таму выкарыстоўваюць другую колькасную характарыстыку — шчыльнасць току $j$. Шчыльнасць току — велічыня вектарная. За напрамак вектара шчыльнасці току $\mathbf{j}$ прымаецца напрамак хуткасці $\mathbf{v}$ упарадкаванага руху дадатных носьбітаў зараду. Модуль вектара шчыльнасці току лікава роўны току, што прыходзіцца на адзінку плошчы сячэння правадніка, якое перпендыкулярна вектару $\mathbf{j}$: $j = di/dS_{\perp}$.

Калі пляцоўка $dS$ размешчана так, што яе нармаль $\mathbf{n}$ утварае з $\mathbf{j}$ вугал $\alpha$, то $dS_{\perp} = dS\cos\alpha$ і $j = di/(dS\cos\alpha)$. Адсюль $di = jdS\cos\alpha = j_n dS$, дзе $j_n = j\cos\alpha$ — праекцыя вектара $\mathbf{j}$ на нармаль $\mathbf{n}$ да пляцоўкі $dS$.

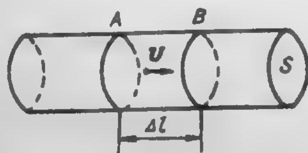
Поўны ток у правадніку

$$I = \int\limits_S j_n dS\,, \tag{6.3}$$

дзе інтэграванне праводзіцца па ўсёй плошчы паверхні $S$ сячэння правадніка.

Шчыльнасць току вымяраецца ў амперах на метр квадратны (А/м$^2$).

Пакажам, што шчыльнасць току ў правадніку залежыць ад канцэнтрацыі носьбітаў зараду $n$ і хуткасці іх упарадкаванага руху $v$. Разгледзім цыліндрычны праваднік (рыс. 6.1) з плошчай папярочнага сячэння $S$. Выдзелім у ім сячэнні $A$ і $B$ на адлегласці $\Delta l$. У аб'ёме правадніка $\Delta V = S\Delta l$, што абмежаваны гэтымі сячэннямі, змяшчаецца $n\Delta V = nS\Delta l$ носьбітаў зараду.



Рыс. 6.1.

Калі сярэдняя хуткасць накіраванага руху носьбітаў зараду роўная $v$, то за час $\Delta t = \Delta l/v$ усе носьбіты зараду, што знаходзіліся ў аб'ёме $\Delta V$, пройдуць праз сячэнне $B$ і перанясуць зарад $\Delta Q = nq\Delta V$, дзе $q$ — зарад адной часціцы.

Таму $I = \Delta Q / \Delta t = nqS \Delta l / \Delta t = nqSv$, а шчыльнасць току $j = I/S = qnv$ або ў вектарнай форме:

$$\mathbf{j} = qn\mathbf{v} . \qquad (6.4)$$

## 6.2. Умовы ўзнікнення электрычнага току

Калі дадатна і адмоўна зараджаныя часціцы звязаны адна з адной у атамах або малекулах, то іх перамяшчэнне не прыводзіць да ўзнікнення электрычнага току. Таму першай умовай узнікнення і існавання электрычнага току з'яўляецца наяўнасць у рэчыве свабодных носьбітаў зарадаў.

Свабодныя носьбіты зарадаў у правадніку знаходзяцца ў безупынным цеплавым руху, але пераважнага перамяшчэння зарадаў у якім-небудзь напрамку пры гэтым не адбываецца. Для ўзнікнення накіраванага руху носьбітаў зарадаў неабходна, каб на іх дзейнічала сіла $\mathbf{F} = Q\mathbf{E}$.

Таму другой умовай узнікнення току з'яўляецца наяўнасць у правадніку электрычнага поля напружанасцю $\mathbf{E}$.

Як вядома, $\mathbf{E} = -\operatorname{grad} \varphi$ або $E_l = -d\varphi/dl$, адкуль $d\varphi = E_l dl$, а гэта азначае, што на кожным элеменце правадніка $dl$ існуе не роўная нулю рознасць патэнцыялаў $d\varphi$.

Рознасць патэнцыялаў на канцах аднароднага цыліндрычнага правадніка

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_1^2 d\varphi = \int_1^2 E_l \, dl = El .$$

Такім чынам, умовамі ўзнікнення электрычнага току ў правадніку з'яўляюцца наяўнасць у ім свабодных носьбітаў зарадаў і рознасці патэнцыялаў на яго канцах, якую называюць напружаннем $U = \varphi_1 - \varphi_2$. Калі напружанне $U$ не змяняецца з часам, то ў правадніку праходзіць пастаянны электрычны ток.

## 6.3. Закон Ома для ўчастка ланцуга. Супраціўленне

Нямецкі фізік Г. Ом (1787—1854) у 1827 г. эксперыментальна ўстанавіў, што сіла току $I$ ў правадніку прама прапарцыйная напружанню на яго канцах:

$$I = KU . \qquad (6.5)$$

Каэфіцыент прапарцыйнасці $K$ залежыць ад памераў правадніка, рэчыва, з якога ён зроблены, і знешніх умоў (тэмпературы, механічнага напружання і інш.) і называецца электрычнай праводнасцю правадніка.

У СІ электрычная праводнасць вымяраецца ў сіменсах (См). Згодна з формулай (6.5), $K = I/U$, таму 1 См = 1 А/В.

На практыцы часцей выкарыстоўваюць велічыню, адваротную электрычнай праводнасці, $R = 1/K$, якая называецца электрычным супраціўленнем.

Калі ў формулу (6.5) замест $K$ падставіць $R$, то атрымаем

$$I = U/R\,. \tag{6.6}$$

Раўнанне (6.6) уяўляе сабой закон Ома для ўчастка ланцуга ў інтэгральнай форме.

У СІ супраціўленне $R$ вымяраецца ў омах (Ом): 1 Ом = 1 В/А.

Выконваючы доследы з праваднікамі розных памераў, зробленымі з розных матэрыялаў, Г. Ом высветліў, што для аднародных цыліндрычных праваднікоў (дрот, стужка і інш.) супраціўленне $R$ прапарцыйна іх даўжыні $l$ і адваротна прапарцыйна папярочнаму сячэнню $S$:

$$R = \rho\, l/S\,, \tag{6.7}$$

дзе $\rho$ — удзельнае супраціўленне рэчыва, з якога зроблены праваднік.

У СІ ўдзельнае супраціўленне вымяраецца ў омах на метр (Ом·м). 1 Ом·м — гэта супраціўленне куба рэчыва з кантам 1 м, калі ток у ім накіраваны ўздоўж аднаго з кантаў.

Велічыня, адваротная ўдзельнаму супраціўленню, $\sigma = 1/\rho$, называецца ўдзельнай праводнасцю рэчыва. Адзінкай удзельнай праводнасці з'яўляецца $1 Ом^{-1} \cdot м^{-1}$.

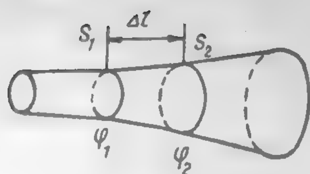
Удзельнае супраціўленне рэчыва ў вельмі значнай ступені залежыць ад наяўнасці ў ім прымесей. На супраціўленне металаў аказвае ўплыў іх апрацоўка. Звычайна коўка, працяжка і загартоўка павялічваюць, а адпал змяншае ўдзельнае супраціўленне.

У табл. 6.1 прыведзены ўдзельныя супраціўленні некаторых рэчываў (пры 0° С).

*Табліца 6.1*

| Рэчыва | $\rho$, Ом·м·10$^8$ | Рэчыва | $\rho$, Ом·м·10$^8$ |
|---|---|---|---|
| Срэбра | 1,6 | Нікелін (Cu, Zn, Ni) | 10 |
| Медзь | 1,55 | | |
| Жалеза | 9,6 | Канстантан (Cu, Ni, Mn) | 50 |
| Свінец | 20 | | |
| Ртуць | 94 | Ніхром (Ni, Cr, Fe, Mn) | 100 |

## 6.4. Дыферэнцыйная форма закону Ома




Рыс. 6.2.

Калі сячэнне праваднiка мяняецца, вызначыць яго супраціўленне па формуле (6.6) нельга. Таму выдзелім у праваднiку ўчастак даўжынёй $\Delta l$, абмежаваны эквіпатэнцыяльнымі сячэннямі $S_1$ і $S_2$ з патэнцыяламі $\varphi_1$ і $\varphi_2$ (рыс. 6.2). Пры малой велічыні $\Delta l$ плошчы сячэнняў $S_1$ і $S_2$ можна замяніць іх сярэднім значэннем $S$.

Тады супраціўленне ўчастка $\Delta l$ будзе $\Delta R = \rho \, \Delta l / S$, а ток

$$I = (\varphi_1 - \varphi_2)/R = -\Delta \varphi / \Delta R = -\Delta \varphi S / \rho \, \Delta l .$$

Улічваючы, што $1/\rho = \sigma$, $-\Delta \varphi / \Delta l = E$, $I/S = j$, атрымаем

$$j = I/S = \sigma E . \qquad (6.8)$$

Як вядома, напрамак вектара шчыльнасці току $\mathbf{j}$ супадае з напрамкам вектара напружанасці поля $\mathbf{E}$, таму формулу (6.8) можна запісаць у вектарнай форме:

$$\mathbf{j} = \sigma \mathbf{E} .$$

Гэты выраз носіць назву закону Ома ў дыферэнцыйнай форме. Ён утрымлівае велічыні, якія характарызуюць электрычны стан рэчыва ў адным і тым жа пункце.

## 6.5. Староннія сілы. Электрарухальная сіла

З формулы (6.6) вынікае, што для таго, каб у праваднiку праходзіў пастаянны ток, трэба падтрымліваць пастаянную рознасць патэнцыялаў на яго канцах. Але гэтага нельга зрабіць за кошт электрастатычнага поля. Пад уздзеяннем электрастатычнага поля дадатныя зарады могуць рухацца толькі ў бок змяншэння патэнцыялу. Напрыклад, калі злучыць праваднікам два зараджаныя металічныя шарыкі $A$ і $B$ (рыс. 6.3), якія нясуць зарады процілеглых знакаў, то ў першы момант у праваднiку ўзнікне ток. Але хутка зарады шарыкаў нейтралізуюцца, іх патэнцыялы стануць аднолькавымі, і электрычны ток знікне.

Каб падтрымліваць ток пастаянным, неабходна безупынна пераносіць дадатныя зарады з шарыка $B$ на шарык $A$, г. зн. рабіць кругаварот зарадаў.

Такім чынам, ланцуг, у якім ідзе ток, павінен быць замкнёным.

На рыс. 6.3 частка замкнёнага ланцуга, дзе зарады рухаюцца ў напрамку, процілеглым напрамку сіл электрастатычнага поля, паказана штрыхамі. Каб перамяшчаць зарады ў гэтым напрамку, неабходна прыстасаванне, у якім дзейнічаюць сілы не электрастатычнага паходжання.

Рыс. 6.3.

Такія сілы атрымалі назву староннiх (пабочных) сіл. Прыстасаванне, у якім дзейнічаюць староннія сілы, называюць крыніцай току. Крыніцамі току з'яўляюцца, напрыклад, гальванічныя элементы, акумулятары, тэрмаэлементы, генератары току, фотаэлементы і інш.

Староннія сілы павінны выконваць работу па перамяшчэнні зарадаў, на якую патрабуецца затрата энергіі. У гальванічных элементах і акумулятарах — гэта энергія хімічных рэакцый, у тэрмаэлементах — цеплавая энергія, у фотаэлементах — энергія святла.

Работу, якую выконваюць староннія сілы пры перамяшчэнні ў замкнёным контуры адзінкавага дадатнага зараду, называюць *электрарухальнай сілай* $\mathcal{E}$.

Па азначэнні

$$\mathcal{E} = A_{ст}/Q , \tag{6.9}$$

дзе $A_{ст}$ — работа староннiх сіл па перамяшчэнні зараду $Q$.

Калі параўнаць формулы (6.9) і (1.24), то зразумела, што ЭРС вымяраецца ў тых жа адзінках, што і рознасць патэнцыялаў — у вольтах.

Староннія сілы могуць дзейнічаць на носьбіты зарадаў на ўсім шляху іх руху ў замкнёным контуры. У гэтым выпадку гавораць аб размеркаванай ЭРС. Калі ў замкнёным контуры староннія сілы дзейнічаюць толькі на пэўным участку, то гавораць аб засяроджанай ЭРС. Напрыклад, у гальванічным элеменце староннія сілы дзейнічаюць толькі ўнутры элемента паміж яго полюсамі. Таму можна сказаць, што ЭРС гальванічнага элемента ёсць работа староннiх сіл, якая выконваецца пры перамяшчэнні адзінкавага дадатнага зараду ўнутры элемента ад аднаго яго полюса да другога.

Па аналогіі з кулонаўскай сілай $\mathbf{F} = Q\mathbf{E}$ старонюю сілу $\mathbf{F}_{ст}$, якая дзейнічае на зарад $Q$ у замкнёным контуры, можна запісаць:

$$\mathbf{F}_{ст} = Q\mathbf{E}_{ст} , \tag{6.10}$$

дзе $\mathbf{E}_{ст}$ — напружанасць поля староннiх сіл.

Работа, якую выконваюць староннія сілы пры перамяшчэнні зараду $Q$ у замкнёным контуры,

$$A = \oint (F_{ст})_l \, dl = Q \oint (E_{ст})_l \, dl \,. \qquad (6.11)$$

Калі работу (6.11) раздзелім на зарад $Q$, то атрымаем ЭРС, якая дзейнічае ў контуры:

$$\mathscr{E} = \oint (E_{ст})_l \, dl \,. \qquad (6.12)$$

Такім чынам, ЭРС можа быць вызначана як цыркуляцыя вектара напружанасці поля староннніх сіл.

## 6.6. Закон Ома для неаднароднага ўчастка і для замкнёнага (поўнага) ланцуга

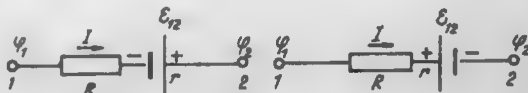
Неаднародным называюць участак ланцуга, які ўтрымлівае ЭРС. На неаднародным участку на носьбіты зарадаў, акрамя электрастатычных сіл $\mathbf{F} = Q\mathbf{E}$, дзейнічаюць староннія сілы $\mathbf{F}_{ст} = Q\mathbf{E}_{ст}$.

У тых пунктах ланцуга, дзе на носьбіты зарадаў дзейнічаюць не толькі электрастатычныя, але і староннія сілы, хуткасць упарадкаванага іх руху будзе прапарцыйная сумарнай сіле $Q\mathbf{E}_к + Q\mathbf{E}_{ст}$. Адпаведна шчыльнасць току ў гэтых пунктах

$$\mathbf{j} = \sigma(\mathbf{E}_к + \mathbf{E}_{ст}) \,. \qquad (6.13)$$

Формула (6.13) з'яўляецца абагульненнем закону Ома ў дыферэнцыйнай форме (6.9) на выпадак неаднароднага ўчастка ланцуга.

Выкарыстаем формулу (6.13) і запішам закон Ома для неаднароднага ўчастка ланцуга ў інтэгральнай форме. Няхай участак ланцуга *1—2* (рыс. 6.4,*а*) утрымлівае ЭРС $\mathscr{E}_{12}$.




Рыс. 6.4.

Памножым (6.13) на $d\mathbf{l}$. Будзем мець: $\mathbf{j}d\mathbf{l} = \sigma(\mathbf{E}_к + \mathbf{E}_{ст})d\mathbf{l}$. Заменім $\sigma$ на $1/\rho$. Тады $\rho \mathbf{j} d\mathbf{l} = (\mathbf{E}_к + \mathbf{E}_{ст})d\mathbf{l}$ або

$$\rho j_l dl = (E_k)_l dl + (E_{ст})_l dl \,. \qquad (6.14)$$

Калі праінтэгруем формулу (6.14) па даўжыні праваднікa $l$ ад пункта *1* да пункта *2*, прымаючы пад увагу, што $j = I/S$, а ток $I$ мае адно і тое ж значэнне ў любым сячэнні на участку *1—2*, то атрымаем

$$I\int_1^2 \rho\, dl/S = \int_1^2 (E_{\text{к}})_l\, dl + \int_1^2 (E_{\text{ст}})_l\, dl . \qquad (6.15)$$

Інтэграл $\int_1^2 (E_{\text{к}})_l\, dl$ лікава роўны рабоце, якую выконваюць кулонаўскія сілы пры перамяшчэнні адзінкавага дадатнага зараду ад пункта *1* да пункта *2*. Таму можна запісаць

$$\int_1^2 (E_{\text{к}})_l\, dl = \varphi_1 - \varphi_2 . \qquad (6.16)$$

Аналагічна

$$\int_1^2 (E_{\text{ст}})_l\, dl = \mathcal{E}_{12} , \qquad (6.17)$$

дзе $\mathcal{E}_{12}$ — ЭРС, лікава роўная рабоце, якую выконваюць староннія сілы пры перамяшчэнні адзінкавага дадатнага зараду паміж пунктамі *1* і *2*. Інтэграл

$$\int_1^2 \rho\, dl/S = R_{12} \qquad (6.18)$$

уяўляе сабой супраціўленне ўчастка ланцуга паміж пунктамі *1* і *2*. Калі раўнанні (6.16), (6.17) і (6.18) падставіць у (6.15), то атрымаем

$$IR_{12} = \varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E}_{12} . \qquad (6.19)$$

Формула (6.19) уяўляе сабой закон Ома для неаднароднага ўчастка ланцуга ў інтэгральнай форме.

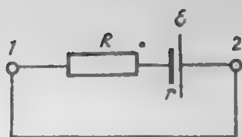
Калі крыніца току далучана так, як паказана на рыс. 6.4,*б*, то замест формулы (6.19) будзем мець

$$IR_{12} = \varphi_1 - \varphi_2 - \mathcal{E}_{12} . \qquad (6.20)$$

Звычайна замест формул (6.19) і (6.20) запісваюць

$$I = (\varphi_1 - \varphi_2 \pm \mathcal{E}_{12})/R_{12} . \qquad (6.21)$$

Калі ток выходзіць з дадатнага полюса крыніцы току (рыс. 6.4, *а*), то $\mathcal{E}_{12}$ лічаць дадатнай, а калі ток выходзіць з адмоўнага полюса (рыс. 6.4, *б*) — адмоўнай.




Рыс. 6.5.

Калі пункты 1 і 2 (рыс. 6.4) злучыць праваднікам, то атрымаем замкнёны ланцуг (рыс. 6.5), дзе $\varphi_1 = \varphi_2$ і $I = \mathcal{E}_{12}/R_{12}$.

Улічваючы, што $R_{12} = R + r$, дзе $R$ — вонкавае супраціўленне; $r$ —унутранае супраціўленне крыніцы току, а $\mathcal{E}_{12} = \mathcal{E}$, атрымаем

$$I = \mathcal{E}/(R + r)\,. \tag{6.22}$$

Формула (6.22) выражае закон Ома для замкнёнага ланцуга.

Велічыня $IR_{12}$ у формуле (6.19) называецца напружаннем на ўчастку ланцуга паміж пунктамі 1 і 2 (гл. рыс. 6.4).

З формул (6.15) і (6.18) вынікае, што напружанне $U_{12} = IR_{12}$— велічыня, лікава роўная рабоце, якую выконваюць электрастатычныя і староннія сілы пры перамяшчэнні адзінкавага дадатнага зараду паміж пунктамі 1 і 2.

## 6.7. Работа і магутнасць пастаяннага току. Закон Джоўля—Ленца

**Работа току.** Калі ўздоўж правадніка супраціўленнем $R$, на канцах якога падтрымліваецца пастаяннае напружанне $U$, пераносіцца зарад $dQ$ за час $dt$, то электрычным полем выконваецца элементарная работа $dA = UdQ$. Паколькі $dQ = Idt$, то

$$dA = UIdt. \tag{6.23}$$

За канечны прамежак часу $t$ будзе выканана работа

$$A = \int_0^t UIdt = IUt\,, \tag{6.24}$$

якую называюць работай току.

Згодна з формулай (6.6), замест выразу (6.24) можна запісаць

$$A = I^2Rt \quad \text{або} \quad A = U^2t/R\,. \tag{6.25}$$

У СІ работа вымяраецца ў джоўлях. Як вынікае з формулы (6.24), 1 Дж = 1 В·А·с.

**Магутнасць току.** Важнай характарыстыкай электрычнага току з'яўляецца магутнасць $P$, якая лікава роўная рабоце, што выконваецца за адзінку часу: $P = A/t$.

З улікам формул (6.24) і (6.25)

$$P = UI = I^2R = U^2/R\,. \tag{6.26}$$

Магутнасць вымяраецца ў ватах: 1 Вт = 1 Дж/1 с = 1В·А.

**Закон Джоўля—Ленца.** Праходжанне току па праваднiку заўсёды суправаджаецца яго награваннем. Адбываецца гэта таму, што паскораныя электрычным полем электроны пры сутыкненнi з дадатнымi iонамi крышталiчнай рашоткi праваднiка перадаюць iм сваю кiнетычную энергiю. Тэмпература праваднiка пры гэтым павялiчваецца, i ён пачынае перадаваць цеплыню навакольнаму асяроддзю. Праз некаторы час устанаўлiваецца цеплавая раўнавага i тэмпература праваднiка не мяняецца з часам. Яго ўнутраная энергiя застаецца пастаяннай. Калi ток не выконвае хiмiчных дзеянняў i механiчнай работы, то колькасць цеплынi, якую вылучае праваднiк у навакольнае асяроддзе, роўная рабоце току.

Паколькi ў СІ работа $A$ i колькасць цеплынi $Q$ вымяраюцца ў аднолькавых адзiнках — джоўлях, то можна запiсаць $Q = A$ або, з улiкам формул (6.24) i (6.25),

$$Q = IUt = I^2Rt = U^2t/R\,. \tag{6.27}$$

Залежнасць $Q = I^2Rt$ (закон Джоўля—Ленца) упершыню ў 1841 г. была эксперыментальна ўстаноўлена англiйскiм вучоным Д. Джоўлем (1818—1889) i незалежна ад яго пецярбургскiм фiзiкам Э. Х. Ленцам (1804—1865):

*колькасць цеплынi, якая вылучаецца праваднiком з токам, роўная здабытку квадрата сiлы току, супрацiўлення праваднiка i часу праходжання току па праваднiку.*

## 6.8. Дыферэнцыйная форма закону Джоўля—Ленца

Формула $Q = I^2Rt$ вызначае колькасць цеплынi, якая вылучаецца ўсiм праваднiком. Вызначым колькасць цеплынi, што вылучаецца адзiнкай аб'ёму праваднiка за адзiнку часу.

Няхай $\Delta V$ — аб'ём праваднiка, $\Delta Q$ — колькасць цеплынi, якую ён вылучае за час $\Delta t$. Тады колькасць цеплынi, што вылучаецца адзiнкай аб'ёму праваднiка за адзiнку часу,

$$\omega = \Delta Q/(\Delta V\,\Delta t)\,. \tag{6.28}$$

Назавём $\omega$ удзельнай цеплавой магутнасцю.

Улiчваючы, што $\Delta Q = I^2\,\Delta R\,\Delta t$, дзе $\Delta R = \rho\,\Delta l/S$ i $\Delta V = S\,\Delta l$, замест (6.28) атрымаем

$$\omega = I^2\,\Delta R\,\Delta t/(\Delta V\,\Delta t) = I^2\rho/S^2 = j^2\rho\,, \tag{6.29}$$

дзе $j = I/S$ — шчыльнасць току; $\rho$ — удзельнае супраціўленне правадніка.

Калі ў (6.29) падставіць значэнне $\rho = 1/\sigma$, дзе $\sigma$ — удзельная праводнасць правадніка, і выкарыстаць закон Ома ў дыферэнцыйнай форме $j = \sigma E$, то будзем мець

$$\omega = \sigma E^2 . \tag{6.30}$$

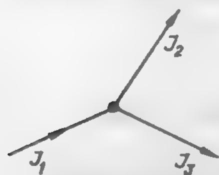
Гэта азначае, што ўдзельная цеплавая магутнасць роўная здабытку ўдзельнай праводнасці і квадрата напружанасці поля.

Формула (6.30) з'яўляецца матэматычным выражэннем закону Джоўля—Ленца ў дыферэнцыйнай форме, бо калі $\Delta V \to 0$. то ўсе велічыні, якія ў яго ўваходзяць, адносяцца да аднаго і таго ж пункта.

## 6.9. Разгалінаваныя ланцугі. Правілы Кірхгофа

На практыцы часта даводзіцца мець справу са складанымі (разгалінаванымі) ланцугамі пастаяннага току. Разлікі ў такіх ланцугах значна спрашчаюцца, калі выкарыстоўваюць два правілы Кірхгофа (1824—1887).

Першае правіла тычыцца вузлоў разгалінаванага ланцуга. Вузлом называецца любы пункт разгалінавання, г. зн. пункт, у якім сыходзіцца не менш за тры праваднікі (рыс. 6.6). Токі, што ўваходзяць у вузел, звычайна лічаць дадатнымі, а токі,якія выходзяць з вузла, — адмоўнымі.




Рыс. 6.6.

*Першае правіла Кірхгофа* вынікае з закону захавання электрычнага зараду і фармулюецца так: *сума токаў, якія ўваходзяць у вузел, роўная суме токаў, што выходзяць з вузла.*

Інакш кажучы, у любым вузле алгебраічная сума токаў роўная нулю:

$$\sum_{i=1}^{n} I_i = 0 , \tag{6.31}$$

дзе $n$ — колькасць праваднікоў, што сыходзяцца ў вузле.

Калі разгалінаваны ланцуг утрымлівае $n$ вузлоў, то можна запісаць $n$ раўнанняў (6.31), але незалежнымі з іх будуць толькі $n$ - 1. Таму раўнанняў запісваюць на адно менш, чым колькасць вузлоў у разгалінаваным ланцугу.

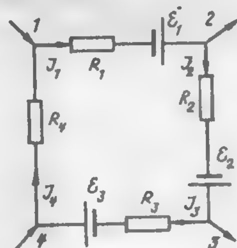
*Другое правіла Кірхгофа* тычыцца замкнёных контураў, якія можна выдзеліць у разгалінаваным ланцугу, і фармулюецца так: *у любым замкнёным контуры разгалінаванага ланцуга алгебраічная сума ЭРС,*

*што дзейнічаюць у гэтым контуры, роўная суме здабыткаў токаў у асобных яго ўчастках і іх супраціўленняў:*

$$\sum_{i=1}^{n} \mathcal{E}_i = \sum_{i=1}^{n} I_i R_i \,, \qquad (6.32)$$

дзе $n$ — лік асобных участкаў, на якія контур разбіваецца вузламі.

Для доказу раўнання (6.32) выдзелім у разгалінаваным ланцугу адвольны замкнёны контур *1 2 3 4* (рыс. 6.7). Абход контуру будзем рабіць у напрамку руху стрэлкі гадзінніка. Супраціўленне ўчасткаў абазначым адпаведна $R_{12} = R_1$, $R_{23} = R_2$, $R_{34} = R_3$, $R_{41} = R_4$, токі $I_1$, $I_2$, $I_3$, $I_4$, а электрарухальныя сілы $\mathcal{E}_1$, $\mathcal{E}_2$, $\mathcal{E}_3$. Для кожнага з участкаў выкарыстаем закон Ома (6.19):




Рыс. 6.7.

$$I_1R_1 = \varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E}_1 \,; \quad I_2R_2 = \varphi_2 - \varphi_3 + \mathcal{E}_2 \,;$$
$$I_3R_3 = \varphi_3 - \varphi_4 + \mathcal{E}_3 \,; \quad I_4R_4 = \varphi_4 - \varphi_1 \,.$$

Калі скласці гэтыя роўнасці, патэнцыялы скароцяцца, і атрымаем

$$I_1R_1 + I_2R_2 + R_3R_3 + I_4R_4 = \mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 + \mathcal{E}_3 \,.$$

Відавочна, што тое ж самае атрымаецца, калі будзем разглядаць любы іншы замкнёны контур. Таму другое правіла Кірхгофа запішам у выглядзе

$$\sum_{i=1}^{n} \mathcal{E}_i = \sum_{i=1}^{n} I_i R_i \,.$$

Раўнанні (6.32) можна запісаць для ўсіх контураў разгалінаванага ланцуга. Аднак лінейна незалежнымі будуць толькі раўнанні для тых контураў, якія нельга атрымаць складаннем іншых контураў. Пры выкарыстанні правілаў Кірхгофа неабходна:

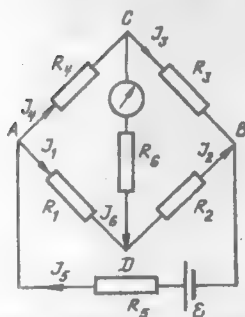
1) на ўсіх участках ланцуга напрамкі токаў абазначыць стрэлкамі. Напрамкі стрэлак можна выбіраць адвольна. Калі пры разліках атрымаецца дадатная велічыня току, то яго напрамак паказаны правільна. Пры адмоўным значэнні току яго сапраўдны напрамак процілеглы напрамку стрэлкі;

2) запісаць раўнанні (6.31) (першае правіла Кірхгофа) для ўсіх вузлоў контура, акрамя аднаго. Токі, што ўваходзяць у вузел, лічыць дадатнымі, а токі, якія выходзяць з вузла, — адмоўнымі;

3) выбраць напрамак абходу контуру (адвольна);

4) для ўсіх незалежных контураў запісаць раўнанні (6.32) (другое правіла Кірхгофа). На тых участках ланцуга, дзе ток (стрэлка) супадае з напрамкам абходу, здабытак $IR$ лічыць дадатным, калі не супадае,— адмоўным. Тыя ЭРС, якія павышаюць патэнцыял у напрамку абходу контура, лічыць дадатнымі, ЭРС, што паніжае патэнцыял у напрамку абходу, адмоўнай;

5) рашыць сістэму раўнанняў (6.31) і (6.32) і вызначыць токі ў кожным з участкаў разгалінаванага ланцуга.



Рыс. 6.8.

У якасці прыкладу выкарыстання правілаў Кірхгофа разгледзім схему мосціка Уітстана (рыс. 6.8). Чатыры супраціўленні $R_1$, $R_2$, $R_3$ і $R_4$ утвараюць яго плечы. У адну дыяганаль $AB$ уключана крыніца току з ЭРС $\mathcal{E}$ і супраціўленнем $R_5$, у другую дыяганаль $CD$ уключаны гальванометр з унутраным супраціўленнем $R_6$.

Расставім (адвольна) стрэлкі, якія паказваюць напрамкі токаў. Усяго ў схеме чатыры вузлы. Запішам раўнанні для трох вузлоў $A$, $C$ і $D$:

$$\left.\begin{aligned} I_5 - I_4 - I_1 = 0\,; \\ I_4 - I_3 - I_6 = 0\,; \\ I_6 + I_1 - I_2 = 0\,. \end{aligned}\right\} \qquad (6.33)$$

Абход контураў будзем рабіць у напрамку руху стрэлкі гадзінніка. Запішам раўнанні другога правіла Кірхгофа для незалежных контураў $ACDA$, $CBDC$ і $ADBA$:

$$\left.\begin{aligned} I_4R_4 + I_6R_6 - I_1R_1 = 0\,; \\ I_3R_3 - I_2R_2 - I_6R_6 = 0\,; \\ I_1R_1 + I_2R_2 + I_5R_5 = 0\,. \end{aligned}\right\} \qquad (6.34)$$

З сістэм раўнанняў (6.33) і (6.34) можна вызначыць шэсць невядомых велічынь. Калі ўсе супраціўленні і ЭРС дадзены, то невядомымі з'яўляюцца токі $I_1$, $I_2$, $I_3$, $I_4$, $I_5$, $I_6$.

Калі невядома адно з супраціўленняў, напрыклад $R_3$, то на доследзе вызначаюць ток гальванометра $I_6$ і з раўнанняў (6.33) і (6.34) знаходзяць невядомае супраціўленне $R_3$ і астатнія токі. Такая схема называецца неўраўнаважаным мосцікам Уітстана. Аднак калі мяняць вядомыя супраціўленні $R_1$, $R_2$ і $R_4$, то можна дасягнуць такога становішча, што ток гальванометра стане роўным нулю ( $I_6 = 0$). Калі ток гальванометра роўны нулю, мосцік Уітстана называюць ураўнаважаным. Як вынікае з ( 6.33) і (6.34), для ўраўнаважанага мосціка $I_1 = I_2$, $I_3 = I_4$, $I_1R_1 = I_4R_4$, $I_2R_2 = I_3R_3$.

Адсюль вынікае, што $R_1/R_2 = R_4/R_3$ або

$$R_4 = R_3R_1/R_2 . \qquad (6.35)$$

Формула (6.35) дае магчымасць вызначыць невядомае супраціўленне $R_4$, калі вядома супраціўленне $R_3$ і дзель супраціўленняў $R_1/R_2$. Пры гэтым ЭРС і супраціўленне крыніцы току, і таксама супраціўленне гальванометра значэння не маюць.

# 7. ЭЛЕКТРАПРАВОДНАСЦЬ ЦВЁРДЫХ ЦЕЛ

## 7.1. Класіфікацыя цвёрдых цел

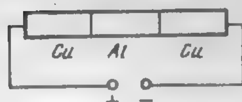
Цвёрдыя целы ў залежнасці ад іх электраправоднасці можна падзяліць на дзве групы: праваднікі і дыэлектрыкі. Усе металы з'яўляюцца праваднікамі. Іх удзельнае супраціўленне вагаецца ў межах ад $10^{-5}$ да $10^{-8}$ Ом·м.

Удзельнае супраціўленне дыэлектрыкаў ляжыць у межах ад $10^8$ да $10^{18}$ Ом·м. Усе цвёрдыя целы з удзельным супраціўленнем ад $10^8$ да $10^{-5}$ Ом·м называюць паўправаднікамі. Характэрная ўласцівасць паўправаднікоў заключаецца ў тым, што пры тэмпературах, блізкіх да абсалютнага нуля, яны з'яўляюцца дыэлектрыкамі. Па меры павышэння тэмпературы іх удзельнае супраціўленне хутка памяншаецца. У адрозненне ад металаў на электраправоднасць паўправаднікоў моцны ўплыў аказваюць розныя знешнія ўздзеянні — механічныя нагрузкі, выпраменьванне, электрычнае і магнітнае поле і інш.

## 7.2. Прырода току ў металах

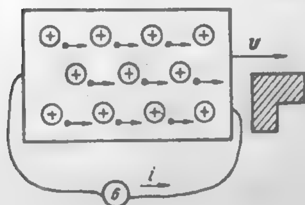
Першыя доследы па выяўленні прыроды носьбітаў зараду ў металах выканаў у 1901 г. нямецкі фізік К. Рыке (1845—1915). Ён хацеў высветліць, ці ўдзельнічаюць іоны ў пераносе зараду ў металах. Для гэтага ў ланцуг пастаяннага току ўключалі тры паслядоўна злучаныя

цыліндры з хімічна чыстых алюмінію і медзі ў паслядоўнасці Cu—Al—Cu (рыс. 7.1). Ток праходзіў на працягу цэлага года. За гэты час праз кожны кантакт прайшоў зарад каля $3{,}5 \cdot 10^6$ Кл. Узважванні цыліндраў перад доследам і пасля яго паказалі, што маса цыліндраў (з дакладнасцю да 0,03 мг) не змянілася. Пры даследаванні тарцоў цыліндраў пад мікраскопам пранікненне аднаго металу ў другі таксама не назіралася. Дослед К. Рыке сведчыў пра тое, што іоны ў пераносе зараду ў металах не ўдзельнічаюць.

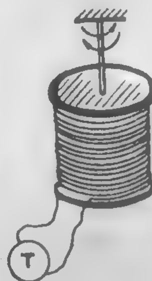


Рыс. 7.1.

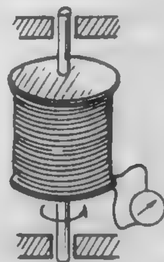
Г. Лорэнц (1853—1928) прапанаваў іншы варыянт доследу для вызначэння прыроды носьбітаў зараду ў металах. Ідэя доследу заключалася ў выяўленні ўзнікнення імпульсу току пры раптоўным спыненні праваднiка, які хутка рухаецца (рыс. 7.2). Пры рэзкім тармажэнні правадніка носьбіты зараду працягваюць рухацца па інерцыі і ў замкнёным ланцугу павінен узнікнуць кароткачасовы ток. Напрамак гэтага току залежыць ад знака носьбітаў зараду. Л. І. Мандэльштам (1879—1944) і М. Д. Папалексі (1880—1947) у 1913 г. ажыццявілі такі дослед і паказалі, што ў металах існуе інерцыйны рух носьбітаў зараду. Яны заўважылі, што калі драцяная катушка (рыс. 7.3) робіць хуткія вярчальныя ваганні вакол сваёй восі, то ў тэлефоннай трубцы *T*, якая злучана з канцамі катушкі, узнікае гук.



Рыс. 7.2.



Рыс. 7.3.


Рыс. 7.4.

Амерыканскія фізікі Б. Сцюарт і Р. Толмен у 1916 г. ажыццявілі ідэю Г. Лорэнца на доследзе, які даў магчымасць сцвярджаць, што носьбітамі зарадаў у металах з'яўляюцца свабодныя электроны. Схема доследу прыведзена на рыс. 7.4. Тонкі дрот даўжынёй каля 500 м намотвалі на катушку. Да канцоў дроту пры дапамозе гнуткіх праваднікоў далучаўся балістычны гальванометр. Катушка прыводзілася ў хуткае вярчэнне (лінейная хуткасць руху дроту дасягала 300 м/с).

Пры рэзкім тармажэнні катушкі ў ланцугу ўзнікаў кароткачасовы ток, напрамак якога адпавядаў руху адмоўных носьбітаў зараду.

Вымярэнні зараду, што праходзіў праз гальванометр, далі магчымасць вызначыць удзельны зарад носьбітаў току і тым самым вызначыць іх прыроду. Разлікі можна выканаць на падставе закону захавання энергіі. Пры гэтым неабходна ўлічваць, што змяненне кінетычнай энергіі носьбітаў току пры тармажэнні роўнае колькасці цеплыні, якая пры гэтым вылучаецца.

Дапусцім, што пры тармажэнні за час $dt$ кінетычная энергія аднаго носьбіта току паменшылася на $dW_k$. Паколькі $W_k = mv^2/2$, дзе $m$ — маса носьбіта току; $v$ — лінейная хуткасць руху праваднікa пры вярчэнні катушкі, то $dW_k = mvdv$.

Памяншэнне кінетычнай энергіі ўсіх $N$ носьбітаў зараду, што знаходзяцца ў правадніку, $dW_k = NdW_k = Nmvdv$.

З улікам таго, што $N = nv = nSl$, дзе ■ — канцэнтрацыя носьбітаў зараду ў правадніку, $S$ — плошча папярочнага сячэння праваднікa, $l$ — яго даўжыня, будзем мець $dW_k = nSlmvdv$.

За той жа час $dt$ у правадніку вылучыцца колькасць цеплыні

$$dW_Q = i^2Rdt = iRidt = iRdQ,$$

дзе $i$ — імгненнае значэнне току; $R$ — супраціўленне праваднікa; $dQ$ — зарад, што прайшоў праз гальванометр за час $dt$.

З улікам, што $I = jS$, а $j = qnv$, будзем мець $dW_Q = SqnvRdQ$.

На падставе закону захавання энергіі можна запісаць: $-dW_k = dW_Q$, дзе знак «-» азначае, што памяншэнне кінетычнай энергіі суправаджаецца павелічэннем энергіі цеплавога руху.

Улічваючы значэнні $dW_k$ і $dW_Q$, атрымаем $-mSlnvdv = SRqnvdQ$, адкуль $dQ = -mldv/(qR)$.

За ўвесь час тармажэння хуткасць змяняецца ад $v$ да нуля, а зарад, што праходзіць праз гальванометр, — ад 0 да $Q$.

Таму

$$\int_0^Q dQ = -ml/(qR)\int_v^0 dv$$

або $Q = mlv/(qR)$.

Адсюль

$$q/m = lv/(RQ). \qquad (7.1)$$

Формула (7.1) дае магчымасць вызначыць удзельны зарад $q/m$ носьбітаў току, бо ўсе велічыні, што ўваходзяць у яе правую частку, вызначаюцца на доследзе.

Сцюарт і Толмен для праваднiка з медзі атрымалі значэнне $q/m = 1{,}6 \cdot 10^{11}$ Кл/кг, што блізка да значэння $e/m = 1{,}77 \cdot 10^{11}$ Кл/кг, якое было знойдзена ў доследах па адхіленні пучка электронаў у электрычным і магнітным палях. Такім чынам, было даказана, што электрычны ток у металах уяўляе сабой упарадкаваны рух электронаў.

## 7.3. Класічная электронная тэорыя электраправоднасці металаў

**Цеплавая і дрэйфавая хуткасці электронаў.** На падставе цэлага шэрага фактаў і ўскосных даных яшчэ задоўга да доследу Сцюарта і Толмена лічылі, што ў металах ёсць свабодныя электроны. На гэтай падставе нямецкі фізік П. Друдэ (1863—1906) у 1901 г. распрацаваў электронную тэорыю праводнасці металаў, якая была ўдасканалена галандскім фізікам Т. Лорэнцам (1853—1928).

У цвёрдым стане метал з'яўляецца крышталём. У вузлах крышталічнай рашоткі знаходзяцца дадатныя іоны металу, а паміж імі хаатычна рухаюцца свабодныя электроны. Рух свабодных электронаў у метале нагадвае рух малекул ідэальнага газу. Канцэнтрацыя свабодных электронаў у метале вельмі вялікая. Калі лічыць, што кожны атам аддае па адным электроне, то ў 1 м$^3$ знаходзіцца каля $10^{28}$—$10^{29}$ электронаў.

Пры такой вялікай канцэнтрацыі электронаў іх узаемадзеянне паміж сабой і з іонамі крышталічнай рашоткі вельмі моцнае, і па сутнасці іх нельга лічыць свабоднымі. Аднак, паколькі сярэдняя сіла, што дзейнічае на электрон з боку ўсіх астатніх электронаў і іонаў, роўная нулю, у першым набліжэнні кожны электрон можна лічыць свабодным.

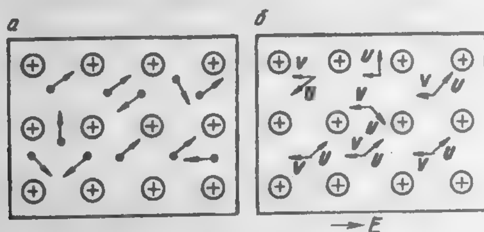
П. Друдэ і Т. Лорэнц пры стварэнні электроннай тэорыі электраправоднасці металаў зрабілі дапушчэнне, што свабодныя электроны ў метале можна разглядаць як «электронны газ», які падпарадкоўваецца законам ідэальнага газу. У адрозненне ад малекул ідэальнага газу, якія сутыкаюцца паміж сабой, свабодныя электроны ў працэсе іх хаатычнага руху сутыкаюцца з іонамі крышталічнай рашоткі.

Сутыкненне электронаў з іонамі прыводзіць да ўстанаўлення цеплавой раўнавагі паміж электронным газам і крышталічнай рашоткай. Сярэдняя кінетычная энергія беспарадкавага руху, што прыходзіцца на адзін электрон, $E_k = m\bar{u}^2/2 = 3kT/2$, дзе $m$ — маса электрона; $\bar{u}^2$ — сярэдняе значэнне квадрата хуткасці цеплавога руху; $k$ — пастаянная Больцмана; $T$ — абсалютная тэмпература.

Сярэдняя квадратычная хуткасць цеплавога руху электронаў $\bar{u} = \sqrt{<u^{-2}>} = \sqrt{3kT/m}$. Пры пакаёвай тэмпературы ( $T$ = 300 К)

$$\bar{u} = \sqrt{3 \cdot 1{,}38 \cdot 10^{-23} \cdot 300/9{,}1 \cdot 10^{-31}} \approx 10^5 (\text{м/с}).$$

Цеплавы рух электронаў з прычыны сваёй хаатычнасці не можа прывесці да ўзнікнення электрычнага току (рыс. 7.5, *а*). Калі ў праваднiку ўзнікае электрычнае поле напружанасцю $E$ (рыс. 7.5, *б*), на цеплавы рух накладаецца ўпарадкаваны рух электронаў з хуткасцю $v$, якая накiравана насустрач полю ( $e < 0$). У праваднiку ўзнікае ток, шчыльнасць якога, згодна з формулай (6.4), $j = ne\bar{v}$.




Рыс. 7.5.

Ацэнiм хуткасць упарадкаванага руху электронаў (хуткасць дрэйфу) у медным праваднiку пры найбольшай шчыльнасці току, якая дазваляецца тэхнічнымі ўмовамі ( $j$ = 10 А/мм$^2$ = $10^7$ А/м$^2$):

$$\bar{v} = j/(ne) = (10^7 \text{А/м}^2)/(10^{29} \text{м}^{-3} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19} \text{Кл}) \approx 10^{-3} \text{м/с}.$$

Такiм чынам, нават пры вялікай шчыльнасці току $\bar{v} \ll \bar{u}$ , г. зн. скорасць дрэйфу электронаў вельмі нязначная ў параўнанні з іх цеплавой скорасцю.

Тэорыя Друдэ—Лорэнца дала магчымасць растлумачыць асноўныя законы электрычнага току ў металах. Гэта тэорыя атрымала назву класічнай электроннай тэорыі электраправоднасці металаў. Пазней было высветлена, што тэорыя электраправоднасці цвёрдых цел павiнна будавацца з улікам квантава-механічных уяўленняў, аднак шэраг з'яў можна здавальняюча растлумачыць, не выходзячы за межы класічнай тэорыі.

**Тлумачэнне закону Ома.** Пры наяўнасці электрычнага поля напружанасцю $E$ на кожны электрон дзейнічае сіла $\mathbf{F} = e\mathbf{E}$. Пад дзеяннем гэтай сілы кожны электрон рухаецца з паскарэннем $a = F/m = eE/m$.

Калі напружанасць поля пастаянная, то паскарэнне электрона таксама пастаяннае. Але паскораны накіраваны рух электрона адбываецца толькі паміж двума сутыкненнямі яго з іонамі рашоткі. П. Друдэ лічыў, што адразу пасля сутыкнення электрона з іонам крышталічнай рашоткі хуткасць упарадкаванага яго руху становіцца роўнай нулю. Таму за час руху электрона паміж сутыкненнямі ён атрымлівае максімальную хуткасць накіраванага руху $\upsilon_{max} = a\tau = eE\tau/m$ .

Сярэдняя хуткасць накіраванага руху электрона

$$<\upsilon> = (\upsilon_{max} + 0)/2 = eE\tau/(2m) . \qquad (7.2)$$

Час свабоднага прабегу $\tau$ розных электронаў не аднолькавы, таму будзем карыстацца сярэднім яго значэннем. Тады замест (7.2) запішам

$$<\bar{\upsilon}> = eE\bar{\tau}/(2m) . \qquad (7.3)$$

П. Друдэ не ўлічваў размеркавання электронаў па хуткасцях, а ўсім электронам прысвойваў аднолькавае сярэдняе значэнне хуткасці цеплавога руху $\bar{u}$ . З улікам, што $<\bar{\upsilon}> \ll \bar{u}$ сярэдні час свабоднага прабегу электронаў $\bar{\tau} = \bar{\lambda}/(u + <\bar{\upsilon}>) = \bar{\lambda}/\bar{u}$ , дзе $\bar{\lambda}$ — сярэдняя для ўсіх электронаў даўжыня свабоднага прабегу. Калі раўнанне $\bar{\tau} = \bar{\lambda}/\bar{u}$ падставіць у формулу (7.3), то атрымаем

$$<\bar{\upsilon}> = eE\bar{\lambda}/(2m\bar{u}) .$$

Сярэдняя хуткасць накіраванага руху электронаў $<\bar{\upsilon}>$ вызначае шчыльнасць току ў праваднiку, таму, згодна з выразам (6.4), можна запісаць:

$$j = ne<\bar{\upsilon}> = ne^2\bar{\lambda}E/(2m\bar{u}) . \qquad (7.4)$$

Формула (7.4) уяўляе сабой закон Ома ў дыферэнцыйнай форме: $j = \sigma E$ , дзе

$$\sigma = ne^2\bar{\lambda}/(2m\bar{u}) \qquad (7.5)$$

удзельная электраправоднасць металу.

Выраз (7.5) паказвае, што ўдзельная электраправоднасць металу прапарцыйная канцэнтрацыі электронаў $n$ і часу свабоднага прабегу электронаў $\bar{\tau} = \bar{\lambda}/\bar{u}$ . Гэта зразумела, таму што чым большае $\bar{\tau}$ , тым меншую перашкоду ўпарадкаванаму руху электронаў аказваюць сутыкненні з іонамі. Адсюль вынікае, што супраціўленне металаў абу-

моўлена сутыкненнямі свабодных электронаў з іонамі крышталічнай рашоткі.

**Тлумачэнне закону Джоўля—Ленца.** Разгледзім ператварэнні энергіі, якія адбываюцца пры сутыкненні электронаў з іонамі крышталічнай рашоткі. На шляху свабоднага прабегу электрон пад дзеяннем поля набывае максімальную хуткасць $\bar{v}_{\max} = eE\bar{\tau}/m$. Таму кінетычная энергія, якую ён перадае пры сутыкненні з іонам, $E_k = mv_{\max}^2/2 = e^2E^2\bar{\tau}^2/(2m)$.

За адзінку часу ў сярэднім кожны электрон сутыкаецца $\bar{z} = 1/\bar{\tau}$ разоў. Калі канцэнтрацыя электронаў $n$, то за адзінку часу ў адзінкавым аб'ёме вылучыцца цеплавая энергія

$$\omega = nzE_k = ne^2E^2/(2m\bar{\tau}) .$$

З улікам таго, што $\bar{\tau} = \bar{\lambda}/\bar{u}$ атрымаем $\omega = ne^2\bar{\lambda}E^2/(2m\bar{u})$ або

$$\omega = \sigma E^2 , \tag{7.6}$$

дзе $\sigma = ne^2\bar{\lambda}/(2m\bar{u})$ — удзельная электраправоднасць.

Формула (7.6) уяўляе сабой закон Джоўля—Ленца ў дыферэнцыйнай форме.

**Закон Відэмана—Франца.** Класічная электронная тэорыя дае магчымасць устанавіць сувязь паміж цеплаправоднасцю і электраправоднасцю металаў. З доследу вядома, што металы, якія з'яўляюцца добрымі праваднікамі, адрозніваюцца і вялікай цеплаправоднасцю. Цеплаправоднасць металаў значна большая цеплаправоднасці дыэлектрыкаў, а гэта дае падставы лічыць, што цеплаперадача ў металах ажыццяўляецца ў асноўным не крышталічнай рашоткай, а свабоднымі электронамі.

Сувязь паміж цеплаправоднасцю і электраправоднасцю металаў была доследна ўстаноўлена ў 1853 г. нямецкімі фізікамі Г. Відэманам (1826—1899) і Р. Францам.

Закон Відэмана—Франца мае выгляд $\varkappa/\sigma = AT$, дзе $\varkappa$ — каэфіцыент цеплаправоднасці; $T$ — абсалютная тэмпература; $A$ — пастаянная, ад-нолькавая для ўсіх металаў. Доследамі было ўстаноўлена, што $A = \ = 2{,}21 \cdot 10^{-8}$ В$^2$/К$^2$. Згодна з малекулярна-кінетычнай тэорыяй газаў, каэфіцыент цеплаправоднасці ідэальнага аднаатамнага газу

$$\varkappa = nk\,\bar{u}\,\bar{\lambda}/2 . \tag{7.7}$$

Гэты выраз у адпаведнасці з асноўнымі палажэннямі электроннай тэорыі павінен быць сапраўдным і для электроннага газу, калі $n$ ,$\bar{u}$ і $\bar{\lambda}$ — гэта канцэнтрацыя, сярэдняя хуткасць цеплавога руху і сярэдняя даўжыня свабоднага прабегу электронаў.

З формул (7.5) і (7.7) атрымаем: $\kappa/\sigma = km\bar{u}^{\,2}/e^2$.

З улікам, што $m\bar{u}^{\,2}/2 = 3kT/2$, можна запісаць: $\kappa/\sigma = 3kT/e^2 = AT$, дзе

$$A = 3k^2/e^2 . \tag{7.8}$$

Такім чынам, мы атрымалі закон Відэмана—Франца.

Калі ў выраз (7.8) падставіць $k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К і $e = 1{,}60 \cdot 10^{-19}$Кл, то будзем мець $A = 2{,}23 \cdot 10^{-8}$ В$^2$/К$^2$, што супадае з эксперыментальным значэннем.

## 7.4. Залежнасць супраціўлення металаў ад тэмпературы. Звышправоднасць

З пункту гледжання класічнай электроннай тэорыі супраціўленне металаў абумоўлена сутыкненнем электронаў праводнасці з іонамі крышталічнай рашоткі. Таму з павышэннем тэмпературы супраціўленне металаў павінна павялічвацца. Сапраўды, чым вышэйшая тэмпература металу, тым больш інтэнсіўнымі будуць цеплавыя ваганні іонаў крышталічнай рашоткі і тым часцей электроны сутыкаюцца з імі.

Залежнасць супраціўлення правадніка $R$ ад тэмпературы характарызуецца тэмпературным каэфіцыентам супраціўлення $\alpha = dR/(Rdt)$.

*Тэмпературны каэфіцыент супраціўлення* лікава роўны адноснаму змяненню супраціўлення правадніка пры награванні яго на 1 К.

Тэмпературны каэфіцыент супраціўлення залежыць ад тэмпературы, аднак для металаў змяненне $\alpha$ з тэмпературай нязначнае. Калі тэмпература змяняецца ў невялікім інтэрвале, $\alpha$ можна лічыць пастаянным і роўным яго сярэдняму значэнню ў гэтым інтэрвале. У такім выпадку, як паказвае досвед, змяненне супраціўлення апісваецца лінейным законам

$$R = R_0 (1 + \alpha t) , \tag{7.9}$$

дзе $R$ і $R_0$ — супраціўленні правадніка пры тэмпературах $t$ і 0 °С адпаведна.

Пры награванні правадніка яго геаметрычныя памеры мяняюцца нязначна, таму з улікам $R = \rho l/S$ замест формулы (7.9) можна запісаць такую ж лінейную залежнасць для ўдзельнага супраціўлення правадніка:

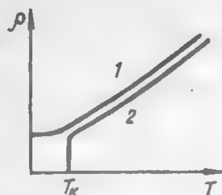
$$\rho = \rho_0(1 + \alpha t) , \tag{7.10}$$

Тэмпературны каэфіцыент супраціўлення можа быць як дадатным, так і адмоўным. Для ўсіх металаў $\alpha > 0$.

Амаль для ўсіх чыстых металаў тэмпературны каэфіцыент супраціўлення $\alpha \approx 1/273\text{K}^{-1} = 0{,}00367\text{K}^{-1}$. Калі гэта значэнне $\alpha$ падставіць у формулу (7.10), то атрымаем

$$\rho = \rho_0(273 + t)/273 = \rho_0 T/273 = \rho_0 \alpha T . \qquad (7.11)$$

Гэта азначае, што ўдзельнае супраціўленне металаў прама прапарцыйнае абсалютнай тэмпературы. Аднак пры нізкіх тэмпературах назіраецца адхіленне ад гэтай заканамернасці. У большасці выпадкаў залежнасць $\rho$ ад $T$ апісваецца крывой *1* (рыс. 7.6). Пры тэмпературах, блізкіх да абсалютнага нуля, удзельнае супраціўленне дасягае мінімальнага значэння, якое называецца астаткавым супраціўленнем $\rho_{\text{аст}}$.




Рыс. 7.6.

Астаткавае супраціўленне ў значнай ступені залежыць ад чыстаты рэчыва і наяўнасці механічных напружанняў. Так, пасля адпальвання ўзору рэчыва астаткавае супраціўленне прыкметна змяншаецца. Аднак ёсць металы, у якіх пры ахаладжэнні супраціўленне спачатку мяняецца паступова, а затым пры тэмпературы, блізкай да абсалютнага нуля, рэзка падае (крывая *2*, рыс. 7.6). Гэта з'ява атрымала назву звышправоднасці. Звышправоднасць адкрыў у 1911 г. галандскі фізік Х. Камерлінг-Онес (1853—1926). Ён выявіў, што пры паступовым ахаладжэнні супраціўленне ртуці памяншаецца лінейна толькі да тэмпературы 4,15 К. Пры гэтай тэмпературы супраціўленне скачком памяншаецца практычна да нуля. Доследы Камерлінг-Онес праводзіў наступным чынам. Замкнёны праваднік з цвёрдай ртуці змяшчаўся паміж полюсамі электрамагніта. Пры выключэнні току ў абмотцы электрамагніта ў правадніку ўзнікаў індукцыйны ток, які пры звычайных умовах вельмі хутка знікаў. Аднак пры ахаладжэнні ртуці вадкім геліем да тэмпературы больш нізкай, чым 4,16 К, індукцыйны ток не знікаў на працягу многіх сутак. Наяўнасць індукцыйнага току вызначалася па адхіленні магнітнай стрэлкі.

У 1913 г. з'ява звышправоднасці была выяўлена ў белым волаве (3,69 К) і свінцы (7,26 К). Зараз вядома больш чым 20 чыстых металаў і звыш 1000 хімічных злучэнняў і сплаваў, якія валодаюць звышправоднасцю. Тэмпературу $T_{\text{к}}$, пры якой рэчыва пераходзіць у звышправодны стан, называюць крытычнай. Сярод чыстых хімічных элементаў найбольшую крытычную тэмпературу мае ніобій ($T_{\text{к}} = 9{,}22\text{K}$), а сярод

сплаваў — яго сплаў з германіем NbGe ($T_к$ = 23,2К). Вядомы таксама звышправодныя матэрыялы, якія пераходзяць у звышправодны стан пры тэмпературы 125 К і нават 162 К (-111° С).

Чым больш высокая крытычная тэмпература звышправадніка, тым больш магчымасцей для яго практычнага выкарыстання. Таму пошукі звышправодных матэрыялаў з высокай крытычнай тэмпературай вядуцца ў многіх лабараторыях краін свету. Звышправаднікі знаходзяць шырокае практычнае прымяненне. У 1969 г. былі пабудаваны першыя электрамагніты са звышправоднымі абмоткамі, якія ахалоджваюцца вадкім геліем (тэмпература кіпення 4,2 К). Такія электрамагніты здольныя ствараць магнітнае поле на працягу доўгага часу без страт энергіі. Для навуковых даследаванняў у касмічнай прасторы былі сканструяваны звышправодныя электрамагніты без выкарыстання вадкага гелію для ахаладжэння. Першыя выпрабаванні такога электрамагніта былі выкананы на спадарожніку «Космас-140". Аднак атрымаць вельмі моцнае магнітнае поле пры дапамозе звышправоднага магніта нельга.

Яшчэ ў 1914 г. Х. Камерлінг-Онес заўважыў, што моцнае магнітнае поле разбурае звышправодны стан рэчыва. Пазней было высветлена, што магнітнае поле аказвае ўплыў на крытычную тэмпературу звышправадніка. З павелічэннем магнітнага поля крытычная тэмпература звышправадніка памяншаецца. Такое поле можа быць створана токам у самім звышправадніку. Таму для кожнага звышправадніка існуе крытычнае значэнне шчыльнасці току.

З’ява звышправоднасці выкарыстоўваецца і ў іншых галінах сучаснай тэхнікі. Напрыклад, ужо пабудаваны і дзейнічаюць генератары электрычнага току з абмоткамі са звышправадніка, даследуецца магчымасць перадачы электраэнергіі без страт па звышправодных кабелях, выраблены звышправодныя элементы для ЭВМ і інш.

### 7.5. Цяжкасці класічнай электроннай тэорыі электраправоднасці металаў

Класічная электронная тэорыя металаў дае тлумачэнне законаў Ома, Джоўля—Ленца і многіх іншых з’яў, але ў цэлым шэрагу выпадкаў яе вывады супярэчаць доследам. Тэорыя Друдэ заснавана на дапушчэнні, што ўсе электроны праводнасці маюць аднолькавую хуткасць цеплавога руху. Аднак у электронным газе павінна існаваць якое-небудзь размеркаванне электронаў па хуткасцях, г. зн. электроны павінны падпарадкоўвацца якой-небудзь статыстыцы. Лорэнц прымяніў да электроннага газу статыстыку Максвела—Больцмана і ўдасканаліў тэорыю Друдэ, аднак нічога істотна новага не атрымалася. Напрыклад, пры тлумачэнні закону Відэмана—Франца замест каэфіцыента

$A = 3k^2/e^2$ён атрымаў $A = 2k^2/e^2$, што горш узгадняецца з доследнымі данымі.

Калі па формуле (7.5) вылічыць удзельную электраправоднасць металу і параўнаць яе з доследнымі данымі, то ўзгодненасці паміж імі можна дасягнуць толькі тады, калі лічыць, што даўжыня свабоднага прабегу $\bar{\lambda}$ ў сотні разоў большая за адлегласць паміж іонамі крышталічнай рашоткі. Такое дапушчэнне ў рамках класічнай электроннай тэорыі зразумець нельга.

З доследаў вядома, што ўдзельнае супраціўленне металаў у шырокім тэмпературным інтэрвале расце лінейна з павелічэннем тэмпературы ($\rho \sim T$). Аднак у адпаведнасці з формулай (7.5) $\rho = 1/\sigma = 2m\bar{u}/(e^2n\bar{\lambda}) = 2m/(e^2n\bar{\lambda})\sqrt{3kT/m} \sim \sqrt{T}$.

Значыць, класічная электронная тэорыя не здольная растлумачыць тэмпературную залежнасць удзельнага супраціўлення металаў.

Яшчэ большыя цяжкасці ўзніклі пры вызначэнні цеплаёмістасці металаў. Згодна з тэорыяй, цеплаёмістасць металу павінна быць большай за цеплаёмістасць цвёрдага хімічна простага дыэлектрыка на велічыню цеплаёмістасці электроннага газу, якога ў дыэлектрыку няма.

Паколькі лік электронаў праводнасці ў метале прыблізна роўны ліку іонаў яго крышталічнай рашоткі, то ў адным молі металу знаходзіцца $N_A$ свабодных электронаў ($N_A$ — пастаянная Авагадра).

Атамная цеплаёмістасць такога (аднаатамнага) газу

$$C = 3kN_A/2 = 3R/2 = 3/2 \cdot 8{,}32\ [\text{Дж}/(\text{К}\cdot\text{моль})] = 12{,}5\,\text{Дж}/(\text{К}\cdot\text{моль}).$$

Такім чынам, атамная цеплаёмістасць металу павінна быць на 12,5 Дж/ (К·моль) большай за цеплаёмістасць дыэлектрыка. Аднак паводле эксперыментальнага закону П. Дзюлонга (1785—1838) і А. Пці (1791—1820) атамная цеплаёмістасць усіх цвёрдых цел, у тым ліку і металаў, аднолькавая і роўная 25 Дж/ (К·моль).

Згодна з класічнай электроннай тэорыяй, атамная цеплаёмістасць металу павінна быць роўнай 25 + 12,5 = 37,5 [Дж/(К·моль)].

Такім чынам, электроны, якія ўдзельнічаюць у працэсе электраправоднасці і цеплаправоднасці, не ўплываюць на цеплаёмістасць металу. У рамках класічнай электроннай тэорыі гэта растлумачыць нельга.

З пункту гледжання класічнай электроннай тэорыі зусім не зразумелая з'ява звышправоднасці, што ўзнікае ў некаторых металах і сплавах пры тэмпературах, блізкіх да 0 К. Звышправаднік зусім не награецца пры праходжанні ў ім току. Гэта азначае, што электроны праводнасці пры сваім руху ў звышправадніку зусім не сутыкаюцца з іонамі крышталічнай рашоткі, што з пункту гледжання класічнай электроннай тэорыі наогул немагчыма.

Акрамя таго, тэорыя Друдэ—Лорэнца не здольная растлумачыць электрычныя ўласцівасці паўправаднікоў, якімі з'яўляецца большасць крышталічных цел.

## 7.6. Паняцце аб квантавай тэорыі электраправоднасці цвёрдых цел

Усе супярэчнасці паміж класічнай электроннай тэорыяй і доследамі выкліканы перш за ўсё тым, што электроны ў металах не падпарадкоўваюцца законам класічнай механікі, а рухаюцца ў іх ў адпаведнасці з законамі квантавай механікі. Для электронаў характэрны не толькі карпускулярныя, але і хвалевыя ўласцівасці. Асаблівасцю хвалевага руху з'яўляецца здольнасць хваль абмінаць перашкоды. Таму зразумела, чаму электроны ў металах як бы абмінаюць іоны без сутыкненняў і даўжыня іх свабоднага прабегу можа быць вельмі вялікай. З квантавай тэорыі металаў вынікае, што калі перыядычнасць крышталічнай рашоткі нічым не парушаецца, то не адбываецца рассейвання электронных хваль на іонах рашоткі і супраціўленне металу пры $T = 0$ К роўнае нулю. З павышэннем тэмпературы ўзрастае рассейванне электронных хваль на цеплавых ваганнях рашоткі і сярэдняя даўжыня прабегу электронаў змяншаецца. Разлікі паказваюць: пры пакаёвых тэмпературах $\bar{\lambda} \sim 1/T$, таму $\rho \sim T$, што адпавядае доследным даным.

Зразумела таксама, чаму наяўнасць у метале прымесей прыводзіць да павышэння яго супраціўлення. Прымесі скажаюць крышталічную рашотку і павялічваюць рассейванне электронных хваль.

Свабодныя электроны ў метале нельга лічыць свабоднымі ў літаральным сэнсе гэтага слова. Яны ўзаемадзейнічаюць з іонамі рашоткі, і гэта ўзаемадзеянне ўплывае на іх паводзіны.

Істотна, што электроны ў метале захоўваюць прыблізна тую хуткасць свайго руху, якую яны мелі ў ізаляваных атамах яшчэ да ўтварэння крышталя. Гэта хуткасць $\sim 10^6$ м/с, што ў дзесяткі разоў больш за цеплавую хуткасць у яе класічным разуменні. Асабліва важна, што гэта хуткасць не змяняецца з тэмпературай. Таму кінетычная энергія свабодных электронаў у метале не залежыць ад тэмпературы. Па гэтай прычыне электронны газ называюць выраджаным. Электронны газ застаецца выраджаным пры награванні да тэмпературы $\sim 10^4$ К. Таму пры любой тэмпературы, якую можа мець цвёрды метал, электронны газ застаецца выраджаным. Цяпер зразумела, чаму цеплаёмістасць металаў і дыэлектрыкаў аднолькавая. Пры награванні металу ўнутраная энергія электроннага газу застаецца нязменнай, таму яго ўплыў на цеплаёмістасць металу не назіраецца. Паводзіны выраджанага газу апісваюцца не класічнай статыстыкай Максвела—Больцмана, а квантавай статыстыкай Фермі—Дзірака. З улікам гэтага

былі выкананы разлікі каэфіцыента $A$ ў законе Відэмана—Франца, атрымалі $A = \pi^2 k^2/3e^2$ , што адпавядае доследным даным.

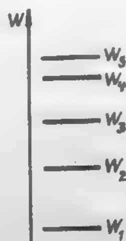
На базе квантавай тэорыі знайшла сваё тлумачэнне з'ява звышправоднасці. Мікраскапічную тэорыю звышправоднасці распрацавалі ў 1957 г. амерыканскія фізікі Дж. Бардзін, Л. Купер і Дж. Шрыфер і незалежна ад іх рускі фізік М. М. Багалюбаў.

Асноўная ідэя гэтай тэорыі заключаецца ў наступным. Паміж электронамі метала існуе кулонаўскае адштурхоўванне, якое, аднак, асаблена экраніруючым дзеяннем дадатных іонаў рашоткі. У некаторых металах і сплавах пры вельмі нізкіх тэмпературах узаемадзеянне электронаў з ваганнямі рашоткі прыводзіць да таго, што электроны прыцягваюцца адзін да аднаго. Пры пэўных умовах гэта прыцягненне можа перавышаць кулонаўскае адштурхоўванне і тады электроны аб'ядноўваюцца ў пары (пары Купера), якія рухаюцца ў крышталічнай рашотцы без супраціўлення. Утвараць такія пары могуць электроны з процілеглымі спінамі (спін — гэта ўласны момант імпульсу электрона).

## 7.7. Энергетычныя зоны цвёрдых цел

Найбольш нагляднае ўяўленне аб электрычных і многіх іншых уласцівасцях металаў і асабліва паўправаднікоў дае зонная тэорыя, якая з'яўляецца адным з асноўных раздзелаў квантавай тэорыі.

Згодна з квантавай тэорыяй, энергія электронаў, якія ўзаемадзейнічаюць з іншымі часціцамі, квантованая, г. зн. яна можа прымаць толькі пэўныя дыскрэтныя значэнні $W_1$ , $W_2$ ,..., $W_n$ . Дыскрэтныя значэнні энергіі называюць энергетычнымі ўзроўнямі. На рыс. 7.7 схематычна паказаны дыскрэтныя ўзроўні электронаў у ізаляваным атаме.



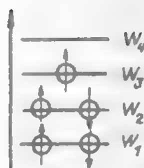
Рыс. 7.7.

У ізаляваным атаме дазволеныя энергетычныя ўзроўні могуць быць занятыя электронамі або заставацца свабоднымі.

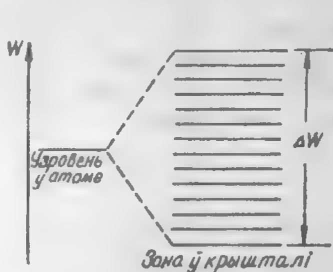
Можна было б лічыць, што пры мінімальнай энергіі ($T = 0$) усе электроны атама зоймуць самы нізкі энергетычны ўзровень. Аднак для электронаў, як і для іншых часціц са спінам 1/2, павінен выконвацца прынцып Паўлі, згодна з якім у любой квантавай сістэме (атам, малекула, крышталь) на кожным энергетычным узроўні можа знаходзіцца не больш за два электроны з процілеглымі спінамі (гэтыя электроны называюць спараванымі). Таму энергетычныя ўзроўні запаўняюцца парамі электронаў, пачынаючы з найбольш нізкіх. На рыс. 7.8 змешчана схема размеркавання па энергетычных узроўнях пяці электронаў атама бору (кружкамі пазначаны электроны, а стрэлкамі іх спіны). Валентныя

электроны, якія вызначаюць фізіка-хімічныя ўласцівасці атамаў, займаюць найбольш высокія ўзроўні.

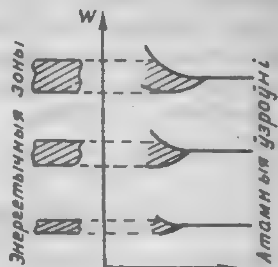
У сістэме $N$ аднолькавых ізаляваных атамаў усе атамы будуць мець аднолькавыя энергетычныя ўзроўні. Але калі зблізіць атамы (каб яны ўтваралі крышталь), тады энергетычны стан электронаў будзе вызначацца не толькі іх узаемадзеяннем з ядром свайго атама, але і з іншымі атамамі. У выніку гэтага ўзаемадзеяння кожны атамны ўзровень расшчэпіцца на $N$ блізкіх, але розных энергетычных узроўняў (рыс. 7.9), якія ўтвараюць энергетычную зону. Кожнаму дазволенаму ўзроўню ў атаме адпавядае энергетычная зона крышталя (рыс. 7.10).



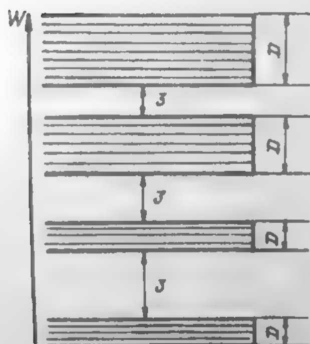
Рыс. 7.8.



Рыс. 7.9.



Рыс. 7.10.



Рыс. 7.11.

Дазволеныя энергетычныя зоны падзелены забароненымі. Шырыня забароненых зон сувымерная з шырынёй дазволеных зон.

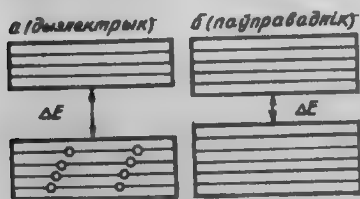
З павелічэннем энергіі $W$ шырыня дазволеных энергетычных зон (рыс. 7.11) павялічваецца, а забароненых памяншаецца. У 1 $см^3$ цвёрдага цела знаходзіцца $10^{22}$—$10^{23}$ атамаў. Такі ж парадак мае і колькасць узроўняў у зоне. Адлегласць паміж суседнімі ўзроўнямі зоны складае каля $10^{-22}$ эВ ( 1 эВ = $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Дж), таму для пераходу электрона з узроўню на ўзровень унутры зоны патрэбна вельмі малая энергія.

Розныя энергетычныя ўзроўні атамаў расшчапляюцца па-рознаму. Узроўні электронаў, якія размешчаны блізка каля ядра, расшчапляюцца вельмі мала або зусім не расшчапляюцца. Максімальнае расшчапленне адчуваюць узроўні валентных электронаў, якія менш за ўсё звязаны

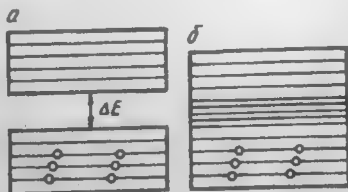
з ядром. У цвёрдым целе, як і ў атаме, запаўненне энергетычных узроўняў электронамі адбываецца ў адпаведнасці з прынцыпам Паўлі. Пры $T = 0$ на кожным узроўні можа знаходзіцца адзін, два (з процілеглымі спінамі) або не быць ні аднаго электрона. Самая верхняя дазволеная зона, якая цалкам запоўнена электронамі (па два на кожным узроўні) называецца асноўнай або валентнай зонай, а астатнія (больш высокія) — зонамі ўзбуджэння. Першая зона ўзбуджэння, якая прымыкае да асноўнай, называецца зонай праводнасці. Яна можа быць або цалкам свабоднай ад электронаў, або часткова запоўненай імі.

Менавіта характар запаўнення электронамі зоны праводнасці вызначае, з'яўляецца цвёрдае цела праваднікам ці дыэлектрыкам.

Цвёрдае цела — праваднік электрычнага току, калі яго электроны маюць магчымасць пад уздзеяннем электрычнага поля павялічваць сваю энергію, г. зн. пераходзіць на больш высокія энергетычныя ўзроўні. Але такія пераходы магчымы толькі тады, калі гэтыя ўзроўні свабодныя ад электронаў. Таму цвёрдае цела, у якім валентная зона цалкам запоўнена электронамі (рыс. 7.12), пры $T = 0$ К з'яўляецца ідэальным дыэлектрыкам. Праводнасць можа ўзнікнуць толькі тады, калі электроны атрымаюць энергію, большую за шырыню забароненай зоны $\Delta E$, і змогуць перайсці ў зону праводнасці. У залежнасці ад велічыні $\Delta E$ цвёрдыя целы падзяляюцца на дыэлектрыкі (рыс. 7.12, *а*) і паўправаднікі (рыс. 7.12, *б*) у дыэлектрыкаў шырыня забароненай зоны $\Delta E > 1эВ$. Каб надаць электронам такую энергію, дыэлектрык патрэбна нагрэць да тэмпературы, пры якой ён разбураецца. У паўправаднікоў $\Delta E$ невялікая (дзесятыя долі электронвольта), таму нават пры невысокіх тэмпературах яны праводзяць ток. Ніякага якаснага адрознення паміж дыэлектрыкамі і паўправаднікамі няма. Яны адрозніваюцца толькі лікавым значэннем $\Delta E$.



Рыс. 7.12.



Рыс. 7.13.

Для металаў характэрна менавіта частковае запаўненне электронамі ўзроўняў валентнай зоны (рыс. 7.13, *а*) або перакрыццё зоны ўзбуджэння валентнай і ўтварэнне так званай гібрыднай зоны (рыс. 7.13, *б*), у якой ёсць вялікая колькасць свабодных энергетычных узроўняў.

Найбольш высокі энергетычны ўзровень, які пры $T = 0$ яшчэ запоўнены электронамі, называюць узроўнем Фермі.

На свабодныя ўзроўні электроны могуць пераходзіць пад уздзеяннем нават вельмі слабага электрычнага поля. Таму валентная зона металаў адначасова з'яўляецца і зонай праводнасці. Перакрыццё энергетычных зон назіраецца ў такіх металаў, як Be, Cd, Mg, Zn і інш.

Такім чынам, паслядоўнае тлумачэнне электрычных уласцівасцей цвёрдых цел можна даць толькі на падставе квантавай тэорыі.

## 7.8. Электраправоднасць паўправаднікоў

Паўправаднікі абавязаны сваёй назвай той акалічнасці, што іх электраправоднасць займае прамежкавае становішча паміж металамі і ізалятарамі. Але характэрным для іх з'яўляецца не само значэнне электраправоднасці, а залежнасць яе ад розных фізічных фактараў. У паўправадніках электрычны ток не выклікае хімічных змяненняў, таму праводнасць паўправаднікоў, як і металаў, абумоўлена перамяшчэннем электронаў. Аднак у адрозненне ад металаў праводнасць паўправаднікоў з павышэннем тэмпературы не памяншаецца, а моцна ўзрастае па экспаненцыйным законе

$$\sigma = \sigma_0 \exp(-b/T) , \qquad (7.12)$$

дзе $\sigma_0$ і $b$ — каэфіцыенты, якія залежаць ад роду рэчыва.

Большасць цвёрдых цел — паўправаднікі.

Паўправаднікамі з'яўляюцца 12 хімічных элементаў перыядычнай сістэмы Мендзялеева (B, C, Si, P, S, Ge, As, Se, Sn, Sb, Te, I), а таксама вялікая колькасць неарганічных і арганічных хімічных злучэнняў.

З хімічных элементаў паўправаднікамі, якія знайшлі найбольшае практычнае прымяненне, з'яўляюцца монакрышталі германію (Ge) і крэмнію (Si). Шырокае выкарыстанне знайшлі некаторыя хімічныя злучэнні, напрыклад арсенід галію (GaAs), антыманід індыю (InSb) і інш.

Асноўныя ўласцівасці паўправаднікоў могуць быць выяўлены на простых доследах.

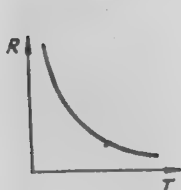
Калі да ўзору паўправадніка далучыць крыніцу току і гальванометр, то можна заўважыць, што пры яго награванні або абпраменьванні святлом ток гальванометра моцна павялічваецца. Гэта сведчыць аб тым, што супраціўленне паўправадніка пры яго награванні або асвятленні значна змяншаецца.

На рыс. 7.14 паказана эксперыментальная крывая залежнасці супраціўлення паўправадніка ад тэмпературы.

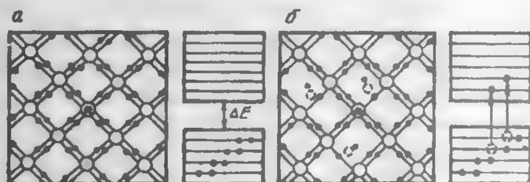
Адрозніваюць уласную і прымесную праводнасці паўправаднікоў.

**Уласная праводнасць паўправаднікоў.** *Уласнай праводнасцю* называюць праводнасць вельмі чыстых паўправадніковых матэрыялаў. Доля прымесей у іх не павінна перавышаць $10^{-9}$, інакш кажучы, на кожны мільярд атамаў асноўнага рэчыва можа прыходзіцца не больш за адзін атам прымесей. Разгледзім механізм уласнай праводнасці на прыкладзе крышталя германію (Ge). Германій (як і крэмній) — чатырохвалентны элемент. На знешняй абалонцы яго атама знаходзяцца чатыры валентныя электроны, якія параўнальна нетрывала звязаны з ядром. Пры ўтварэнні крышталя атамы набліжаюцца адзін да аднаго настолькі, што абалонкі іх валентных электронаў узаемна перакрываюцца. Кожны атам германію знаходзіцца ў абкружэнні чатырох яго бліжэйшых суседзяў.

Сувязь паміж суседнімі атамамі ажыццяўляецца валентнымі электронамі. Кожны з іх належыць адначасова да двух звязаных паміж сабою атамаў. Такая сувязь называецца парнаэлектроннай або кавалентнай.




Рыс. 7.14.




Рыс. 7.15.

Спрошчаная плоская мадэль атамнай рашоткі і зонная мадэль крышталя германію, які знаходзіцца пры тэмпературы $T = 0$ K і не ўтрымлівае прымесей, паказаны на рыс. 7.15, *а*.

Пры абсалютным нулі ўсе валентныя электроны ўдзельнічаюць ва ўтварэнні сувязей паміж атамамі, г. зн. валентная зона цалкам запоўнена электронамі, а ў зоне праводнасці электронаў няма.

Пры павышэнні тэмпературы крышталя электрон можа атрымаць дадатковую кінетычную энергію парадку $kT$. Такой энергіі можа быць дастаткова для разрыва асобных сувязей. Пры разрыве сувязей электроны становяцца свабоднымі, г. зн. з валентнай зоны яны пераходзяць у зону праводнасці (рыс. 7.15, *б*). У электрычным полі электроны перамяшчаюцца паміж вузламі рашоткі і ўтвараюць электрычны ток. Праводнасць паўправаднікоў, якая абумоўлена наяўнасцю ў іх свабодных электронаў, называюць *электроннай*.

Разрыў электронных сувязей суправаджаецца не толькі ўзнікненнем свабодных электронаў, але і ўтварэннем вакантных месцаў у электронных сувязях, дзе не хапае электрона. Гэтыя месцы атрымалі назву

дзірак. На рыс. 7.15, *б* яны абазначаны белымі кружкамі. Дзірка можа быць запоўнена валентным электронам з суседняй сувязі (рыс. 7.15, *б*). Узроўні валентнай зоны, з якіх электроны перайшлі ў зону праводнасці, сталі свабоднымі і на іх могуць пераходзіць электроны з больш нізкіх узроўняў, якія ў сваю чаргу стануць свабоднымі. На гэтыя ўзроўні пераходзяць электроны з яшчэ больш нізкіх узроўняў і г. д. І хоць рэальна рухаюцца электроны сувязі, гэта выглядае так, як быццам бы рухаюцца дзіркі ў процілеглым напрамку. Такім чынам, дзірка вядзе сябе як часціца з дадатным зарадам.

Калі электрычнае поле адсутнічае, дзіркі рухаюцца хаатычна. Пры наяўнасці электрычнага поля ўзнікае ўпарадкаваны рух дзірак, што і ўтварае электрычны ток. Праводнасць, якая абумоўлена рухам дзірак, называецца *дзіркавай.*

Паколькі ў паўправадніку з уласнай праводнасцю адначасова з узнікненнем свабоднага электрона ўзнікае і дзірка, то лік электронаў ($n_i$) у ім роўны ліку дзірак ($p_i$) : $n_i = p_i$.

Працэс нараджэння свабодных электронаў і дзірак у паўправадніку і іх рэкамбінацыя (знікненне электронаў і дзірак) ідуць безупынна.

Імавернасць першага працэсу хутка ўзрастае з павелічэннем тэмпературы. Імавернасць рэкамбінацыі прапарцыйная як ліку свабодных электронаў, так і ліку дзірак. Таму кожнай тэмпературы адпавядае пэўная раўнаважная канцэнтрацыя электронаў і дзірак. Паводле разлікаў раўнаважная канцэнтрацыя электронаў і дзірак

$$n_i = p_i = 2(2\pi\sqrt{m_n^* m_p^*})kT^{3/2}/h^3 \exp\left[-\Delta E/(2kT)\right], \qquad (7.13)$$

дзе $m_n^*, m_p^*$ — эфектыўныя масы электронаў у зоне праводнасці і дзірак у валентнай зоне; $\Delta E$ — шырыня забароненай зоны; $k$ — пастаянная Больцмана; $T$ — абсалютная тэмпература.

Удзельная электраправоднасць рэчыва як у класічнай тэорыі, так і ў квантавай вызначаецца формулай $\sigma = neu$ , таму для паўправадніка з уласнай праводнасцю можна запісаць

$$\sigma = \sigma_n + \sigma_p = n_i e u_n + p_i e u_p = n_i e\,(u_n + u_p)\,, \qquad (7.14)$$

дзе $u_n, u_p$ — рухомасці электронаў і дзірак адпаведна.

З формулы (7.14) вынікае, што залежнасць удзельнай электраправоднасці ад тэмпературы абумоўлена як тэмпературнай залежнасцю канцэнтрацыі носьбітаў зарадаў $n_i(T)$ , так і тэмпературнай залежнасцю рухомасцей электронаў $u_n(T)$ і дзірак $u_p(T)$ .

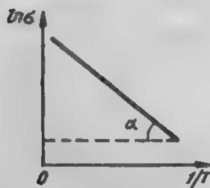
Пры змяненні тэмпературы рухомасці электронаў і дзірак, як правіла, змяншаюцца па законе $u(T) \sim 1/T^r$, дзе $r$ можа мець розныя значэнні ў залежнасці ад механізму рассейвання носьбітаў зараду. У прыватнасці, для паўправаднікоў з атамнай крышталічнай рашоткай (Ge, Si) $r = 3/2$. Тэмпературная залежнасць канцэнтрацыі носьбітаў зарадаў $n_i(T)$ вызначаецца множнікам $\exp[-\Delta E/(2kT)]$, які з тэмпературай змяняецца так моцна, што залежнасць $u(T)$, а таксама множнік $T^{3/2}$ у формуле (7.13) можна не ўлічваць. Тады

$$\sigma = \sigma_0 \exp[-\Delta E(2kT)]. \qquad (715)$$

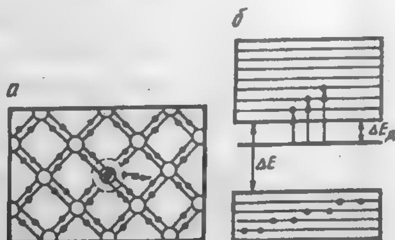
Формулу (7.15) можна запісаць у выглядзе

$$\ln\sigma - \ln\sigma_0 = -\Delta E/(2kT). \qquad (7.16)$$

Калі па эксперыментальных даных пабудаваць графік залежнасці $\ln\sigma = f(1/T)$, то атрымаецца прамая (рыс. 7.16) з адмоўным нахілам. Па тангенсе вугла нахілу $\alpha$ можна вызначыць шырыню забароненай зоны $\Delta E$. Для чыстага германію $\Delta E = 0{,}72$эВ, а для чыстага крэмнію $\Delta E = 1{,}1$эВ.




Рыс. 7.16.




Рыс. 7.17.

**Прымесная праводнасць.** Праводнасць паўправадніка можна значна павялічыць, калі ў чыстае рэчыва дабавіць невялікую колькасць другога рэчыва, г. зн. легіраваць яго. Напрыклад, калі чысты крэмній легіраваць фосфарам у колькасці ўсяго 0,001 %, яго ўдзельнае супраціўленне зменшыцца больш, чым у 100000 разоў.

Дапусцім, што атамы прымесі маюць больш валентных электронаў, чым атамы германію, напрыклад элементы V групы перыядычнай сістэмы элементаў (фосфар, мыш'як, сурма). Разгледзім выпадак, калі да растопленага чыстага германію дабаўляюць невялікую колькасць

мыш'яку. Эксперыментальна высветлена, што атамы прымесі выцясняюць атамы германію і размяшчаюцца ў вузлах яго крышталічнай рашоткі (рыс. 7.17, *а*).

Чатыры з пяці валентныя электроны атама мыш'яку ўдзельнічаюць у стварэнні кавалентнай сувязі з найбліжэйшымі суседнімі атамамі германію. Пяты валентны электрон будзе абарачацца вакол атама мыш'яку. Кулонаўская сіла прыцягнення гэтага электрона да атама ў крышталі аслабне ў $\varepsilon$ разоў (для германію $\varepsilon = 16$), таму пад уздзеяннем цеплавых ваганняў рашоткі ён лёгка пакідае атам мыш'яку і становіцца свабодным, г. зн. пераходзіць у зону праводнасці. Атам мыш'яку пры гэтым ператвараецца ў дадатна зараджаны іон (рыс. 7.17, *а*).

Прымесі, якія лёгка аддаюць электроны, называюць *донарнымі*. Паколькі пры страце атамам прымесі пятага электрона кавалентныя сувязі ў рашотцы германію не парушаюцца, то донарныя прымесі не ўтвараюць дзірак у валентнай зоне крышталя. Праводнасць паўправадніка з донарнай прымессю — электронная. Таму паўправаднікі такога тыпу называюць *электроннымі* або *паўправаднікамі n-тыпу*.

На рыс. 7.17, *б* паказана схема энергетычных узроўняў паўправадніка *n*-тыпу.

Паколькі донары лёгка аддаюць электроны ў зону праводнасці, іх энергетычныя ўзроўні ляжаць блізка да ніжняй мяжы зоны праводнасці. Энергія $\Delta E_д$, якую неабходна надаць электрону, каб ён перайшоў з энергетычнага ўзроўню донараў у зону праводнасці, роўная энергіі іанізацыі донарнай прымесі. Для германію з вельмі малой канцэнтрацыяй мыш'яку $\Delta E_д = 0{,}0124$ эВ, а для крэмнію — 0,049 эВ. Канцэнтрацыя $n$ электронаў у зоне праводнасці пры адносна нізкіх тэмпературах, калі яшчэ не наступае ўласная праводнасць, вызначаецца паводле формулы

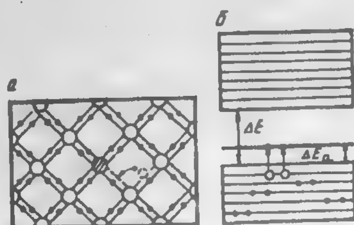
$$n = C\sqrt{n_д}\,\exp\,[-\Delta E/(2kT)\,], \qquad (7.17)$$

дзе $n_д$ — канцэнтрацыя атамаў донарнай прымесі; $C$ — каэфіцыент прапарцыйнасці.

Разгледзім зараз выпадак, калі ў паўправаднік уведзена прымесь рэчыва, атамы якога маюць больш нізкую валентнасць. Для германію і крэмнію такімі прымесямі могуць быць элементы III групы перыядычнай сістэмы элементаў, такія, як бор (B), галій (Ga), індый (In). Няхай у крышталі германію знаходзяцца прымесі індыю. Для ўтварэння кавалентных сувязей з бліжэйшымі суседнімі атамамі германію атаму індыю не хапае аднаго электрона. Таму адна сувязь застаецца незапоўненай. Паколькі ў крышталь германію ўведзены нейтральныя атамы індыю, то незапоўненая кавалентная сувязь яшчэ не з'яўляецца дзіркай. Аднак пры павелічэнні тэмпературы валентны электрон суседняга атама

германію, які яшчэ не набыў дастатковай энергіі, для пераходу ў зону праводнасці, аказваецца здольным перайсці на незапоўненую кавалентную сувязь каля прымеснага атама. Для гэтага патрэбна мець энергію значна меншую, чым для пераходу ў зону праводнасці. У атаме германію, які аддаў валентны электрон, узнікае дзірка (рыс. 7.18, *а*). Гэта дзірка хаатычна блукае па ўсім крышталі.

Пры пакаёвай тэмпературы практычна ўсе прымесные цэнтры запоўнены электронамі, таму канцэнтрацыя дзірак роўная канцэнтрацыі прымесных атамаў. Прымесі, валентнасць якіх больш нізкая за валентнасць атамаў паўправадніка, называюць *акцэптарнымі*, а паўправаднік з акцэптарнымі прымесямі — паўправаднікам *р-тыпу*.



Рыс. 7.18.

Пры наяўнасці электрычнага поля дзіркі рухаюцца па полі і ўтвараюць ток. Праводнасць акцэптарных паўправаднікоў — дзірачная.

Зонная тэорыя тлумачыць праводнасць паўправоднікоў $p$-тыпу наступным чынам. Пры ўвядзенні ў крышталь акцэптарных прымесей у забароненай зоне блізка да верхняй мяжы валентнай зоны ўзнікае прымесны (акцэптарны) энергетычны ўзровень (рыс. 7.18, *б*). Паколькі энергія $\Delta E_a$ іанізацыі акцэптарных прымесей значна меншая за шырыню забароненай зоны $\Delta E$ , то ўжо пры нязначным награванні паўправадніка пэўная колькасць электронаў валентнай зоны пераходзіць на акцэптарны ўзровень. У валентнай зоне ўзнікаюць незапоўненыя энергетычныя ўзроўні — дзіркі. Перамяшчэнне дзірак у валентнай зоне пад уздзеяннем электрычнага поля абумоўлівае электраправоднасць $p$-тыпу.

Канцэнтрацыя дзірак у паўправадніку $p$-тыпу

$$p = C\sqrt{n_a}\exp[-E_a/(2kT)]\,, \qquad (7.18)$$

дзе $n_a$ — канцэнтрацыя акцэптарных прымесей; $E_a$ — іх энергія іанізацыі.

Пры адначасовым увядзенні ў паўправаднік донарных і акцэптарных прымесей характар праводнасці ($n$- або $p$-тып) залежыць ад таго, якія з прымесей ствараюць больш высокую канцэнтрацыю носьбітаў зараду. У выніку можа нават адбывацца ўзаемная кампенсацыя прымесей.

Акцэптарныя энергетычныя ўзроўні ляжаць ніжэй донарных. Таму электроны донараў апускаюцца і адбываецца рэкамбінацыя электронаў

і дзірак. Напрыклад, пры ўвядзенні ў германій *n*-тыпу акцэптарных прымесей яго электраправоднасць змяншаецца. Наадварот, праводнасць германію *p*-тыпу пры ўвядзенні ў яго акцэптарных прымесей узрастае.

У адным і тым жа паўправадніку праводнасць можа быць змешанай, г. зн. адначасова і электроннай і дзірачнай.

Пры паступовым награванні паўправадніка можна дасягнуць такой тэмпературы, калі некаторыя электроны валентнай зоны набудуць энергію, дастатковую для пераходу ў зону праводнасці. Пры гэтым адначасова з прымеснай праводнасцю, якая ўзнікла раней, назіраецца ўласная праводнасць, абумоўленая свабоднымі электронамі і дзіркамі.

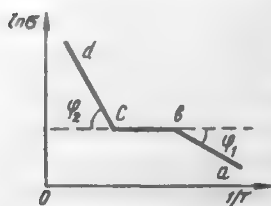
Звычайна ў паўправадніках існуе чатыры віды носьбітаў зараду: электроны і дзіркі ўласнай праводнасці, электроны або дзіркі прымеснай праводнасці.

Агульная ўдзельная праводнасць

$$\sigma = en_1u_1 + en_1u_2 + en_2u_3 ,$$

дзе $n_1$ — канцэнтрацыя электронаў і дзірак уласнай праводнасці; $u_1$ і $u_2$ — іх рухомасці адпаведна; $n_2$ — канцэнтрацыя электронаў або дзірак прымеснай праводнасці; $u_3$ — іх рухомасць.

При змешанай праводнасці носьбіты зарадаў, якія больш уплываюць на праводнасць, называюць асноўнымі, а астатнія — неасноўнымі. У паўправадніках *n*-тыпу асноўнымі носьбітамі з'яўляюцца электроны, а неасноўнымі — дзіркі, а ў паўправадніках *p*-тыпу — наадварот.



Рыс. 7.19.

На рыс. 7.19 прыведзены графік залежнасці $\ln \sigma = f(1/T)$ паўправадніка змешанай праводнасці. Участак *ab* адпавядае прымеснай праводнасці пры нізкіх тэмпературах. Вугал нахілу прамой *ab* да восі абсцыс $\varphi_1$ характарызуе энергію іанізацыі прымесей $E_n$: $\operatorname{tg} \varphi_1 = E_n/(2k)$ .

Участак *bc* адпавядае інтэрвалу тэмператур, пры якіх усе прымесі іанізаваныя (канцэнтрацыя носьбітаў зараду застаецца пастаяннай), а ўласная праводнасць яшчэ не ўзнікла. Участак *cd* адпавядае ўласнай праводнасці, якая ўзнікае пры высокіх тэмпературах. Ведаючы вугал нахілу $\varphi_2$ прамой *cd*, можна вызначыць шырыню забароненай зоны $\Delta E$: $\operatorname{tg}\varphi_2 = \Delta E/(2k)$ .

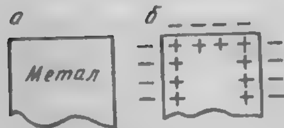
На высокай адчувальнасці паўправаднікоў да змянення тэмпературы і асветленасці заснавана дзеянне прыбораў, якія атрымалі назву тэрмістараў і фотарэзістараў.

# 8. КАНТАКТНЫЯ З'ЯВЫ Ў МЕТАЛАХ І ПАЎПРАВАДНІКАХ

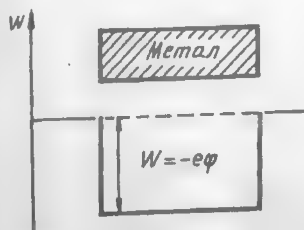
## 8.1. Работа выхаду электронаў з металу

Электроны праводнасці ў металах знаходзяцца ў беспарадкавым цеплавым руху, аднак, як паказваюць доследы, пры звычайных тэмпературах метал яны не пакідаюць. Гэта дае падставу лічыць, што каля паверхні металу на электроны дзейнічаюць сілы, якія накіраваныя ўнутр металу. Існаванне такіх сіл можна растлумачыць, калі дапусціць, што электроны на паверхні металу ўтвараюць адмоўна зараджаны слой (рыс. 8.1, *а*). Паверхневы слой іонаў крышталічнай рашоткі ўтварае дадатна зараджаны слой. Такім чынам, на мяжы металу з вакуумам узнікае двайны слой электрычных зарадаў (рыс. 8.1, *б*). Таўшчыня гэтага слоя таго ж парадку, што і памеры атамаў ($10^{-10}$ м).

Электрычнае поле двайнога слоя перашкаджае электронам пакідаць метал. Існуе і другая прычына, што не дазваляе электрону пакінуць метал. Калі электрон вылятае з металу, ён прыцягваецца дадатным зарадам, які сам індукуе. Таму пры выхадзе з металу электрон выконвае работу супраць электрычных сіл. Гэта работа называецца *работай выхаду.*




Рыс. 8.1.




Рыс. 8.2.

Работа выхаду звычайна вымяраецца ў электронвольтах (эВ) ($1эВ = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Дж) і для розных металаў вагаецца ў межах 1—6 эВ. Поле двайнога электрычнага слоя, як і поле плоскага кандэнсатара, характарызуецца рознасцю патэнцыялаў. Паколькі таўшчыня слоя вельмі малая, то можна лічыць, што патэнцыял змяняецца скачком.

Па-за двайным слоем электрычнага поля няма і патэнцыял вакууму роўны нулю. Дадатны патэнцыял $\varphi$ унутранай часткі металу адносна вакууму называецца ўнутраным.

Патэнцыяльная энергія свабоднага электрона ўнутры металу

$$W = -e\varphi \,. \tag{8.1}$$

Паколькі ўнутры металу $\varphi > 0$ , то $W < 0$ , бо $e < 0$.

На рыс 8.2 паказана размеркаванне патэнцыяльнай энергіі электрона праводнасці для абмежаванага куска металу, дзе $W_0$ — энергія электрона ў вакууме. Паколькі за межамі металу $\varphi = 0$ , то, згодна з выразам (8.1), $W_0 = 0$ . Таму можна лічыць, што свабодны электрон знаходзіцца ў «патэнцыяльнай яме» з плоскім дном.

Каб вырваць электрон з металу, трэба выканаць работу

$$A = e\varphi . \tag{8.2}$$

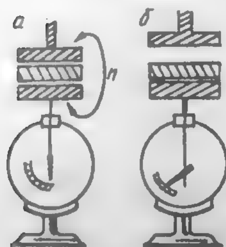
## 8.2. Кантактная рознасць патэнцыялаў. Законы Вольты

У 1797 г. італьянскі вучоны А. Вольта (1745—1827) эксперыментальна ўстанавіў, што пры кантакце двух розных металаў паміж імі ўзнікае рознасць патэнцыялаў, якая атрымала назву кантактнай рознасці патэнцыялаў.

Пры кантакце двух розных металаў адзін з іх зараджаецца дадатна, а другі адмоўна. А. Вольта ўстанавіў, што металы можна размясціць такім чынам, што кожны папярэдні метал пры кантакце з наступным металам зараджаецца дадатна (шэраг Вольты). У гэтым шэрагу (пазней дапоўненым алюмініем) металы размешчаны ў наступным парадку: +Al, Zn, Sn, Cd, Pb, Sb, Bi, Hg, Fe, Cu, Ag, Au, Pt, Pd. Напрыклад, жалеза ў кантакце з цынкам, волавам або свінцом заўсёды набывае адмоўны патэнцыял. У выніку сваіх даследаванняў А. Вольта ўстанавіў два законы.

1. *Пры кантакце двух розных металаў паміж імі ўзнікае кантактная рознасць патэнцыялаў, якая залежыць ад іх хімічнага саставу і тэмпературы.*

2. *Рознасць патэнцыялаў паміж канцамі разамкнёнага ланцуга, што складзены з некалькіх паслядоўна злучаных металічных праваднікоў, якія знаходзяцца пры аднолькавай тэмпературы, не залежыць ад прамежкавых праваднікоў і роўная кантактнай рознасці патэнцыялаў крайніх праваднікоў.*



Рыс. 8.3.

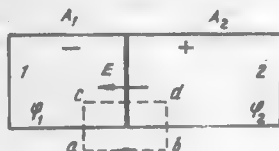
Узнікненне кантактнай рознасці патэнцыялаў можна назіраць на простым доследзе. Да адчувальнага электрометра (рыс. 8.3) далучаюць дыск з аднаго з даследуемых металаў (напрыклад, з медзі), які зверху пакрыты тонкім слоем лаку. На гэты дыск кладуць дыск з другога даследуемага металу (напрыклад, з цынку). Паколькі дыскі непасрэдна не сутыкаюцца (іх падзяляе слой лаку), яны не зараджаныя. Таму, калі верхні дыск паднімаць за ізаляваную ручку і аддаляць ад ніжняга дыска, паказанне

электрометра не змяніцца. Аднак, калі дыскі на кароткі час злучыць праваднікам П, паміж імі ўзнікне кантактная рознасць патэнцыялаў. Пасля выдалення правадніка дыскі застаюцца зараджанымі і іх можна разглядаць як зараджаны плоскі кандэнсатар. Калі зараз аддаляць верхні дыск, то стрэлка электрометра адхіляецца. Тлумачыцца гэта тым, што пры аддаленні верхняга дыска змяншаецца ёмістасць кандэнсатара і пры нязменнай велічыні зараду на яго абкладках узрастае рознасць патэнцыялаў.

Існуюць дзве прычыны ўзнікнення кантактнай рознасці патэнцыялаў паміж двума рознымі электроннымі праваднікамі. Гэта неаднолькавая работа выхаду электронаў з гэтых праваднікоў і розная канцэнтрацыя ў іх электроннага газу.

Класічная электронная тэорыя дае магчымасць растлумачыць законы Вольты і вызначыць кантактную рознасць патэнцыялаў.

Разгледзім кантакт двух металаў *1* і *2* (рыс. 8.4) з рознымі работамі выхаду $A_1$ і $A_2$. Няхай $A_1$ і $A_2$ , а тэмпература праваднікоў аднолькавая. З металу *2*, дзе меншая работа выхаду, у метал *1* будзе пераходзіць больш электронаў, чым наадварот, пакуль поле $E$, што ўзнікае пры гэтым, не прывядзе сістэму ў раўнавагу.




Рыс. 8.4.

У выніку метал *2* зараджаецца дадатна, а метал *1* — адмоўна. У навакольным асяроддзі зараджаныя металы ствараюць электрычнае поле. Рознасць патэнцыялаў паміж любымі двума пунктамі $a$ і $b$, што знаходзяцца ў непасрэднай блізкасці да паверхні праваднікоў, называюць вонкавай кантактнай рознасцю патэнцыялаў: $\Delta\varphi'_{12} = \varphi_a - \varphi_b$.

Пры раўнавазе паверхня кожнага з праваднікоў з'яўляецца эквіпатэнцыяльнай, таму рознасць патэнцыялаў $\Delta\varphi'_{12}$ не залежыць ад становішча пунктаў $a$ і $b$, пакуль адзін з іх знаходзіцца каля паверхні металу *1*, а другі — каля паверхні металу *2*.

Разгледзім зараз поле ўнутры праваднікоў. Калі тэмпература ў кожным пункце правадніка аднолькавая, то, згодна з законам Ома, шчыльнасць току аднароднага правадніка $j = \sigma E$ . Паколькі ланцуг з праваднікоў разамкнёны, то $j = 0$, а таму і напружанасць поля $E$ ў любым пункце ўнутры кожнага правадніка роўна нулю, а патэнцыял мае пастаяннае значэнне.

Адсюль вынікае, што электрычнае поле ў праадніках можа існаваць толькі ў тонкіх слаях на межах праваднік *1* — праваднік *2*, праваднік *1* — вакуум і праваднік *2* — вакуум. Патэнцыял на гэтых межах змяняецца скачком.

Рознасць патэнцыялаў на мяжы праваднік *1* — праваднік *2*

$$\Delta \varphi''_{12} = \varphi_1 - \varphi_2 , \tag{8.3}$$

дзе $\varphi_1$ *і* $\varphi_2$ — патэнцыялы праваднікоў *1* і *2* адпаведна, называюць унутранай кантактнай рознасцю патэнцыялаў.

Вонкавая кантактная рознасць патэнцыялаў роўная рознасці работ выхаду электрона з металу, падзеленай на зарад электрона:

$$\Delta \varphi'_{12} = -(A_1 - A_2)/e . \tag{8.4}$$

Для доказу формулы (8.4) вызначым работу, якую неабходна выканаць, каб перанесці электрон па замкнёным контуры *abcda* (рыс. 8.4), пункты *a* і *b* якога знаходзяцца ўнутры металаў, а пункты *c* і *d* блізка каля іх паверхняў.

Работа, якая выконваецца пры перамяшчэнні зараду па замкнёным контуры ў патэнцыяльным полі, роўная нулю:

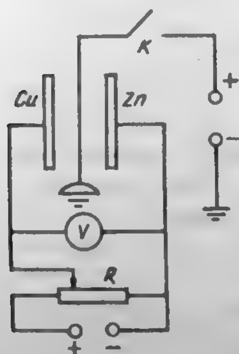
$$-e(\varphi_a - \varphi_b) + A_2 - e(\varphi_c - \varphi_d) - A_1 = 0 .$$

Але $\varphi_a - \varphi_b = \Delta \varphi'_{12}$, а $\varphi_c - \varphi_d = - \Delta \varphi''_{12}$, таму

$$\Delta\varphi'_{12} = -(A_1 - A_2)e + \Delta\varphi''_{12} .$$

Ніжэй будзе паказана, што пры звычайных тэмпературах $\Delta\varphi'_{12} >> \Delta\varphi''_{12}$, таму можна лічыць, што $\Delta\varphi'_{12} = -(A_1 - A_2)/e$ .

У квантавай тэорыі даказваецца, што сапраўдная менавіта гэта формула.




Рыс. 8.5.

Для вымярэння вонкавай кантактнай рознасці патэнцыялаў можна выкарыстаць струнны электрометр (рыс. 8.5), нажы якога зроблены з даследуемых матэрыялаў (напрыклад, Cu, Zn).

Нажы электрометра злучаны паміж сабой праз ланцуг вальтметра, таму паміж імі ўзнікае кантактная рознасць патэнцыялаў. Цынк зараджаецца дадатна, а медзь — адмоўна, таму, калі замкнуць ключ *K*, ніць электрометра адхіліцца ўлева. З дапамогай патэнцыяметра *R* на нажы электрометра можна падаць напружанне, якое скампенсуе кантактную рознасць патэнцыялаў, і ніць вернецца ў зыходнае

становішча. Пры гэтым вальтметр будзе паказваць кантактную рознасць патэнцыялаў.

Гэты дослед вельмі просты, але яго выкананне звязанае з вялікімі цяжкасцямі. Даследуемыя металы павінны быць вельмі чыстымі, і на іх паверхні не павінна быць адсарбіраваных газаў. Вымярэнні трэба праводзіць у высокім вакууме, што складана. Вымярэнні паказалі, што для розных пар металаў кантактная рознасць патэнцыялаў ляжыць у інтэрвале ад некалькіх дзесятых вольт да некалькіх вольт.

Унутраная кантактная рознасць патэнцыялаў абумоўлена неаднолькавай канцэнтрацыяй электронаў у металах, якія ўтвараюць кантакт. Няхай канцэнтрацыі электронаў у металах *1* і *2* адпаведна роўныя $n_1$ і $n_2$. Калі прыняць, што для электроннага газу ў метале сапраўднае класічнае размеркаванне Больцмана, то можна запісаць

$$n_1/n_2 = \exp[-(W_1 - W_2)/(kT)] = \exp[-e(\varphi_1 - \varphi_2)]/(kT)\,, \quad (8.5)$$

дзе $W_1 = e\varphi_1$ і $W_2 = e\varphi_2$ — патэнцыяльныя энергіі электрона ў металах *1* і *2* адпаведна; $T$— абсалютная тэмпература металаў.

Калі пралагарыфмаваць выраз (8.5), то атрымаем $\varphi_1 - \varphi_2 = kT/e\ln(n_2/n_1)$ або з улікам формулы (8.3)

$$\Delta\varphi''_{12} = kT/e\ \ln(n_1/n_2)\,. \quad (8.6)$$

Зробім ацэнку знешняй і ўнутранай кантактнай рознасці патэнцыялаў. Работа выхаду электронаў у розных металаў мае значэнне прыблізна ад 2 да 5 эВ. Таму, згодна з формулай (8.4), вонкавая кантактная рознасць патэнцыялаў для розных пар металаў $\Delta\varphi'_{12} \approx 1B$.

Канцэнтрацыя электронаў у розных металаў адрозніваецца не больш, чым у 2—3 разы, таму можна лічыць, што $\ln(n_1/n_2) \approx 1$. Пры гэтай умове з формулы (8.6) вынікае, што пры пакаёвай тэмпературы ($T \approx$ 300К):

$$\Delta\varphi''_{12} \sim kT/e = 1{,}38\cdot10^{-23}\cdot300/1{,}6\cdot10^{-19} \approx 0{,}03\text{В}\,.$$

Такім чынам,

$$\Delta\varphi''_{12} \ll \Delta\varphi'_{12}\,.$$

Суму $\Delta\varphi'_{12} + \Delta\varphi''_{12} = \Delta\varphi_{12}$ называюць поўнай кантактнай рознасцю патэнцыялаў. З улікам формул (8.4) і (8.6) можна запісаць:

$$\Delta\varphi_{12} = (A_1 - A_2)e + kT/e \ \ln(n_2/n_1) \,. \tag{8.7}$$

Формула (8.7) паказвае, што кантактная рознасць патэнцыялаў залежыць ад характарыстык металаў ($A_1$, $A_2$, $n_1$, $n_2$) і тэмпературы, што і сцвярджае першы закон Вольты.

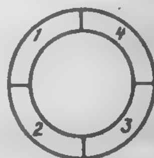
Дакажам другі закон Вольты. Разгледзім ланцуг з некалькіх (напрыклад, чатырох) паслядоўна злучаных праваднікоў (рыс. 8.6) аднолькавай тэмпературы. Відавочна, што рознасць патэнцыялаў паміж канцамі гэтага ланцуга

$$\varphi_1 - \varphi_4 = (\varphi_1 - \varphi_2) + (\varphi_2 - \varphi_3) + (\varphi_3 - \varphi_4)$$

або з улікам (8.6)

$$\varphi_1 - \varphi_4 = (A_1 - A_4)/e + kT/e \ \ln(n_1/n_4) \,.$$

Рыс. 8.6.



Рыс. 8.7.

Такім чынам, кантактная рознасць патэнцыялаў ланцуга залежыць толькі ад металаў, якія знаходзяцца на яго канцах. Калі ланцуг замкнёны (рыс. 8.7) і ўсе кантакты маюць аднолькавую тэмпературу, кантактная рознасць патэнцыялаў роўная нулю.

Кантактная рознасць патэнцыялаў узнікае не толькі паміж двума металамі, але і паміж паўправаднікамі, металам і паўправадніком, двума дыэлектрыкамі, прычым целы, што сутыкаюцца, могуць быць не толькі цвёрдымі, але і вадкімі. У прыватнасці, кантактнай з'яўляецца рознасць патэнцыялаў паміж электродам гальванічнага элемента і электралітам.

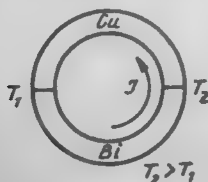
## 8.3. Тэрмаэлектрычныя з'явы

**Эфект Зеебека (тэрмаэлектрычны эфект).** З закону паслядоўных кантактаў Вольты вынікае, што ў замкнёным ланцугу, які складзены з некалькіх розных металаў, сума кантактных рознасцей патэнцыялаў роўная нулю, таму ў такім ланцугу электрычны ток не ўзнікае. Аднак гэта будзе толькі да таго часу, пакуль тэмпература кантактаў паміж рознымі металамі аднолькавая. Пры розных тэмпературах кантактаў у ланцугу ўзнікае электрычны ток, які называюць тэрмаэлектрычным.

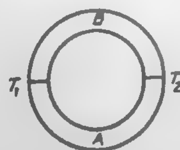
Узнікненне электрычнага току ў замкнёным ланцугу сведчыць пра тое, што ў ім дзейнічае ЭРС. ЭРС, якая выклікае ўзнікненне тэрмаэлектрычнага току, называецца *тэрмаэлектрарухальнай сілай* (тэрмаЭРС). З'ява ўзнікнення ў замкнёным ланцугу тэрмаэлектрарухальнай сілы называецца тэрмаэлектрычным эфектам. Ланцуг, у якім узнікае тэрмаЭРС, называецца тэрмаэлементам або *тэрмапарай*.

Тэрмаэлектрычны эфект быў адкрыты ў 1821 г. нямецкім фізікам Т. Зеебекам (1770—1831). Ён заўважыў, што, калі ў замкнёным ланцугу з медзі і вісмуту (рыс. 8.8) тэмпературы кантактаў $T_1$ і $T_2$ былі рознымі, ўзнікаў ток, які выклікаў адхіленне магнітнай стрэлкі. Па адхіленні стрэлкі можна было вызначыць напрамак току. У спаі з больш высокай тэмпературай ток заўсёды мае напрамак ад вісмуту да медзі.

Напрамак руху электронаў процілеглы напрамку току, таму ў нагрэтым спаі электроны пераходзяць з медзі ў вісмут. На рыс. 8.8 стрэлкай паказаны напрамак току, калі $T_2 > T_1$ .



Рыс. 8.8.



Рыс. 8.9.

Узнікненне тэрмаЭРС абумоўлена тэмпературнай залежнасцю кантактнай рознасці патэнцыялаў. Як відаць з формулы (8.7), яна лінейна ўзрастае з павелічэннем тэмпературы. Таму кантактная рознасць патэнцыялаў нагрэтага спая больш высокая, чым халоднага.

Разгледзім замкнёны ланцуг з двух металаў $A$ і $B$ (рыс. 8.9). Пры $T_1 \neq T_2$ у ланцугу ўзнікае тэрмаЭРС:

$$\mathcal{E} = \Delta\varphi_{AB} + \Delta\varphi_{BA} . \tag{8.8}$$

У агульным выпадку неабходна было б улічваць залежнасць работы выхаду і канцэнтрацыі электронаў ад тэмпературы, а таксама дыфузію электронаў ад нагрэтага спаю, дзе іх кінетычная энергія больш высокая, да спаю з больш нізкай тэмпературай. Аднак электронны газ у металах знаходзіцца ў стане выраджэння, і таму, у першым набліжэнні, можна лічыць, што работа выхаду і канцэнтрацыя электронаў пры змяненні тэмпературы застаюцца пастаяннымі. Пры гэтай умове, калі ў выраз (8.8) падставіць (8.7) то атрымаем

$$\mathcal{E} = kT_1/e \ln(n_A/n_B) + kT_2/e \ln(n_B/n_A)$$

або

$$\mathcal{E} = k/e(T_2 - T_1) \ln(n_A/n_B) . \qquad (8.9)$$

Пазначым

$$\alpha = k/e \ln(n_A/n_B) , \qquad (8.10)$$

тады

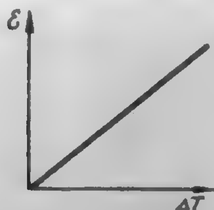
$$\mathcal{E} = \alpha(T_2 - T_1) . \qquad (8.11)$$

Каэфіцыент прапарцыйнасці

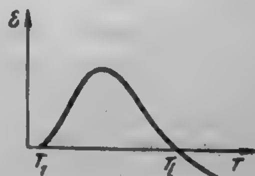
$$\alpha = \mathcal{E}/(T_2 - T_1) \qquad (8.12)$$

называюць каэфіцыентам тэрмаЭРС або ўдзельнай тэрмаЭРС. Ён лікава роўны тэрмаЭРС, якая ўзнікае ў ланцугу пры рознасці тэмператур спаяў 1 K.

Каэфіцыент $\alpha$ залежыць ад роду металаў, што складаюць ланцуг, іх тэрмічнай і механічнай апрацоўкі, наяўнасці прымесей, а таксама ад тэмпературы. Для многіх пар металаў (Cu—Bi, Ag—Cu, Au—Cu, Fe—Pt і інш.) і асабліва некаторых сплаваў (храмель—алюмель, медзь—канстантан, плаціна—плаціна + 10 % родыю і інш.) каэфіцыент $\alpha$ застаецца пастаянным у шырокім тэмпературным інтэрвале. У гэтых тэрмапарах тэрмаЭРС лінейна ўзрастае з павелічэннем рознасці тэмператур паміж спаямі (рыс. 8. 10).




Рыс. 8.10.




Рыс. 8.11.

У некаторых тэрмапарах пры дастаткова высокіх тэмпературах тэрмаЭРС пачынае памяншацца і можа нават змяніць знак. На рыс. 8.11 прыведзены графік залежнасці тэрмаЭРС тэрмапары Fe—Cu ад тэмпературы нагрэтага спаю пры пастаяннай тэмпературы халоднага спаю. З рысунка відаць, што тэрмаЭРС мяняе знак. Тэмпература, пры якой мяняецца знак тэрмаЭРС, называецца *тэмпературай інверсіі.* Для тэрмапары Fe—Cu тэмпература інверсіі роўная 300 ° C.

Зробім ацэнку $\alpha$ для металаў. Будзем лічыць, што $n_A / n_B \approx 2{,}7$, тады $\ln (n_A/n_B) \approx 1$ і $\alpha = 1{,}38 \cdot 10^{-23}/1{,}6 \times$ $\times\ 10^{-19} \approx 8 \cdot 10^{-5}$(В/К) =80 мкВ /К .

Эксперыментальныя значэнні каэфіцыента тэрмаЭРС для металаў маюць меншае значэнне і знаходзяцца ў межах ад 0,5 да 50 мкВ/К.

У табл. 8.1 прыведзены каэфіцыенты тэрмаЭРС некаторых металаў і сплаваў у пары са свінцом у інтэрвале тэмператур 0—100° С. Дадатны знак прыпісаны тым металам, да якіх ідзе ток у нагрэтым спаі.

*Табліца 8.1*

| Метал | $\alpha$, мкВ/К | Метал | $\alpha$, мкВ/К |
|---|---|---|---|
| Сурма | +43 | Свінец | 0,0 |
| Жалеза | +15 | Волава | —0,2 |
| Кадмій | +4,6 | Алюміній | —0,4 |
| Медзь | +3,2 | Плаціна | —4,4 |
| Цынк | +3,1 | Нікель | —20,8 |
| Золата | +2,9 | Вісмут | —68,0 |
| Срэбра | +2,7 | Алюмель | —17,3 |
| Ніхром | +18 | Канстантан | —38 |
| Храмель | +24 | Капель | —38 |

Такі характар залежнасці тэрмаЭРС ад рознасці тэмператур часткова можна растлумачыць тым, што пры павышэнні тэмпературы змяняецца стасунак $n_A/n_B$ , але поўнае тлумачэнне тэрмаэлектрычных з'яў можа быць зроблена толькі на падставе квантавай тэорыі.

У паўправадніках канцэнтрацыя носьбітаў зарадаў з павышэннем тэмпературы вельмі моцна ўзрастае. Таму пры награванні кантакту двух прымесных праваднікоў *p*- і *n*-тыпаў за кошт дыфузіі электронаў і дзірак ад нагрэтага кантакту да халоднага ўзнікае тэрмаЭРС, якая ў сотні разоў перавышае тэрмаЭРС металаў. У паўправадніках з уласнай праводнасцю ад нагрэтага канца ўзору да халоднага дыфундуюць адначасова і электроны, і дзіркі, таму пры пэўных умовах узбуджаныя імі электрычныя палі могуць узаемна кампенсавацца.

Такі выпадак мае месца ў свінцы. Вось чаму каэфіцыент тэрмаЭРС усіх матэрыялаў выражаюць адносна гэтага металу.

У табл. 8.2 прыведзены каэфіцыенты тэрмаЭРС некаторых паўправаднікоў.

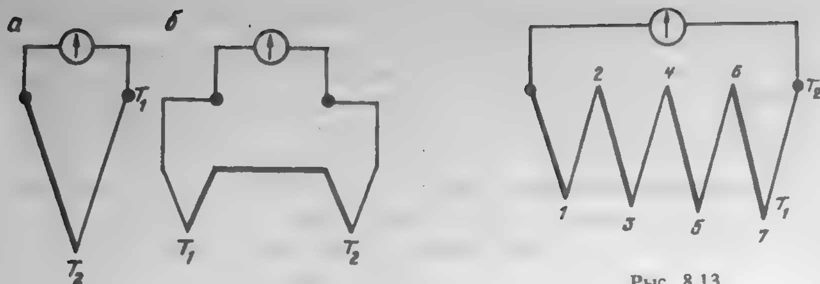
*Табліца 8.2*

| Рэчыва | $\alpha$, мкВ/К | Рэчыва | $\alpha$, мкВ/К |
|---|---|---|---|
| $Tl_2S$ | —780 | CdO | +30 |
| CuO | —700 | SbZn | +200 |
| FeO | —500 | $Tl_2S$ | +800 |
| PbO | —160 | Se | +1000 |
| CdO | —40 | $Cu_2O$ | +1200 |

Тэрмаэлектрычны эфект выкарыстоўваюць пры вымярэнні тэмператур. Для кожнага тэмпературнага інтэрвалу бярэцца адпаведная пара металаў, якая ў гэтым інтэрвале мае лінейную залежнасць тэрмаЭРС ад тэмпературы. Напрыклад, тэрмапары храмель—алюмель выкарыстоўваюць пры вымярэнні тэмператур да 600 °С. Пры высокіх тэмпературах (да 1600° С) прымяняюць тэрмапары з плаціны і сплава плаціны з родыем. Тэрмапара ірыдый—ірыдый з родыем дае магчымасць вымяраць тэмпературы да 2000° С. Тэрмапары можна з поспехам выкарыстоўваць і пры вымярэнні вельмі нізкіх тэмператур, пры якіх тэрмаметрычныя вадкасці замяраюць.

На рыс. 8.12 паказана схема падключэння гальванометра да тэрмапары, якая выкарыстоўваецца пры вымярэнні тэмператур. Тэрмапара з адным яўна выражаным спаем (рыс. 8.12, *а*) (другім спаем з'яўляюцца клемы, да якіх далучаны гальванометр) называецца простай тэрмапарай. Першы спай змяшчаецца там, дзе вымяраецца тэмпература $T_2$, а другі мае тэмпературу навакольнага асяроддзя $T_1$. Тэрмапара, у якой абодва спаі яўна выражаны (рыс. 8.12, *б*), называецца дыферэнцыйнай. Пры вымярэннях адзін спай падтрымліваецца пры пастаяннай тэмпературы $T_1$ (напрыклад, 0° С).

ТэрмаЭРС тэрмапары вельмі малая, але яе можна павялічыць, калі некалькі тэрмапар злучыць паслядоўна. Такое злучэнне называюць тэрмаслупком (рыс. 8.13). Адны кантакты тэрмаслупка, напрыклад цотныя, награюцца, а няцотныя застаюцца пры пакаёвай тэмпературы $T_1$ .Адчувальнасць тэрмаслупка можа быць даведзена да мільённай долі градуса. Тэрмаслупкі выкарыстоўваюцца для выяўлення вельмі слабага выпраменьвання нагрэтых цел, якія знаходзяцца на вялікай адлегласці. Значная колькасць злучаных тэрмапар можа даць тэрмаЭРС у некалькі вольт і ток у некалькі ампер, але ККДз такой тэрмабатарэі вельмі малы (каля 0,1 %).




Рыс. 8.12.

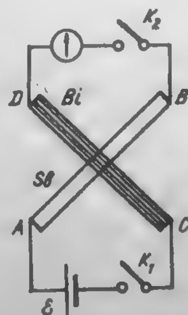
Рыс. 8.13.

Аднак, калі тэрмабатарэя складаецца з паўправадніковых тэрмаэлементаў, то ККДз можа дасягаць 15 %. Такія тэрмаэлектрычныя генератары (ТЭГ) знайшлі практычнае выкарыстанне пры прамым пераўтварэнні цеплавой энергіі, энергіі Сонца, энергіі ядзерных рэактараў і інш. у электрычную. Магутнасць некаторых ТЭГ дасягае некалькіх соцень кілават. Характэрнай іх асаблівасцю з'яўляецца высокая надзейнасць, простае абслугоўванне.

ТЭГ выкарыстоўваюцца для сілкавання аўтаматычных маякоў, навігацыйных буёў, метэаралагічных станцый, касмічных апаратаў, станцый антыкаразійнай абароны нафтаправодаў і інш. Недахопамі ТЭГ з'яўляюцца іх высокі кошт і малы ККДз.

**Эфект Пельцье.** Тэрмаэлектрычны эфект — з'ява абарачальная. Калі праз спай двух металаў праходзіць электрычны ток, то ў залежнасці ад напрамку току адбываецца вылучэнне або паглынанне цеплыні. Гэту з'яву ў 1834 г. адкрыў французскі фізік Ж. Пельцье (1785—1845). Ён правёў наступны дослед. Дзве палоскі з сурмы *AB* і вісмуту *CD* ( рыс. 8.14) былі спаяны ў выглядзе крыжа (крыжа Пельцье). Да канцоў *AC* далучалася батарэя $\mathscr{E}$ , а да канцоў *B* і *D* гальванометр.

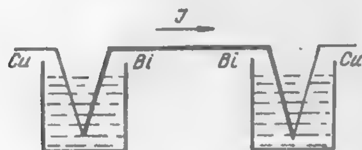
Пры замыканні ключа $K_1$ узнікаў ток, які праходзіў праз спай ад сурмы да вісмуту. Спай пры гэтым награваўся. Затым ключ $K_1$ размыкаўся і замыкаўся ключ $K_2$. Гальванометр паказваў ток, які ў спаі меў напрамак ад вісмуту да сурмы, г. зн. напрамак, процілеглы напрамку току батарэі. Пры змяненні напрамку току батарэі спай ахалоджваўся, а напрамак току гальванометра змяняўся на процілеглы. Сам Пельцье не зусім усведамляў сутнасць адкрытай ім з'явы. Сэнс гэтай з'явы растлумачыў Э. Ленц (1804—1865). У 1838 г. ён выканаў наступны дослед. У паглыбленне на стыку стрыжняў




Рыс. 8.14.

з вісмуту і сурмы змяшчалася кропля вады. Пры праходжанні праз спай току ў адным напрамку кропля замярзала, а калі напрамак току змяняўся, яна плавілася. Такім чынам, было высветлена, што пры праходжанні току праз спай у залежнасці ад яго напрамку акрамя ленц-джоўлевай цеплыні, вылучаецца або паглынаецца дадатковая цеплыня, якая атрымала назву цеплыні Пельцье.

Каб вызначыць лікавае значэнне гэтай цеплыні $Q_{\Pi}$, можна правесці наступны дослед, які ўпершыню выканаў французскі фізік Ф. Леру (1832—1907). Два спаі дыферэнцыйнай тэрмапары з медзі і вісмуту змяшчаліся ў два каларыметры (рыс. 8.15). На працягу некаторага часу ток $I$ праходзіў праз абодва спаі. За гэты час у першым каларыметры вылучалася цеплыня $Q_1$, а ў другім $Q_2$. Супраціўленні спаяў, што апушчаны ў каларыметры, аднолькавыя, таму ў кожным з іх вылучалася адна і тая ж ленц-джоўлева цеплыня $I^2Rt$. Цеплыня ж Пельцье ў адным каларыметры дадатная, а ў другім — адмоўная, бо адзін спай награваўся, а другі ахалоджваўся. Таму можна запісаць:



Рыс. 8.15.

$$Q_1 = I^2Rt + Q_{\Pi}, \quad Q_2 = I^2Rt - Q_{\Pi},$$

адкуль $Q_{\Pi} = (Q_1 - Q_2)/2$.

Доследы паказалі, што $Q_{\Pi}$ залежыць ад велічыні току і часу або зараду, што прайшоў праз спай:

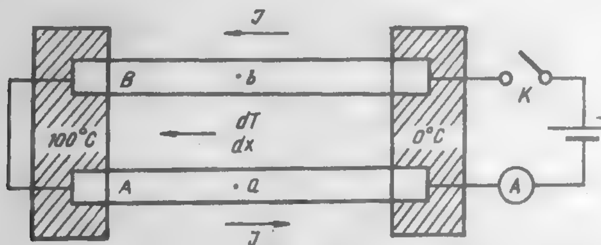
$$Q_{\Pi} = \Pi It = \Pi q, \qquad (8.13)$$

дзе $\Pi$ — каэфіцыент Пельцье, лікава роўны цеплыні, якая вылучаецца (або паглынаецца) у спаі двух металаў, калі праз яго праходзіць зарад 1 Кл. Каэфіцыент Пельцье залежыць ад рэчыва праваднікоў і роўны $10^{-2} - 10^{-3}$ В. У паўправадніках з розным тыпам праводнасці гэты каэфіцыент значна большы, што дае магчымасць практычнага выкарыстання эфекта Пельцье, напрыклад, у халадзільных установках. Устаноўкі тэрмаэлектрычнага ахалоджвання простыя па канструкцыі, у іх няма рухомых дэталей і халадзільных агентаў, яны простыя ў

абслугоўванні. Тэрмаэлектрычныя халадзільнікі выкарыстоўваюцца у лабараторыях, радыёэлектроніцы, медыцыне і інш.

**Эфект Томсана.** Пры распрацоўцы тэрмадынамічнай тэорыі тэрмаэлектрычных з'яў англійскі фізік У. Томсан (Кельвін) (1824—1907) у 1856 г. прыйшоў да высновы, што нават у аднародным правадніку, калі ён нагрэты нераўнамерна і ў ім праходзіць ток, адбываецца вылучэнне або паглынанне цеплыні, якая дадаецца да ленц-джоўлевай цеплыні або адымаецца ад яе. Гэта з'ява атрымала назву эфекта Томсана. Эксперыментальна яе выявіў французскі фізік Ф. Леру ў 1867 г. на наступным доследзе.

Два аднолькавыя стрыжні $A$ і $B$ (рыс. 8.16) з аднаго і таго ж рэчыва ўключаны ў замкнёны ланцуг току. На адных канцах стрыжняў падтрымліваецца тэмпература 100 °С, а на другіх — 0 °С. У стрыжнях узнікалі патокі цеплыні ад нагрэтых канцоў да халодных і градыент тэмпературы $dt/dx$, напрамак якога на рысунку паказаны стрэлкай.




Рыс. 8.16.

Рознасць тэмператур паміж двума сіметрычнымі пунктамі $a$ і $b$ вымяралася з дапамогай дыферэнцыйнай тэрмапары. Пры разамкнёным ключы $K$ тэмпературы пунктаў $a$ і $b$ былі аднолькавымі. Пры замыканні ключа $K$ у ланцугу ўзнікаў ток, напрамак якога паказаны стрэлкамі. У стрыжні $A$ напрамак току і патоку цеплыні супадаюць, а ў стрыжні $B$ яны накіраваныя насустрач адзін аднаму. У выніку паміж пунктамі $a$ і $b$ узнікала рознасць тэмператур, што і рэгістравалася тэрмапарай. Пры змяненні напрамку току знак рознасці тэмператур змяняўся. Гэта сведчыла аб тым, што ў адным са стрыжняў, акрамя цеплыні Джоўля—Ленца, вылучалася цеплыня Томсана, а ў другім яна паглыналася.

Эфект Томсана лічаць дадатным, калі ток, што праходзіць у напрамку градыента тэмпературы, выклікае награванне правадніка, і адмоўным, калі ахаладжванне. Напрыклад, у такіх металаў, як Zn, Bi, эфект Томсана адмоўны, а ў Fe, Pt, Sb — дадатны.

Эфект Томсана тлумачыцца змяненнем уласцівасцей правадніка пры яго награванні. Калі тэмпературы на канцах правадніка розныя, узнікае дыфузійны паток электронаў ад нагрэтага канца да халоднага,

і канцэнтрацыя электронаў у розных пунктах праваднікa будзе рознай. Хімічна аднародны праваднік становіцца электрычна неаднародным, а ў неаднародных правадніках назіраецца з'ява Пельцье. Таму эфект Томсана можна разглядаць як эфект Пельцье ў хімічна аднародным метале з тэмпературнай неаднароднасцю.

Няхай $\Delta Q_T$ — цеплыня Томсана, якая вылучаецца ў аб'ёме праваднікa $\Delta V$ за час $t$. Тады $\Delta Q_T/(\Delta Vt)$ — колькасць цеплыні Томсана, што вылучаецца ў адзінцы аб'ёму за адзінку часу. Тэарэтычныя разлікі і доследы паказваюць, што гэта велічыня прапарцыйная градыенту тэмпературы і шчыльнасці току $j$:

$$\Delta Q_T/(\Delta Vt) = \sigma_T dT/dx j\,, \tag{8.14}$$

дзе $\sigma_T$ — каэфіцыент Томсана, які залежыць ад рэчыва праваднікa і тэмпературы.

Пры невялікіх градыентах тэмпературы можна лічыць $\sigma_T = \text{const}$.

Калі прымяніць формулу (8.14) да кароткага стрыжня даўжынёй $\Delta x$, на канцах якога рознасць тэмператур $\Delta T = dT/dx\,\Delta x$, то, з улікам $jS = I$, $V = S\Delta x$, атрымаем

$$\Delta Q_T = \sigma_T \Delta T I t\,. \tag{8.15}$$

Каэфіцыент Томсана $\sigma_T$ вымяраецца ў В/К. Для вісмуту $\sigma_T = 10^{-5}$ В/К.

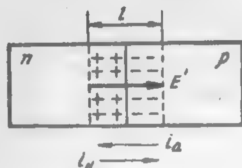
### 8.4. Паўправадніковыя дыёды і транзістары

Калі прапускаць электрычны ток праз кантакт двух металаў, то супраціўленне кантактаў практычна не залежыць ад напрамку току. Пры праходжанні току праз кантакты металу і паўправаднікa або двух паўправаднікоў назіраецца аднабаковая праводнасць. Супраціўленне кантактаў залежыць ад напрамку току. У адным напрамку (запорным) яно вялікае, а ў процілеглым (прапускным) — малое. Такі кантакт валодае выпрамляльным дзеяннем. Асаблівую практычную цікавасць выклікаюць кантакты электроннага ($n$) і дзірачнага ($p$) паўправаднікоў. Такія кантакты называюць электронна-дзірачнымі пераходамі ($p$—$n$- або $n$—$p$-пераходамі).

Электронна-дзірачны пераход з'яўляецца асноўным элементам большасці паўправадніковых прыбораў, у прыватнасці паўправадніковых дыёдаў і транзістараў. Каб атрымаць якасны $n$—$p$-пераход, у пласцінку з чыстага паўправаднікa ўводзяць дзве прымесі — донарную і акцэп-

тарную. Донарная прымесь надае крышталю электронную праводнасць, а акцэптарная — дзірачную. Напрыклад, у пласцінку крышталя германію або крэмнію ўводзяць прымесі мыш'яку і індыю і размяркоўваюць іх так, каб з аднаго боку меўся лішак донарнай прымесі (мыш'яку), а з другога — акцэптарнай (індыю). У выніку ў адной палавіне пласцінкі ўзнікае электронная праводнасць, а ў другой — дзірачная, а паміж імі — тонкі пераходны слой, у якім абедзве прымесі ўзаемна кампенсуюцца. Гэта і ёсць *n*—*p*-пераход.

Разгледзім крышталь, у якім злева знаходзіцца вобласць з электроннай праводнасцю, а справа — з дзірачнай (рыс. 8.17). За кошт цеплавога руху адбываецца дыфузія электронаў з *n*-вобласці ў *p*-вобласць і дзірак *p*-вобласці ў *n*-вобласць. Электроны, што перайшлі ў *p*-вобласць, рэкамбініруюць з дзіркамі, а дзіркі ў *n*-вобласці з электронамі. Кантактны слой *l* паміж паўправаднікамі *n*- і *p*-тыпаў збядняецца носьбітамі зараду і яго ўдзельнае супраціўленне ўзрастае. На мяжы паміж паўправаднікамі ўзнікае двайны электрычны слой, які ўтвараецца іанізаванымі донарнымі прымесямі ў *n*-вобласці і акцэптарнымі — у *p*-вобласці. Напружанасць электрычнага поля E′ двайнога электрычнага слоя накіравана ад паўправадніка *n*-тыпу да паўправадніка *p*-тыпу і перашкаджае руху асноўных носьбітаў зараду (электронаў з *n*-вобласці ў *p*-вобласць і дзірак з *p*-вобласці ў *n*-вобласць). Акрамя асноўных носьбітаў зараду, у паўправадніках (за кошт уласнай праводнасці) існуюць неасноўныя носьбіты (дзіркі ў *n*-вобласці і электроны ў *p*-вобласці). Электрычнае поле двайнога электрычнага слоя спрыяе пераходу неасноўных носьбітаў зараду праз *p*—*n*-пераход. Пры раўнавазе ток $i_а$, што ствараецца асноўнымі носьбітамі зараду, роўны па велічыні і процілеглы па напрамку току $i_н$, які ствараюць неасноўныя носьбіты зараду. Пры адсутнасці знешняга поля сумарны ток і праз *p*—*n*-пераход роўны нулю. Напрамкі токаў $i_а$ і $i_н$ на рыс. 8.17 паказаны стрэлкамі. Таўшчыня кантактнага слоя ў паўправадніках значна большая, чым у металах, і дасягае $10^{-6}$ м.



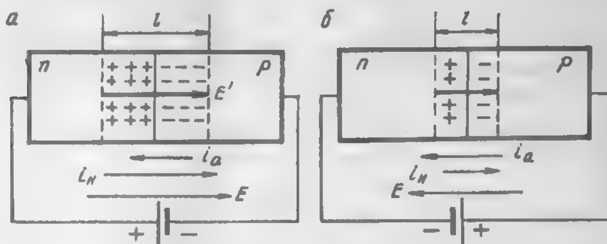
Рыс. 8.17.

Гэта выклікана тым, што канцэнтрацыя носьбітаў зараду ў паўправадніках значна меншая, чым у металах, і таму для ўзнікнення прыкладна той жа кантактнай рознасці патэнцыялаў (некалькі дзесятых вольта) павінен збядняцца носьбітамі зарадаў больш тоўсты кантактны слой *l*.

Пры нармальнай тэмпературы слой *l* непранікальны (мае вельмі вялікае супраціўленне) для электронаў у напрамку $n \to p$ і дзірак у напрамку $p \to n$. Таму яго называюць запіральным слоем.

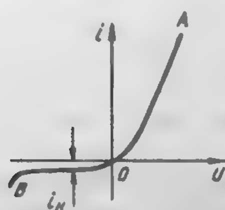
Разгледзім уплыў знешняга электрычнага поля на ўласцівасці $p$—$n$-пераходу.

Калі да $p$—$n$-пераходу далучыць вонкавую крыніцу току, як гэта паказана на рыс. 8.18, а (да электроннага паўправадніка дадатны полюс, а да дзірачнага — адмоўны), то напрамак напружанасці вонкавага поля E будзе супадаць з напрамкам напружанасці E′ і свабодныя электроны і дзіркі будуць аддаляцца ад кантакту. Запіральны слой пашырыцца, і яго супраціўленне павялічыцца. Ток асноўных носьбітаў $i_а$ зменшыцца. Ужо пры напружанні ў некалькі дзесятых доляў вольта




Рыс. 8.18.

гэты ток практычна роўны нулю. Праз $p$—$n$-пераход будзе праходзіць толькі ток неасноўных носьбітаў $i_н$. Паколькі канцэнтрацыя неасноўных носьбітаў зараду невялікая, ток $i_н$ вельмі малы. Яго называюць адваротным токам. Калі падключыць крыніцу току так, каб патэнцыял паўправадніка $n$-тыпу быў адмоўным, а $p$-тыпу — дадатным (рыс. 8.18, б), то напрамак напружанасці вонкавага поля E будзе процілеглым напрамку напружанасці E′ , і свабодныя электроны і дзіркі будуць рухацца да $p$—$n$-пераходу. Таўшчыня $l$ запіральнага слоя зменшыцца, стане меншым і яго супраціўленне. Пры гэтым ток неасноўных носьбітаў $i_н$ не зменіцца, а ток асноўных носьбітаў моцна павялічыцца. Праз $p$—$n$-пераход будзе праходзіць ток $i = i_а - i_н$, накіраваны ад паўправадніка $p$-тыпу да $n$-тыпу, які называюць прамым. Вольт-амперная характарыстыка $p$—$n$-пераходу прыведзена на рыс. 8.19, дзе прамому току адпавядаюць дадатныя значэнні напружанняў, а адваротнаму — адмоўныя. Пры павелічэнні дадатнага напружання ток рэзка ўзрастае (участак *OA*). Участак *OB* адпавядае слабому адваротнаму току, які амаль не залежыць ад напружання. Аднак, калі адваротнае напружанне дасягае пэўнай велічыні, ток рэзка ўзрастае і адбываецца



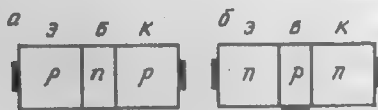

Рыс. 8.19.

разбурэнне *p—n*-пераходу (прабой). Аднабаковая праводнасць *p—n*-пераходу дазваляе выкарыстоўваць паўправадніковыя дыёды ў якасці выпрамнікаў пераменнага току. Найбольш шырокае прымяненне знайшлі германіевыя і крэмніевыя выпрамнікі, якія адрозніваюцца высокай надзейнасцю і вялікім тэрмінам працы. Некаторыя высакавольтныя дыёды разлічаны на напружанне да 3000 В на кожны *p—n*-пераход, а нізкавольтныя (з вадзяным ахалоджваннем) на токі ў дзесяткі тысяч ампер. Умоўнае абазначэнне паўправадніковых дыёдаў на схемах паказана на рыс. 8.20.

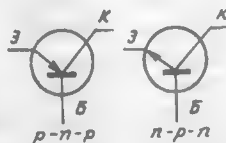
Паўправадніковы трыёд (транзістар) уяўляе сабой крышталь з двума вельмі блізка размешчанымі *p—n*-пераходамі. У монакрышталі германію або крэмнію ствараецца такое размеркаванне донарных і акцэптарных прымесей, каб утваралася тонкая (некалькі мікраметраў) праслойка паўправадніка *n*-тыпу паміж двума слаямі паўправадніка *p*-тыпу (рыс. 8.21, *а*) або праслойка *p*-тыпу паміж слаямі *n*-тыпу (рыс. 8.21, *б*). Тонкі сярэдні слой называецца базай (*Б*), а крайнія вобласці эмітэрам (*Э*) і калектарам (*К*). Тып праводнасці эмітэра і калектара аднолькавы, але яны адрозніваюцца канцэнтрацыяй прымесных атамаў. Звычайна калектар мае большую канцэнтрацыю прымесей.

У залежнасці ад тыпу праводнасці базы транзістары бываюць двух тыпаў: *p—n—p* (рыс. 8.21, *а*) і *n—p—n* (рыс. 8.21, *б*).

Рыс. 8.20.




Рыс. 8.21.




Рыс. 8.22.

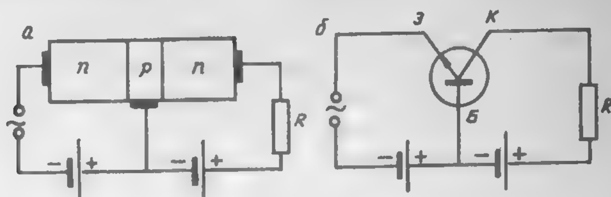
Умоўнае абазначэнне транзістараў паказана на рыс. 8.22. Стрэлкі паказваюць напрамак току праз эмітэр. Прынцып работы абодвух тыпаў транзістараў аднолькавы, змяняецца толькі роля электронаў і дзірак. У залежнасці ад таго, якая частка транзістара злучана з агульным пунктам схемы, адрозніваюць тры спосабы яго ўключэння (з агульнай базай, з агульным эмітэрам, з агульным калектарам). Аднак пры любой схеме ўключэння транзістара на эмітэрны пераход вонкавае напружанне падаецца ў прапускным (прамым) напрамку, а да калектарнага — у замкнёным (адваротным) напрамку.

У транзістарах *p—n—p*-тыпу адна крыніца току далучаецца дадатным полюсам да эмітэра і адмоўным — да базы, а другая — дадатным полюсам да базы і адмоўным да калектара. У транзістарах *n—p—n*-тыпу палярнасць падключэння крыніцы току адваротная: да эмітэра далучаецца адмоўны полюс, а да калектара — дадатны. На рыс. 8.23

паказана ўключэнне транзістара *n—p—n*-тыпу па схеме з агульнай базай.

Батарэя $Б_1$ стварае электрычнае поле, якое спрыяе пераходу электронаў праз левы *n—p*-пераход з эмітэра ў базу.

Паколькі таўшчыня базы вельмі малая і лік асноўных носьбітаў зараду (дзірак) у ёй невялікі, то амаль усе электроны, што перайшлі ў яе з эмітэра, не паспяваюць рэкамбінаваць з дзіркамі і дасягаюць правага *p—n*-пераходу.




Рыс. 8.23

Пад уздзеяннем поля батарэі яны пранікаюць у калектар, дзе з'яўляюцца асноўнымі носьбітамі зараду, і прымаюць удзел у стварэнні току калектара. Паколькі пры праходжанні праз базу вельмі малая частка электронаў паспявае рэкамбінаваць, ток калектара амаль роўны току эмітэра. Такім чынам, любое змяненне току ў ланцугу эмітэра выклікае змяненне току ў ланцугу калектара. Супраціўленне рэзістара *R* (рыс. 8.23) мала ўплывае на ток у калектары, таму гэта супраціўленне можна зрабіць дастаткова вялікім. Калі токам эмітэра кіраваць пры дапамозе крыніцы пераменнага напружання, што ўключана ў яго ланцуг, то на рэзістары *R* можна атрымаць сінхроннае змяненне напружання, амплітуда якога можа ў дзесяткі тысяч разоў перавышаць амплітуду напружання сігналу ў ланцугу эмітэра. Такім чынам, транзістар можа быць выкарыстаны як узмацняльнік напружання, а г. зн. і магутнасці.

Пры ўключэнні транзістара па схеме з агульным эмітэрам можна ўзмацніць ток. Выкарыстанне транзістара ў якасці генератара электрамагнітных ваганняў будзе разгледжана пазней.

# 9. ЭЛЕКТРАПРАВОДНАСЦЬ ЭЛЕКТРАЛІТАЎ

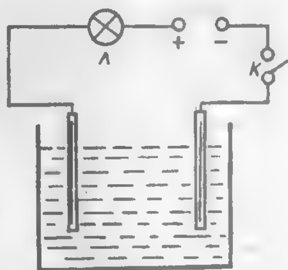
## 9.1. Электраліты. Электралітычная дысацыяцыя

У металах і электронных паўправадніках праходжанне электрычнага току не выклікае якіх-небудзь хімічных ператварэнняў. Такія рэчывы называюцца праваднікамі першага роду. Рэчывы, у якіх пры праходжанні электрычнага току адбываюцца хімічныя ператварэнні, назы-

ваюцца праваднікамі другога роду. Характэрнай асаблівасцю такіх праваднікоў з'яўляецца іонны механізм іх праводнасці. Рэчывы з іонным механізмам праводнасці называюцца электралітамі. Да іх ліку адносяцца растворы солей, шчолачаў і кіслот у вадзе і некаторых іншых вадкасцях, а таксама расплавы солей, якія ў цвёрдым стане з'яўляюцца іоннымі крышталямі.

*Электралітычная дысацыяцыя* — гэта распад рэчыва на іоны пры яго растварэнні. Не ўсе рэчывы ў растворах распадаюцца на іоны, таму не ўсе растворы праводзяць электрычны ток. Пераканацца ў гэтым можна на простым доследзе.

У шклянку з дыстыляванай вадой змесцім два вугальныя электроды (рыс. 9.1), якія праз электрычную лямпачку і ключ *K* далучаны да крыніцы току. Замкнём ключ *K*, але лямпачка не загарыцца. Гэта азначае, што дыстыляваная вада электрычны ток не праводзіць. Калі дыстыляваную ваду заменім растворам цукру, то ток у ланцугу таксама не ўзнікае. Калі замест цукру ў шклянку з дыстыляванай вадой дадаць харчовай солі, то пры замыканні ключа лямпачка загарыцца. Гэта сведчыць аб тым, што раствор солі ў вадзе з'яўляецца добрым правадніком электрычнага току. Такім чынам, пры растварэнні солі ў дыстыляванай вадзе ўзніклі носьбіты зарадаў. У гэтым доследзе на анодзе вылучаецца хлор (Cl), а на катодзе — едкі натр (NaOH). Гэта дае падставы лічыць, што ў водным растворы харчовай солі носьбітамі зарадаў з'яўляюцца дадатныя іоны натрыю $Na^+$ і адмоўныя іоны хлору $Cl^-$, якія ўзніклі ў выніку дысацыяцыі малекул хлорыстага натрыю.



Рыс. 9.1.

Аб існаванні дысацыяцыі малекул у растворах электралітаў сведчаць і іншыя доследы.

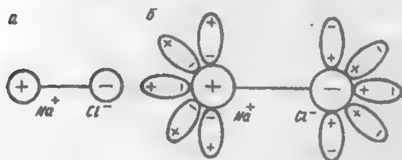
Пры вымярэнні асматычнага ціску ў растворах электралітаў было заўважана, што ён значна большы, чым гэта вынікае з закону Вант-Гофа (1852—1911).

Дакладна выкананыя доследы дазволілі ўстанавіць, што для электралітаў справядлівы закон Ома і закон Джоўля—Ленца, а гэта таксама сведчыць пра тое, што ў электралітах носьбіты зарадаў узнікаюць раней, чым да іх было прыкладзена электрычнае поле. Калі б іоны ў электралітах ствараліся прыкладзеным да іх полем, то законы Ома і Джоўля—Ленца не выконваліся б.

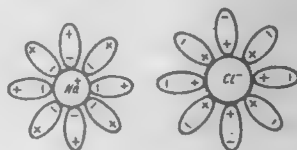
Асновы тэорыі электралітычнай дысацыяцыі былі распрацаваны Р. Клаузіусам (1822—1888), С. Арэніусам (1859—1927), В. Оствальдам (1853—1932). Каб зразумець механізм узнікнення іонаў у растворах

электралітаў, разгледзім дысацыяцыю малекул у растворах на прыкладзе малекул NaCl. Гэта палярная малекула, якая складаецца з дадатна зараджанага іона натрыю $Na^+$ і адмоўна зараджанага іона хлору $Cl^-$ (рыс. 9.2, *а*).

У водным растворы каля кожнага з іонаў малекулы NaCl размяшчаюцца палярныя малекулы вады так, як гэта схематычна паказана на рыс. 9.2, *б*. Да дадатных іонаў натрыю малекулы вады прыцягваюцца сваімі адмоўнымі полюсамі, а да адмоўных іонаў хлору — дадатнымі. Гэта прыводзіць да таго, што кулонаўская сіла прыцяжэння іонаў натрыю і хлору аслабляецца. Прыблізна можна лічыць, што сіла ўзаемадзеяння паміж іонамі змяншаецца ў ■ разоў (для вады $\varepsilon = 81$) . Пры такіх умовах энергія цеплавога руху ў растворы аказваецца дастатковай, каб аддзяліць іоны адзін ад аднаго. У растворы з'яўляюцца свабодныя носьбіты зарадаў — іоны натрыю і іоны хлору, акружаныя палярнымі малекуламі вады (рыс. 9.3). Абалонка з палярных малекул растваральніка, што акружае іон, называецца сальватнай (у выпадку вады — гідратнай ) абалонкай. Наяўнасць сальватнай абалонкі прыводзіць да змяншэння рухомасці іонаў.



Рыс. 9.2.



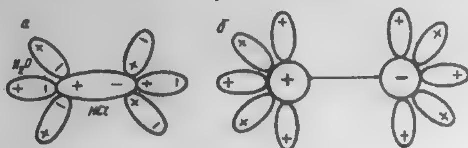
Рыс. 9.3.

У растворах распадаюцца на іоны не толькі іонныя малекулы, але і некаторыя палярныя малекулы, Прыкладам з'яўляецца саляная кіслата HCl. Пад уздзеяннем дыпольных малекул растваральніка полюсы дыпольнай малекулы (рыс. 9.4, *а)* аддаляюцца і яна набывае іонную структуру (рыс. 9.4, *б*). Распад гэтай структуры на іоны адбываецца так, як і ў малекул NaCl. З-за хаатычнага цеплавога руху іонаў у растворы назіраецца і адваротны працэс сутыкнення іонаў процілеглых знакаў і аб'яднанне іх у нейтральныя малекулы. Гэты працэс называюць *малізацыяй* або рэкамбінацыяй. Працэсы дысацыяцыі і рэкамбінацыі адбываюцца адначасова. Калі лік малекул, якія дысацыіруюць за адзінку часу, будзе роўны ліку малекул, што ўзнікаюць за той жа час у выніку рэкамбінацыі, устанаўліваецца дынамічная раўнавага:

$$NaCl \rightleftharpoons Na^+ + Cl^- \; ; \; HCl \rightleftharpoons H^+ + Cl^- .$$

Стану раўнавагі адпавядае пэўная ступень дысацыяцыі, якую характарызуюць каэфіцыентам дысацыяцыі $\alpha$ .

*Каэфіцыент дысацыяцыі (ступень дысацыяцыі)* паказвае, якая частка малекул растворанага рэчыва распалася на іоны. Ён залежыць ад прыроды раствору, яго канцэнтрацыі і тэмпературы.



Рыс. 9.4.

Калі лік малекул растворанага рэчыва, што знаходзіцца ў адзінцы аб'ёму раствору, роўны $n$, то з гэтага ліку $\alpha n$ малекул дысацыяваныя, а астатнія $n - \alpha n = (1 - \alpha) n$ — недысацыяваныя.

Лік малекул $\Delta n'$ , якія распадаюцца за 1 с, прапарцыйны ліку недысацыяваных малекул: $\Delta n' = A(1 - \alpha)n$ , дзе $A$ — каэфіцыент іанізацыі.

Лік малекул $\Delta n''$ , што рэкамбінуюць за 1 с, прапарцыйны як ліку дадатных, так і ліку адмоўных іонаў: $\Delta n'' = B\alpha^2 n^2$ , дзе $B$ — каэфіцыент рэкамбінацыі.

У стане раўнавагі $\Delta n' = \Delta n''$ , таму $A(1 - \alpha)n = B(\alpha n)^2$ , адкуль

$$\alpha^2/(1 - \alpha) = A/(Bn) = K/n , \qquad (9.1)$$

дзе $K = A/B$ — канстанта раўнавагі або канстанта дысацыяцыі.

Пры малой дысацыяцыі іонаў іх можна разглядаць як незалежныя часціцы, што не ўзаемадзейнічаюць паміж сабой. Пры гэтай умове $K$ не залежыць ад канцэнтрацыі $n$, а формула (9.1) выражае закон разбаўлення Оствальда.

Пры $n \to 0$ $\alpha^2/(1 - \alpha) \to \infty$ і $\alpha \to 1$ .

Такім чынам, у разбаўленых растворах амаль усе малекулы дысацыяваныя.

Закон разбаўлення Оствальда добра выконваецца для слабых раствораў, г. зн. раствораў, у якіх ступень дысацыяцыі малая $(\alpha \ll 1)$ . Для моцных электралітаў $(\alpha \approx 1)$ закон не пагадняецца з доследнымі данымі. Толькі для моцна разбаўленых раствораў ён дае правільны вынік $(\alpha = 1)$ . Калі лічыць, што ступень дысацыяцыі вельмі малая, то ў выразе (9.1) $\alpha \ll 1$, і тады $\alpha = \sqrt{K} / \sqrt{n}$ .

Сучасная тэорыя лічыць, што ў моцных электралітах малекулы цалкам дысацыяваныя, а ўсе іх асаблівасці тлумачацца ўзаемадзеяннем іонаў не толькі з малекуламі растваральніка, але і паміж сабой.

## 9.2. Рухомасць іонаў. Закон Ома для электралітаў

Іоны, якія ўтварыліся ў растворы ў выніку дысацыяцыі малекул, пры адсутнасці электрычнага поля рухаюцца хаатычна, а электрычны ток пры гэтым не ўзнікае. Пры наяўнасці электрычнага поля на хаатычны рух іонаў накладваецца іх упарадкаваны рух. Дадатна зараджаныя іоны рухаюцца ў напрамку поля, а адмоўныя — насустрач яму. У растворы адбываецца накіраваны перанос зарадаў, г. зн. узнікае электрычны ток. Накіраваны рух іонаў, якія акружаны сальватнымі абалонкамі, можна разглядаць як рух шарыкаў у вязкім асяроддзі. Пры руху ў электраліце іон адчувае сілу супраціўлення, якая прапарцыйная яго хуткасці. Сілу трэння, што дзейнічае на дадатны іон, можна лічыць роўнай $F^+_{\text{тр}} = k^+ v^+$, дзе $k^+$ — каэфіцыент трэння дадатнага іона, які залежыць ад яго геаметрычных памераў (сумесна з сальватнай абалонкай) і ўласцівасцей асяроддзя; $v$ — хуткасць руху іона.

Пад уздзеяннем электрычнай сілы $F^+ = q^+ E$, дзе $q^+$ — зарад іона; E — напружанасць поля, іон будзе рухацца з паскарэннем, пакуль гэта сіла не ўраўнаважыцца сілай трэння. Таму $k^+ v^+ = q^+ E$, адкуль

$$v^+ = q^+ / k^+ E . \tag{9.2}$$

Аналагічную формулу можна запісаць для хуткасці адмоўна зараджанага іона:

$$v^- = q^- / k^- E . \tag{9.3}$$

З формул (9.2) і (9.3) вынікае, што велічыні

$$b^+ = q^+ / k^+ \; ; \; b^- = q^- / k^- \tag{9.4}$$

вызначаюць хуткасць іонаў пры напружанасці поля, роўнай 1 В/м. Яны называюцца рухомасцямі іонаў. Рухомасці іонаў вельмі малыя. Напрыклад, у слабых водных растворах HCl рухомасці іонаў $H^+$ і $Cl^-$ адпаведна роўныя $3{,}26 \cdot 10^{-7}$ і $0{,}68 \cdot 10^{-7} м^2/(В \cdot с)$.

З улікам (9.4) замест (9.3) можна запісаць:

$$v^+ = b^+E\,;\, v^- = b^-E\,. \tag{9.5}$$

Калі канцэнтрацыя дадатных і адмоўных іонаў $n^+$ і $n^-$, тады шчыльнасць току $j = j^+ + j^- = q^+n^+v^+ + q^-n^-v^-$.

Зарады іонаў можна выразіць праз іх валентнасць $z$ і элементарны зарад $e$: $q^+ = z^+e\,;\ q^- = z^-e$. Тады, з улікам формул (9.5)

$$j = e(n^+z^+b^+ + n^-z^-b^-)E\,. \tag{9.6}$$

Калі валентнасць іонаў аднолькавая: $z^+ = z^- = z$, то $n^+ = n^- = \alpha n$ і

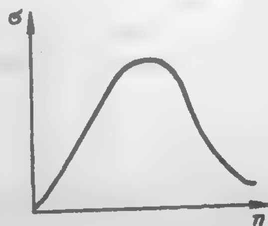
$$j = \alpha\, n\, z\, e\,(b^+ + b^-)E\,. \tag{9.7}$$

Формула (9.7) выражае закон Ома для электралітаў у дыферэнцыйнай форме: $j = \sigma E$, дзе ўдзельная праводнасць электраліта

$$\sigma = \alpha\, n\, z\, e\,(b^+ + b^-)\,. \tag{9.8}$$

З павышэннем тэмпературы ўдзельная электраправоднасць электралітаў узрастае. Гэта выклікана тым, што пры награванні электраліту павялічваюцца каэфіцыент дысацыяцыі $\alpha$ і рухомасць іонаў $b^+$ і $b^-$.

Залежнасць праводнасці электралітаў ад канцэнтрацыі больш складаная. Для чыстага растваральніка $\sigma = 0$, бо роўная нулю канцэнтрацыя $n$. З павелічэннем $n$ электраправоднасць узрастае і дасягае максімума ў канцэнтраваных растворах, з ростам канцэнтрацыі $\sigma$ спадае, бо змяншаецца каэфіцыент дысацыяцыі $\alpha$. Схематычна залежнасць удзельнай праводнасці электраліта ад канцэнтрацыі прыведзена на рыс. 9.5.

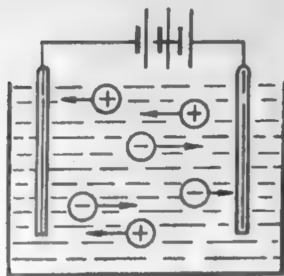


Рыс. 9.5.

### 9.3. Электроліз. Законы Фарадэя

Калі ў электраліт увесці цвёрдыя праваднікі (электроды), якія далучаны да крыніцы току (рыс. 9.6), іоны пачынаюць рухацца і ўзнікае электрычны ток. Дадатна зараджаныя іоны рухаюцца да ад-

моўнага электрода (катода) і называюцца катыёнамі. Адмоўныя іоны— аніёны — рухаюцца да дадатна зараджанага электрода (анода). Дасягнуўшы электродаў, іоны нейтралізуюцца. Аніёны перадаюць свае лішкавыя электроны аноду (акісляльная рэакцыя), а катыёны атрымліваюць нестаючыя электроны ад катода (аднаўленчая рэакцыя). Пры страце зарадаў іоны ператвараюцца ў нейтральныя атамы або ў групы атамаў (радыкалы), якія не могуць існаваць без лішкавага зараду, і таму ўступаюць у хімічныя рэакцыі з растваральнікам ці рэчывам электродаў. І ў тым і ў іншым выпадку каля электродаў адбываецца вылучэнне новых рэчываў, якія адсутнічалі ў растворы.


Рыс. 9.6.

Працэс вылучэння на электродах рэчываў пры праходжанні праз электраліт электрычнага току называецца *электролізам.*

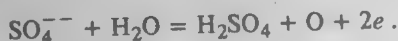
Хімічныя рэакцыі, якія праходзяць пры ўзаемадзеянні нейтралізаваных іонаў з рэчывам электродаў або растваральніка называюцца *другаснымі.* Гэтыя рэакцыі ўскладняюць працэс электролізу. Пры электролізе аднаго і таго ж раствору ў залежнасці ад матэрыялу электродаў могуць вылучацца розныя рэчывы. Прыкладам простага разлажэння растворанага рэчыва, без узнікнення другасных рэакцый, з'яўляецца электроліз воднага раствору салянай кіслаты (HCl). Малекулы HCl дысацыіруюць у растворы на іоны $H^+$ і $Cl^-$ : $HCl \rightleftharpoons H^+ + Cl^-$. Каля электродаў яны нейтралізуюцца і ператвараюцца ў атамы H і Cl, якія парамі аб'ядноўваюцца ў малекулы $H_2$ і $Cl_2$ :

$$H^+ + H^+ + 2e \rightarrow H_2 ;\ Cl^- + Cl^- - 2e \rightarrow Cl_2 .$$

У выніку на катодзе вылучаецца газападобны вадарод, а на анодзе — хлор.

У якасці прыкладу, калі другасныя рэакцыі аказваюць уплыў на выніі электролізу, разгледзім электроліз воднага раствору сернай кіслаты ($H_2SO_4$) . Дысацыяцыя малекул сернай кіслаты праходзіць па схеме $H_2SO_4 \rightleftharpoons 2H^+ + SO_4^-$ . Калі змясціць у раствор сернай кіслаты свінцовыя электроды, на катодзе будзе вылучацца газападобны вадарод. На анодзе іон $SO_4^{--}$ уступае ў хімічную рэакцыю з рэчывам катода і ўтварае сільфід свінцу: $SO_4^- + Pb = PbSO_4 + 2e$ . Колькасць сернай кіслаты ў растворы пачне памяншацца. Вынікам электролізу будзе разлажэнне сернай кіслаты.

Калі ў раствор сернай кіслаты апусціць плацінавыя электроды, то на катодзе зноў будзе вылучацца газападобны вадарод, а іон $SO_4^{--}$ уступіць у рэакцыю не з плацінай, а з растваральнікам (вадой):



$$SO_4^{--} + H_2O = H_2SO_4 + O + 2e .$$

Такім чынам, зноў утвараецца серная кіслата, а на анодзе вылучаецца газападобны кісларод. Вынік электролізу наступны: колькасць сернай кіслаты застаецца нязменнай, на электродах вылучаюцца газападобныя вадарод і кісларод, адбываецца разлажэнне вады.

Назіраць вылучэнне рэчыва пры электролізе можна на простым доследзе. Калі ў шклянку з водным растворам сульфату медзі $CuSO_4$ апусціць два вугальныя электроды і прапускаць ток, то праз некаторы час адзін з электродаў (катод) пакрыецца слоем чырвонай медзі. Калі змяніць напрамак току, то ён знікне, ■ слоем медзі пакрываецца другі электрод, які зараз з'яўляецца катодам.

Электроліз упершыню назіралі ў 1800 г. англійскія фізікі У. Нікальсан (1753—1815) і А. Карлейль, якія разлажылі ваду токам ад вольтава слупа. У 1807 г. Г. Дэві (1778—1829) пры электролізе вільготных кускоў едкай шчолачы адкрыў металічныя натрый і калій.

М. Фарадэй (1791—1867) звярнуў увагу на існаванне пры электролізе другасных рэакцый, што дало яму магчымасць у 1833 г. эксперыментальна адкрыць законы электролізу.

Законы Фарадэя вызначаюць колькасць першасных прадуктаў, якія вылучаюцца на электродах пры электролізе.

Першы закон Фарадэя: *маса рэчыва, якое вылучаецца пры электролізе на электродах, прама прапарцыйная зараду, што праходзіць праз электраліт:*

$$M = KQ , \tag{9.9}$$

дзе $K$ — каэфіцыент прапарцыйнасці, які называецца электрахімічным эквівалентам.

З формулы (9.9) відаць, што электрахімічны эквівалент лікава роўны масе рэчыва, што вылучылася на электродзе, калі праз электраліт прайшоў зарад 1 Кл. Для срэбра, напрыклад, $K = 1{,}118 \cdot 10^{-6}$кг/Кл , для медзі $K = 0{,}329 \cdot 10^{-6}$кг/Кл .

Калі праз электраліт праходзіць ток $I$ на працягу часу $t$, то $Q = It$ і можна запісаць

$$M = KIt . \tag{9.10}$$

Д р у г і   з а к о н   Ф а р а д э я: *электрахімічныя эквіваленты ўсіх рэчываў прапарцыйныя іх хімічным эквівалентам:*

$$K = Cx\,, \tag{9.11}$$

дзе $C$ — пастаянная, аднолькавая для ўсіх рэчываў.

Хімічны эквівалент

$$x = A/z\,, \tag{9.12}$$

дзе $A$ — атамная (малярная) маса іонаў; $z$ — іх валентнасць.

Калі які-небудзь элемент утварае некалькі хімічных злучэнняў, у якіх ён мае розную валентнасць, то пры гэтым ён будзе мець розныя хімічны і электрахімічны эквіваленты. Напрыклад, у злучэнні $Cu_2O$ ($z = 1$) хімічны эквівалент медзі ў два разы большы, чым у злучэнні $CuO$ ($z = 2$).

З улікам формулы (9.12) замест (9.11) можна запісаць

$$K = CA/z = A/(Fz)\,, \tag{9.13}$$

дзе $F = 1/C$ — пастаянная Фарадэя.

Калі значэнне $K$ з (9.13) падставіць у формулу (9.9), то атрымаем аб'яднаны закон Фарадэя:

$$M = AQ/(Fz)\,. \tag{9.14}$$

З формулы (9.14) вынікае, што пры $M = A/z$ $F = Q$, г. зн. *пастаянная Фарадэя* роўная зараду, які павінен прайсці праз раствор, каб на электродах вылучылася маса рэчыва, роўная хімічнаму эквіваленту.

Згодна з доследнымі данымі, $F = 9{,}6487 \cdot 10^4$ Кл/моль.

З дапамогай формулы (9.13) можна вызначыць зарад іона. Калі маса аднаго іона $m$, а яго валентнасць $z$, то пры нейтралізацыі $N$ іонаў на электродзе выдзеліцца рэчыва масай $M = Nm$, а праз электраліт пройдзе зарад $Q = Nze$ ( $e$ — элементарны зарад). Падставім гэтыя значэнні ў формулу (9.14) з улікам, што $m = A/N_A$, дзе $A$ — атамная (малярная) маса, $N_A$ — пастаянная Авагадра, і атрымаем $A/N_A = A/(Fe)$, адкуль

$$e = F/N_A\,. \tag{9.15}$$

Такім чынам, калі ведаць пастаянную Фарадэя і пастаянную Авагадра, можна вылічыць зарад аднавалентнага іона. З улікам таго, што $F = 9{,}6487 \cdot 10^4$ Кл/моль; $N_A = 6{,}023 \cdot 10^{23}$/моль$^{-1}$, атрымаем

$$e = 9{,}648 \cdot 10^4 / 6{,}023 \cdot 10^{23} = 1{,}6 \cdot 10^{-19} \text{Кл} .$$

## 9.4. Выкарыстанне электролізу ў тэхніцы

**Гальванапластыка.** Ужо праз чатыры гады пасля адкрыцця законаў электролізу рускі вучоны Б. С. Якабі (1801—1874) у 1837 г. прапанаваў выкарыстоўваць электроліз для атрымання дакладных рэльефных копій прадметаў. Спачатку вырабляюць злепак прадмета (напрыклад, з воску), паверхню якога робяць электраправоднай (наносяць на яе графіт), а затым змяшчаюць у электралітычную ванну ў якасці катода. Пры прапусканні току злепак пакрываецца тоўстым слоем металу. Такім чынам вырабляюць, напрыклад, копіі манет, скульптур, штампаў для грампласцінак і г. д.

**Гальванастэгія.** З дапамогай электролізу на паверхню металічных вырабаў наносяць тонкі слой другога металу. Гэта робіцца або ў дэкаратыўных мэтах (залачэнне, серабрэнне), або ў мэтах абароны ад карозіі (нікіляванне, храмаванне і інш.).

**Рафінаванне медзі.** Медзь, атрыманая ў плавільнай печы, змяшчае многа прымесей. Для яе ачысткі (рафінавання) тоўстыя лісты металургічнай медзі змяшчаюцца ў якасці анода ў водны раствор $CuSO_4$ . Катодам служаць тонкія лісты чыстай медзі. Пры электролізе анод паступова раствараецца, а чыстая медзь вылучаецца на катодзе.

**Электраметалургія.** Шляхам электролізу расплаўленых руд атрымліваюць многія металы (алюміній, натрый, магній, берылій і інш.). Паміж дном ванны і вугальнымі электродамі запальваюць электрычную дугу. У полымі дугі руда плавіцца і адбываецца электралітычная дысацыяцыя малекул. Праз дысацыяваны расплаў прапускаюць электрычны ток, у выніку чаго на дне ванны асядаюць малекулы металу. Расплаўлены метал сцякае па нахіленым дне ванны ў спецыяльныя каўшы. Менавіта гэты спосаб атрымання алюмінію зрабіў яго танным і вельмі распаўсюджаным у тэхніцы і быце металам.

**Электрычнае паліраванне.** Маса рэчыва, што вылучаецца на электродзе або пераходзіць з электрода ў раствор, прапарцыйная шчыльнасці току. Шчыльнасць току прапарцыйная напружанасці поля ($j = \sigma E$) . Але, як вядома, напружанасць поля залежыць ад формы паверхні. На выступах яна большая, а на ўпадзінах меншая, чым на плоскіх участках. Таму пры электролізе шурпатая паверхня згладжваецца.

**Атрыманне цяжкай вады.** Цяжкай вадой ($D_2O$) называюць ваду, у якой атамы вадароду (H) замешчаны атамамі дэйтэрыю (D). У звычайнай вадзе заўсёды ёсць невялікая колькасць $D_2O$. Іоны дэйтэрыю $D^+$ маюць меншую рухомасць, чым іоны $H^+$. Таму пры электролізе вады на катодзе пераважна вылучаецца лёгкі вадарод, а вада, што застаецца, абагачаецца дэйтэрыем. Калі доўга праводзіць электроліз, то можна атрымаць ваду, у якой пераважна будуць малекулы $D_2O$.

**Электралітычныя кандэнсатары.** Калі ў сумесь раствораў борнай кіслаты ($H_3BO_3$) і аміяку ($NH_4OH$) апусціць два алюмініевыя электроды і прапускаць ток, то анод пакрыецца тонкай плёнкай аксіду алюмінію і ток практычна спадае да нуля. У выніку атрымліваецца кандэнсатар, у якім адной абкладкай з'яўляецца дадатны электрод, а другой — электраліт сумесна з адмоўным электродам. Абкладкі падзелены тонкім слоем вокісу алюмінію, які вытрымлівае напружанне да 40 В. У тэхнічных электралітычных кандэнсатарах паміж тонкімі алюмініевымі лістамі, адзін з якіх спачатку апрацоўваецца для ўтварэння аксіднай плёнкі, пракладваецца папера, насычаная электралітам. Паколькі аксідная плёнка вельмі тонкая, можна атрымаць вялікую ёмістасць пры малых памерах кандэнсатара. Недахопамі электралітычных кандэнсатараў з'яўляюцца іх палярнасць і параўнальна вялікая ўцечка.

## 9.5. Гальванічныя элементы. Акумулятары

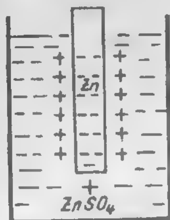
**Электралітычныя патэнцыялы.** Гальванічнымі элементамі называюць устройствы, у якіх электрычны ток атрымліваецца за кошт пераўтварэння энергіі хімічных рэакцый акісляльна-аднаўленчага тыпу ў электрычную энергію. Гальванічны элемент мае два электроды (праваднікі першага роду), якія знаходзяцца ў кантакце з электралітам (правадніком другога роду). Пры гэтым адзін з электродаў зараджаецца дадатна, а другі — адмоўна. Паміж імі ўзнікае рознасць патэнцыялаў, якую называюць электрарухальнай сілай гальванічнага элемента.

Дадатна зараджаны электрод называюць дадатным полюсам (анодам), а адмоўна зараджаны — адмоўным полюсам (катодам). Каб зразумець прынцып дзеяння гальванічных элементаў, разгледзім з'явы, якія адбываюцца пры кантакце металу з электралітам. Доследы паказваюць, што пры пагружэнні металу ў электраліт, назіраецца іх узаемная электрызацыя і паміж імі ўзнікае рознасць патэнцыялаў. Такім чынам, метал адносна электраліту будзе мець пэўны патэнцыял, які называецца *электрахімічным патэнцыялам.* Узнікненне яго можна растлумачыць наступным чынам.

Разгледзім кантакт металу са слабым растворам яго солі (напрыклад, Zn з водным растворам $ZnSO_4$). Крышталічная рашотка цынку скла-

даецца з дадатных іонаў $Zn^{++}$. Пад уздзеяннем моцна палярных малекул вады іоны цынку адрываюцца ад металу і пераходзяць у раствор.

Цынк зараджаецца адмоўна, а раствор дадатна. На мяжы металу з растворам утвараецца двайны электрычны слой малекулярнай таўшчыні (рыс. 9.7), у якім узнікае электрычнае поле. Напружанасць поля накіравана ад раствору да металу. Гэта поле будзе перашкаджаць руху іонаў цынку з металу ў раствор і спрыяць іх руху назад у метал. Пры дынамічнай раўнавазе колькасць іонаў, што пакідаюць метал, роўная колькасці іонаў, якія пакідаюць раствор і асядаюць на метале. Рознасць патэнцыялаў паміж металам і растворам пры дынамічнай раўнавазе і будзе электрахімічным патэнцыялам. Ён залежыць ад уласцівасцей металу, канцэнтрацыі раствору і значна менш ад тэмпературы і ціску.



Рыс. 9.7.

Электрахімічны патэнцыял узнікае і тады, калі метал пагружаюць у чысты растваральнік (ваду). У гэтым выпадку ён будзе большым, чым пры кантакце металу з растворам яго солі. Калі метал змясціць у раствор яго солі з вельмі вялікай канцэнтрацыяй (перанасычаны раствор), то ён зарадзіцца дадатна, бо іоны металу будуць пераходзіць не ад металу ў раствор, а наадварот — з раствору ў метал. Пры пагружэнні металу ў раствор, канцэнтрацыя якога адпавядае канцэнтрацыі іонаў металу пры дынамічнай раўнавазе, электрахімічны патэнцыял роўны нулю.

Доследы паказваюць, што электрахімічны патэнцыял металу ў розных растворах яго солей залежыць толькі ад канцэнтрацыі іонаў гэтага металу. Напрыклад, пры пагружэнні цынку ў растворы $ZnSO_4$ і $ZnCl_2$ ён набывае адзін і той жа патэнцыял, калі канцэнтрацыя іонаў $Zn^{++}$ аднолькавая. Ад прыроды аніёнаў ($SO_4^{--}$, $Cl_2^{--}$) электрахімічны патэнцыял не залежыць. Аднак неабходна заўважыць, што наяўнасць у растворы іонаў іншых металаў або вадароду ўплывае на патэнцыял дадзенага металу. Паколькі электрахімічны патэнцыял металу залежыць ад канцэнтрацыі раствору, то для таго, каб параўноўваць электрахімічныя патэнцыялы розных металаў, умовіліся вымяраць іх адносна раствораў нармальнай канцэнтрацыі. Нармальнымі называюць растворы, якія ўтрымліваюць 1 кмоль іонаў у $м^3$ (1 моль у 1 л).

Электрахімічны патэнцыял у такім растворы называецца *абсалютным нармальным электрахімічным патэнцыялам.*

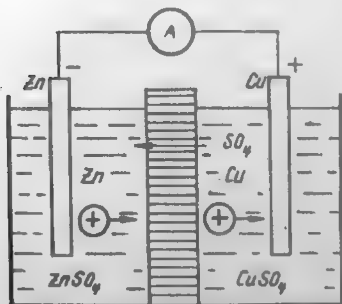
У табл. 9.1 прыведзены значэнні абсалютных нармальных электродных патэнцыялаў для некаторых рэчываў пры пакаёвай тэмпературы, а таксама ўказаны іоны, якімі электрод абменьваецца з растворам.

*Табліца 9.1*

| Рэчыва | Іоны | $U$, В | Рэчыва | Іоны | $U$, В |
|---|---|---|---|---|---|
| Натрый | $Na^{+}$ | —2,45 | Вадарод | $H^{+}$ | +0,274 |
| Алюміній | $Al^{+++}$ | —1,43 | Медзь | $Cu^{++}$ | +0,61 |
| Цынк | $Zn^{++}$ | —0,50 | Срэбра | $Ag^{+}$ | +1,07 |
| Кадмій | $Cd^{++}$ | —0,13 | Ртуць | $Hg^{++}$ | +1,13 |
| Свінец | $Pb^{++}$ | +0,15 | Хлор | $Cl^{-}$ | +1,63 |

Пры вымярэнні электрахімічных патэнцыялаў узнікаюць цяжкасці. Каб вымераць вальтметрам рознасць патэнцыялаў паміж электродам і растворам, у раствор неабходна апусціць другі электрод, а ён таксама мае свой электрахімічны патэнцыял. Таму вальтметр будзе паказваць не абсалютны нармальны электрахімічны патэнцыял даследуемага металу, а рознасць патэнцыялаў двух электродаў. Зразумела, што яна залежыць ад матэрыялу другога электрода. Таму ўмовіліся пры вымярэннях у якасці другога электрода выкарыстоўваць плаціну, насычаную вадародам і змешчаную ў нармальны раствор, у якім ёсць іоны вадароду (напрыклад, водны раствор сернай кіслаты). Такі электрод называюць *нармальным вадародным электродам.*

Электрахімічны патэнцыял электрода ў нармальным растворы яго солі, які вызначаецца адносна нармальнага вадароднага электрода, называецца *нармальным электрахімічным патэнцыялам* $U_н$. Паміж абсалютным і нармальным электрахімічнымі патэнцыяламі існуе сувязь: $U = U_н + 0{,}274$ В , дзе 0,274 В — абсалютны нармальны электрахімічны патэнцыял вадароднага электрода.



Рыс. 9.8.

Электрарухальная сіла $\mathcal{E}$ гальванічнага элемента вызначаецца рознасцю электрахімічных патэнцыялаў яго электродаў.

**Элемент Даніэля.** У гэтым элеменце (рыс. 9.8) цынкавы электрод знаходзіцца ў растворы $ZnSO_4$ , а медны — у растворы $CuSO_4$ . Растворы аддзяляюцца адзін ад аднаго порыстай перагародкай з неапаленай гліны, якая не перашкаджае руху іонаў. Калі растворы нармальныя, то абсалютныя нармальныя электрахімічныя патэнцыялы медзі і цынку (табл. 9.1) адпаведна роўныя +0,61 В і —0,50 В.

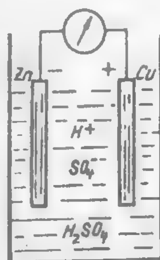
Электрарухальная сіла такога элемента $\mathcal{E} = U_{Cu} - U_{Zn} = 0{,}61-(-0{,}50) = 1{,}11$ (В) .

Калі замкнуць электроды элемента правадніком, то ўзнікае ток. Электроны з цынкавага электрода пераходзяць на медны (адмоўны полюс). Цынк будзе мець адмоўны зарад, але ён меншы, чым гэта неабходна для электрахімічнай раўнавагі. Таму іоны цынку пачнуць больш інтэнсіўна пераходзіць у раствор і рухацца ад цынку. Пры гэтым электроны, што пераходзяць на медны электрод, памяншаюць яго патэнцыял і іоны медзі будуць вылучацца на медным электродзе.

У выніку такога працэсу раствор у левай частцы пасудзіны бесупынна абагачаецца іонамі $Zn^{++}$, а раствор у правай частцы — абядняецца іонамі $Cu^{++}$. Гэта выклікае пераход іонаў $SO_4^{--}$ праз порыстую перагародку ў левую частку пасудзіны, дзе яны злучаюцца з іонамі $Zn^{++}$ і ўтвараюць соль $ZnSO_4$, якая выпадае на дно.

Такім чынам, у выніку растварэння цынку і асаджэння медзі рознасць патэнцыялаў паміж электродамі застаецца пастаяннай.

**Элемент Вольты.** У элеменце Вольты цынкавы і медны электроды пагружаны ў водны раствор сернай кіслаты $H_2SO_4$ (рыс. 9.9), у якім няма ні іонаў медзі $Cu^{++}$, ні іонаў цынку $Zn^{++}$. Але гэта толькі ў першы момант пасля пагружэння. Праз некаторы час каля паверхні электродаў узнікаюць іх іоны. Цынк зараджаецца адмоўна і з'яўляецца катодам. Электрарухальная сіла элемента Вольты прыблізна роўная 1,1 В.



Рыс. 9.9.

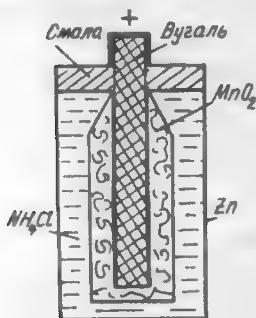
Калі электроды замкнуць правадніком, то заўважым, што ток не застаецца пастаянным. Праз некалькі хвілін ён змяншаецца ў некалькі разоў. Электрарухальная сіла пры гэтым памяншаецца да 0,8 В. Тлумачыцца такая з'ява тым, што пры замыканні элемента дадатныя іоны $H^+$ рухаюцца да меднага электрода і асядаюць на ім. Праз некаторы час работы элемента медны электрод становіцца «вадародным». Апошні валодае здольнасцю пасылаць іоны вадароду $H^+$ у раствор і тым самым ствараць дадатковую электрарухальную сілу, якая накіравана супраць электрарухальнай сілы самога элемента. Электрахімічны патэнцыял вадароду (гл. табл. 9.1) на 0,61 В - 0,274 В = 0,337 В меншы за патэнцыял медзі.

Прыблізна на такую ж велічыню памяншаецца і электрарухальная сіла элемента, што прыводзіць да змяншэння сілы току. Другой прычынай памяншэння току з'яўляецца павелічэнне ўнутранага супраціўлення элемента, якое выклікана ўзнікненнем слою вадароду на медным электродзе. Гэта з'ява атрымала назву палярызацыі элемента.

Палярызацыя элемента можа адбывацца і за кошт градыента канцэнтрацыі іонаў, што ўзнікае пры праходжанні праз элемент электрычнага току, але гэты эфект значна меншы.

**Элемент Лекланшэ.** Шкодны ўплыў палярызацыі можна прадухіліць, калі падабраць такія растворы і электроды, каб у час работы элемента састаў электрода не змяняўся. Гэта выкарыстоўваецца ў элеменце Даніэля, які мы ўжо разглядалі. Тут на медным электродзе вылучаецца медзь, і састаў яго ў час работы не змяняецца. Нязменным застаецца і састаў цынкавага электрода, які пры праходжанні току толькі раствараецца.

Ёсць і другі спосаб дэпалярызацыі элемента — гэта хімічны. Сутнасць яго заключаецца ў тым, што ў раствор дабаўляюцца рэчывы, якія добра ўзаемадзейнічаюць з рэчывамі, што выклікаюць палярызацыю. Хімічны спосаб дэпалярызацыі выкарыстоўваецца ў элеменце Лекланшэ (рыс. 9.10), дзе адмоўным з'яўляецца цынкавы электрод, а дадатным — вугальны, які акружаны спрасаванай сумессю перакісу марганцу $MnO_2$ з графітам (для павелічэння электраправоднасці). Электралітам служыць водны раствор хлорыстага амонію $NH_4Cl$ (нашатыр). Электрарухальная сіла такога элемента 1,5 В. Перакіс марганцу з'яўляецца моцным акісляльнікам, і таму вадарод, што вылучаецца на вугальным электродзе, уступае з ім у рэакцыю

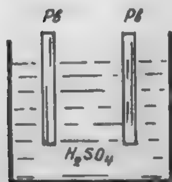


Рыс. 9.10.

$$2H + MnO_2 \rightarrow H_2O + MnO$$

і ў свабодным стане не вылучаецца.

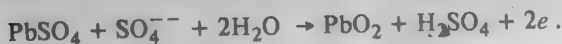
**Акумулятары.** Палярызацыя электродаў пры электролізе атрымала шырокае практычнае выкарыстанне ў разнавіднасці гальванічных элементаў, якія называюцца акумулятарамі або другаснымі элементамі. Першы акумулятар быў пабудаваны ў 1860 г. французскім фізікам Г. Плантэ (1834—1889). Гэты акумулятар уяўляў сабой пасудзіну з растворам сернай кіслаты, у якую былі апушчаны два свінцовыя электроды (рыс. 9.11). Свінцовыя электроды ўступаюць у хімічную рэакцыю з сернай кіслатой, і іх паверхня пакрываецца слоем сернакіслага свінцу $PbSO_4$. Паколькі электроды аднолькавыя, такое прыстасаванне яшчэ не з'яўляецца крыніцай току. Але, калі праз яго прапускаюць ток ад вонкавай крыніцы (зарадка акумулятара), то дадатныя іоны вадароду перамяшчаюцца да катода і аднаўляюць яго да металічнага свінцу згодна з формулай



Рыс. 9.11.

$$PbSO_4 + 2H^+ + 2e \rightarrow Pb + H_2SO_4 .$$

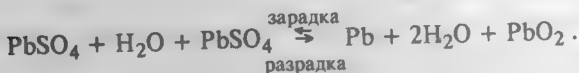
Адмоўныя іоны $SO_4^{--}$ рухаюцца да анода і ператвараюць сульфат свінцу ў яго перакіс:



$$PbSO_4 + SO_4^{--} + 2H_2O \rightarrow PbO_2 + H_2SO_4 + 2e .$$

Такім чынам, назіраецца рэзкая асіметрыя электродаў: адзін з іх свінцовы (Pb), а другі — з перакісу свінцу ($PbO_2$). Калі адключыць вонкавую крыніцу току, то атрымаецца гальванічны элемент, электрарухальная сіла якога (ЭРС палярызацыі) прыблізна роўная 2 В. Пры замыканні гэтага элемента на вонкавы ланцуг ён будзе даваць ток (разрадка акумулятара). Пры разрадцы акумулятара ток у вонкавым ланцугу ідзе ад $PbO_2$ да Pb. Унутры акумулятара пры яго зарадцы і разрадцы іоны $SO_4^{--}$ і $H^+$ рухаюцца ў процілеглых напрамках, таму хімічныя рэакцыі, якія адбываюцца на электродах акумулятара пры разрадцы, процілеглыя рэакцыям, што адбываліся пры яго зарадцы.

Працэс зарадкі і разрадкі свінцовых акумулятараў суправаджаецца прамежкавымі хімічнымі рэакцыямі, але канцовы іх вынік можна выразіць раўнаннем сумарнай рэакцыі



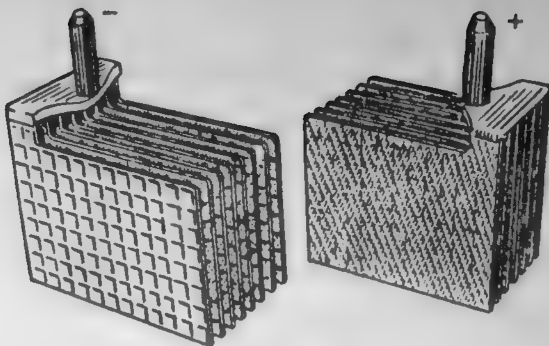
$$PbSO_4 + H_2O + PbSO_4 \underset{\text{разрадка}}{\overset{\text{зарадка}}{\rightleftarrows}} Pb + 2H_2O + PbO_2 .$$

Такім чынам, пры зарадцы энергія току ператвараецца (за выключэннем ленц-джоўлевай цеплыні) ў хімічную энергію, за кошт якой падтрымліваецца ЭРС палярызацыі. Пры разрадцы хімічная энергія пераходзіць у энергію электрычнага току.

ККДз сучасных свінцовых (кіслотных) акумулятараў дасягае 80 %.

ЭРС свінцовага акумулятара ў канцы зарадкі дасягае 2,7 В. Пры разрадцы яна хутка змяншаецца да 2,2 В, а затым вельмі павольна — да 1,85 В. Разраджаць акумулятар ніжэй за 1,85 В нельга, бо пры гэтым дробназярністы сульфат ($PbSO_4$) неабарачальна ператвараецца ў буйнакрышталічны, і акумулятар псуецца ( сульфатацыя пласцін).

Акрамя ЭРС, акумулятары характарызуюцца яшчэ ёмістасцю, якая вымяраецца велічынёй зараду, што акумулятар аддае пры разрадцы. Вымяраюць ёмістасць у ампер-гадзінах ( 1 А·гадз = 1 А·3600 с = = 3600 Кл ). Ёмістасць акумулятара залежыць ад велічыні актыўнай плошчы паверхні яго электродаў. Каб павялічыць гэту паверхню, у сучасных свінцовых (кіслотных) акумулятарах электроды робяць у выглядзе рашоткавых свінцовых пласцін (рыс. 9.12), якія запоўнены




Рыс. 9.12.

пастай з PbO і вады і змешчаны ў 30 % раствор сернай кіслаты (шчыльнасць 1,2 $\cdot 10^3$кг/м$^3$).

У выніку рэакцыі $PbO + H_2SO_4 = PbSO_4 + H_2O$ на электродах утвараецца слой дробназярністага свінцу $PbSO_4$, а далей працэсы зарадкі і разрадкі адбываюцца так, як гэта апісана вышэй.

Свінцовыя акумулятары даюць ~4А·гадз на кожны квадратны дэцыметр пласцін. Напрыклад, ёмістасць акумулятараў, якія выкарыстоўваюцца на легкавых аўтамабілях, роўная 40 А·гадз. Унутранае супраціўленне свінцовага акумулятара вельмі малое (~ $10^{-2}$–$10^{-3}$ Ом), таму ён вельмі адчувальны да кароткага замыкання.

Шырокае распаўсюджанне атрымалі таксама шчолачныя акумулятары, у якіх электралітам служыць 20 % водны раствор едкага калі. Электродамі служаць матэрыялы, у састаў якіх уваходзяць жалеза, нікель, кадмій і іх аксіды. Адпаведна адрозніваюць жалеза-нікелевыя (ЖН) і кадмій-нікелевыя (КН) акумулятары.

У зараджаным стане ў жалеза-нікелевым акумулятары катодам з'яўляецца жалеза, а анодам — гідрат вокісу нікелю $Ni(OH_3)$. ЭРС шчолачных акумулятараў ~1,3 В. Пры аднолькавай вазе іх ёмістасць большая, чым у кіслотных акумулятараў, а ККДз меншы (не перавышае 60 %).

# 10. ЭЛЕКТРЫЧНЫ ТОК У ГАЗАХ І ВАКУУМЕ

## 10.1. Іанізацыя газаў і рэкамбінацыя іонаў

Усе газы ў нармальных умовах, у тым ліку і пара металаў, з'яўляюцца ізалятарамі. Гэта азначае, што малекулы газаў электранейтральныя і ў іх няма свабодных электронаў або якіх-небудзь іншых

носьбітаў зараду. Пераканацца ў гэтым можна на простым доследзе. Калі зарадзіць электрометр, то ў сухім атмасферным паветры яго зарад доўгі час застаецца нязменным. Але калі да электрометра паднесці запаленую свечку, то яго зарад знікае. Такім чынам, пры высокай тэмпературы паветра становіцца электраправодным. Павелічэнне праводнасці паветра можна выклікаць і іншымі спосабамі, напрыклад уздзеяннем выпраменьванняў (ультрафіялетавага, рэнтгенаўскага, радыеактыўнага), бамбардзіроўкай электронамі або $\alpha$-часціцамі і інш. Каб газ стаў электраправодным, неабходна ад яго малекулы адарваць адзін або некалькі электронаў. Пры гэтым у газе ўзнікаюць свабодныя носьбіты зараду: дадатна зараджаныя іоны і электроны. Працэс узнікнення іонаў у газе называецца *іанізацыяй* газу. Працэс праходжання току праз газ называюць *газавым разрадам.* Пры іанізацыі газу ад нейтральнай малекулы часцей за ўсё адрываецца адзін электрон і застаецца дадатны іон з зарадам $+e$. Пры далучэнні электронаў да нейтральных малекул могуць узнікаць і адмоўна зараджаныя іоны. Таму носьбітамі зараду ў газах з'яўляюцца электроны і дадатна і адмоўна зараджаныя іоны.

Каб адарваць электрон ад нейтральнага атама (або малекулы), неабходна выканаць работу $A_i$ супраць сіл, якія ўтрымліваюць электрон у атаме. Гэту работу называюць *работай іанізацыі* (або энергіяй іанізацыі). Для розных атамаў работа іанізацыі розная. Часцей гавораць аб патэнцыяле іанізацыі $\varphi_i$ , які вызначаецца па формуле

$$\varphi_i = A_i/e ,$$

дзе $e$ — элементарны зарад.

Работу іанізацыі выражаюць у электронвольтах, а патэнцыял іанізацыі вымяраецца ў вольтах. Патэнцыялы іанізацыі некаторых атамаў і малекул прыведзены ніжэй.

| Рэчыва | H | He | O | Na | $H_2$ | $O_2$ | $H_2O$ | $N_2$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\varphi_i$ ,В | 13,5 | 13,6 | 24,5 | 5,2 | 15,8 | 2,5 | 13,0 | 15,8 |

Колькаснай характарыстыкай працэсу іанізацыі з'яўляецца інтэнсіўнасць іанізацыі, якая вымяраецца лікам пар процілеглых па знаку часціц, што ўзнікаюць у адзінцы аб'ёму газу за адзінку часу.

Трэба заўважыць, што пры звычайных умовах газ падвяргаецца ўздзеянню касмічных прамянёў і радыеактыўных выпраменьванняў. Таму ў газе заўсёды ёсць некаторая колькасць свабодных носьбітаў зараду і яго праводнасць, строга кажучы, не роўная нулю. Аднак, часцей за ўсё, яе можна не ўлічваць.

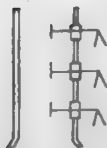
Іанізацыя газаў пры награванні тлумачыцца тым, што з павышэннем тэмпературы газу хуткасці цеплавога руху яго малекул узрастаюць.

Некаторыя з іх рухаюцца так хутка, што іх кінетычная энергія перавышае энергію іанізацыі. Пры сутыкненнях такія малекулы распадаюцца і ператвараюцца ў іоны. Чым вышэй тэмпература, тым больш узнікае іонаў.

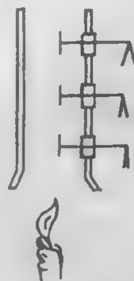
Як і нейтральныя малекулы, электроны і іоны рухаюцца хаатычна, паміж імі адбываюцца сутыкненні, і часціцы з рознымі знакамі зарадаў утвараюць нейтральныя малекулы. Гэты працэс называецца *рэкамбінацыяй*. Такім чынам, у газе адначасова з утварэннем іонаў пад уздзеяннем іанізатара, адбываецца і іх рэкамбінацыя. Працэсы іанізацыі і рэкамбінацыі праходзяць паралельна, і паміж імі ўстанаўліваецца дынамічная раўнавага. Колькасць пар носьбітаў зарадаў, створаных іанізатарам у адзінцы аб'ёму газу за адзінку часу, роўная колькасці нейтральных малекул, якія ўтвараюцца пры іанізацыі ў гэтым жа аб'ёме і за той жа час.

Пры рэкамбінацыі дадатнага іона і электрона або двух іонаў вылучаецца пэўная энергія, роўная энергіі, што была патрачана пры іанізацыі. Часткова гэта энергія вылучаецца ў выглядзе святла, таму рэкамбінацыя іонаў суправаджаецца свячэннем газу. Працэс рэкамбінацыі іонаў можна назіраць на доследзе.

Унутры вертыкальнай металічнай трубы (рыс. 10.1) на рознай вышыні замацаваны металічныя электроды, якія ізаляванымі праваднікамі злучаны з трыма аднолькавымі электраскопамі. Электраскопы зараджаны так, што іх лісточкі разыходзяцца на аднолькавыя вуглы (рыс. 10.1). Калі пад ніжні канец трубы падносяць запаленую свечку



Рыс. 10.1.



Рыс. 10.2.

(рыс. 10.2), дадатныя і адмоўныя іоны, якія ўзнікаюць у полымі свечкі, падымаюцца ўверх разам з гарачымі газамі. Паветра становіцца электраправодным.

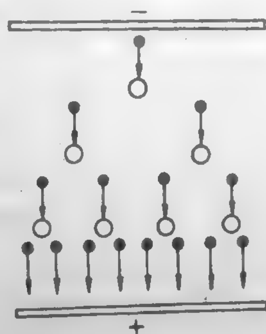
Дослед паказвае, што чым вышэй знаходзіцца электрод, тым больш павольна спадаюць лісточкі электраскопа, які да яго далучаны. Тлумачыцца гэта тым, што пакуль нагрэтыя газы падымаюцца ўверх, значная частка іонаў паспявае рэкамбінаваць.

## 10.2. Несамастойныя і самастойныя газавыя разрады

Калі іанізаваны газ знаходзіцца ў электрычным полі, узнікае электрычны ток. Пад уздзеяннем сіл поля дадатна зараджаныя іоны рухаюцца да адмоўнага электрода (катода), а электроны і адмоўна зараджаныя іоны — да дадатнага электрода (анода). Пры гэтым частка носьбітаў зараду на шляху да электродаў рэкамбінуе, а другая частка дасягае электродаў і нейтралізуецца на іх. Менавіта гэта частка носьбітаў зараду вызначае велічыню току газавага разраду.

Разрад будзе безупынным, калі безупынна будуць узнікаць новыя носьбіты зараду. Такое ўзнікненне новых носьбітаў зараду можа быць выклікана не толькі ўздзеяннем знешняга іанізатара, але і ў выніку тых з'яў, што адбываюцца ў газавым разрадзе. Разрад, які спыняецца пры спыненні дзеяння знешняга іанізатара, называецца *несамастойным.*

Разрад з'яўляецца *самастойным*, калі ён адбываецца і пры адсутнасці вонкавага іанізатара. Існуюць некаторыя з'явы, у выніку якіх несамастойны разрад можа перайсці ў самастойны. Разгледзім іанізацыю электронным ударам. Электроны і іоны, што ўзнікаюць пад уздзеяннем вонкавага іанізатара, у электрычным полі пачынаюць рухацца з паскарэннем. На сваім шляху яны сустракаюць іоны і нейтральныя малекулы. У прамежках паміж двума паслядоўнымі сутыкненнямі іх энергія павялічваецца за кошт работы сіл электрычнага поля. Калі поле дастаткова моцнае, іх энергія можа перавысіць работу іанізацыі. Тады электроны і іоны пры сутыкненнях з нейтральнымі малекуламі будуць іанізаваць іх. Свабодныя электроны выклікаюць іанізацыю пры напружанасцях поля $10^3$ В/м. Што датычыцца іонаў, то яны могуць выклікаць ударную іанізацыю пры напружанасці поля прыкладна $10^5$ В/м.



Рыс. 10.3.

Тлумачыцца гэта, у прыватнасці, тым, што даўжыня свабоднага прабегу іонаў у газе значна меншая, чым электронаў. Таму звычайна разглядаюць толькі іанізацыю газу, выкліканую электроннымі ўдарамі. Электроны паскараюцца полем і пры сутыкненнях з малекуламі (або атамамі) іанізуюць іх, выбіваючы новыя электроны. Новыя свабодныя электроны, што ўтварыліся пры іанізацыі, таксама паскараюцца полем і выклікаюць іанізацыю іншых малекул газу. Узнікае лавінападобнае павелічэнне ліку носьбітаў зараду (рыс. 10.3). Такая іанізацыя атрымала назву іанізацыі электронным ударам. Пры ўзнікненні іанізацыі ўдарам ток

газавага разраду рэзка ўзрастае, але калі спыніць дзеянне вонкавага іанізатара, то знікне і ток. Для безупыннага ўзнікнення лавін неабходна, каб каля катода безупынна ўзнікалі першасныя электроны, з якіх пачынаецца ўтварэнне лавін. Таму наяўнасць лавін з'яўляецца неабходнай, але не дастатковай умовай пераходу несамастойнага разраду ў самастойны.

Электроны, з якіх пачынаецца ўтварэнне лавін, узнікаюць за кошт эмісіі электронаў з катоду. Эмісія электронаў з катоду можа быць абумоўлена некалькімі прычынамі. Адна з іх — выбіванне электронаў з паверхні катода пры ўдарах аб яе дадатна зараджаных іонаў (другасная электронная эмісія). Работа выхаду электронаў з металу значна меншая за работу іанізацыі малекул газу. Таму дадатна зараджаныя іоны, што рухаюцца да катода і кінетычная энергія якіх яшчэ не дастатковая, каб іанізаваць малекулы газу, пры ўдарах аб катод выбіваюць з яго электроны. Пры бамбардзіроўцы катода дадатна зараджанымі іонамі адбываецца яго награванне і ўзнікае тэрмаэлектронная эмісія. Іоны і электроны, энергія якіх недастатковая для ўдарнай іанізацыі, пры сутыкненнях з малекуламі могуць прывесці іх у стан узбуджэння. Узбуджаныя малекулы (або атамы) пераходзяць у нармальны стан і выпраменьваюць фатоны, аб чым сведчыць свячэнне газаў пры праходжанні ў іх току. Фатоны могуць паглынацца малекуламі і іанізаваць іх. Такая іанізацыя называецца фатоннай. Акрамя таго, фатоны здольныя выбіваць электроны з паверхні катода (знешні фотаэфект). Гэта можа адбывацца і пад уздзеяннем вельмі моцнага поля (аўтаэлектронная эмісія або халодная эмісія).

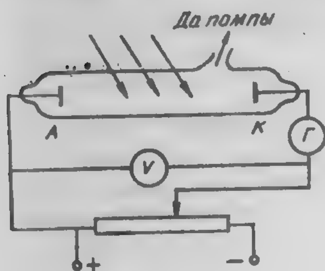
У выніку ўдарнай і фатоннай іанізацыі і выбівання электронаў з катода дадатнымі іонамі і фатонамі колькасць іонаў і электронаў ва ўсім аб'ёме газу рэзка (лавінападобна) узрастае і для існавання току зараз не патрабуецца вонкавы іанізатар. Несамастойны разрад пераходзіць у самастойны.

## 10.3. Вольт-амперная характарыстыка несамастойнага газавага разраду

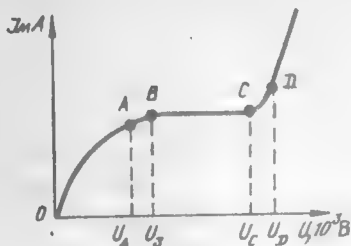
Для даследавання разраду ў газе можна выкарыстаць устаноўку, схема якой прыведзена на рыс. 10.4. Напружанне, што падводзіцца да электродаў шкляной трубкі, рэгулюецца патэнцыяметрам $R$ і вымяраецца вальтметрам $V$. Для вымярэння сілы току служыць адчувальны гальванометр $\Gamma$. Іанізаваць газ у трубцы можна рэнтгенаўскімі або ультрафіялетавымі прамянямі. Калі павялічваць напружанне паміж электродамі $A$ і $K$, то можна заўважыць, што ўзрастае і сіла току. Графік залежнасці сілы току ад напружання паказаны на рыс. 10.5.

Спачатку пры невялікіх напружаннях ток узрастае прапарцыйна напружанню ў адпаведнасці з законам Ома (участак $OA$). Пры да-

лейшым павышэнні напружання ток павялічваецца больш павольна (участак $AB$) і, у рэшце рэшт, становіцца пастаянным (участак $BC$). Гэты пастаянны максімальны ток называецца *токам насычэння* $I_н$. Пры далейшым павелічэнні напружання ток рэзка ўзрастае і, калі напружанне перавышае значэнне $U_D$, што адпавядае пункту $D$ (рыс. 10.5), наступае прабой газу (несамастойны разрад пераходзіць у самастойны). Графік, які прыведзены на рыс. 10.5, з'яўляецца вольт-ампернай характарыстыкай несамастойнага газавага разраду.




Рыс. 10.4.




Рыс. 10.5.

Каб растлумачыць залежнасць току несамастойнага газавага разраду ад напружання, зробім спрашчальнае дапушчэнне, што ў газе носьбітамі зарадаў з'яўляюцца толькі дадатныя іоны і свабодныя электроны (або адмоўныя іоны) у роўнай колькасці. Пры такім дапушчэнні тэорыя несамастойнага разраду нагадвае тэорыю праводнасці электралітаў. Пазначым рухомасці дадатных і адмоўных носьбітаў зараду $b^+$ і $b^-$ адпаведна.

Шчыльнасць току

$$j = n_0 e(b^+ + b^-)E \,, \tag{10.1}$$

дзе $n_0$ — канцэнтрацыя іонаў аднаго знака. Няхай інтэнсіўнасць іанізатара $\Delta n$ ($\Delta n$ — колькасць пар іонаў, што стварае іанізатар за адзінку часу ў адзінцы аб'ёму). Калі $n_0$ — колькасць пар іонаў у адзінкавым аб'ёме ў дадзены момант часу, то колькасць пар іонаў, што рэкамбінуюць за адзінку часу ў гэтым аб'ёме, $\Delta n' = Bn_0^2$, дзе $B$ — каэфіцыент рэкамбінацыі, які залежыць ад прыроды газу, тэмпературы і ціску і вызначаецца на доследзе.

Пры адсутнасці электрычнага поля

$$\Delta n = \Delta n' = Bn_0^2 \,, \tag{10.2}$$

адкуль можна вызначыць канцэнтрацыю іонаў:

$$n_0 = \sqrt{\Delta n / B} . \tag{10.3}$$

Пры наяўнасці электрычнага поля ўзнікае ток $I$ і частка носьбітаў зараду, што дасягаюць электродаў, нейтралізуюцца на іх. З улікам гэтага ўмовай дынамічнай раўнавагі будзе роўнасць

$$\Delta n = B n_0^2 + \Delta n'' , \tag{10.4}$$

дзе $\Delta n''$ — лік пар іонаў процілеглага знака, што знікаюць у адзінкавым аб'ёме за адзінку часу ў выніку іх нейтралізацыі на электродах.

Пазначым аб'ём іанізаванага газу ў прасторы паміж электродамі $V = Sl$ , дзе $S$ — плошча паверхні электродаў; $l$ — адлегласць паміж імі. Пры праходжанні току $I$ ў аб'ёме $V$ за час $\Delta t$ будзе нейтралізавацца $N = \Delta n'' V \Delta t$ пар іонаў.

У выніку можна запісаць

$$I = \Delta Q / \Delta t = Ne / \Delta t = \Delta n'' Ve ,$$

адкуль

$$\Delta n'' = I / eV = I / (eSl) . \tag{10.5}$$

Калі выраз (10.5) падставіць у (10.4), то атрымаем

$$\Delta n = B n_0^2 + I / (eSl) . \tag{10.6}$$

Формула (10.6) дае магчымасць вызначыць раўнаважную канцэнтрацыю носьбітаў зараду ў іанізаваным газе пры наяўнасці электрычнага поля.

Разгледзім два гранічныя выпадкі. Пры малых токах можна лічыць, што $I / eSl \ll B n_0^2$ . Гэта азначае, што лік іонаў, якія нейтралізуюцца на электродах, вельмі малы ў параўнанні з лікам іонаў, што рэкамбінуюць у аб'ёме газу.

Пры гэтай умове замест формулы (10.6) можна запісаць

$\Delta n \approx B n_0^2$ , адкуль

$$n_0 = \sqrt{\Delta n / B} = \text{const} . \tag{10.7}$$

Такім чынам, слабы электрычны ток практычна не змяняе канцэнтрацыю іонаў. Рухомасці іонаў $b^+$ і $b^-$ у дадзеным доследзе таксама пастаянныя велічыні, таму выраз (10.1) уяўляе сабой закон Ома. Такім чынам, пры газавым разрадзе закон Ома выконваецца да таго часу, пакуль шчыльнасць току можна лічыць незалежнай ад велічыні току (участак $OA$ на рыс. 10.5).

Разгледзім другі гранічны выпадак, калі $Bn_0^2 << I/(eSl)$ , г. зн. колькасць іонаў, якія знікаюць пры рэкамбінацыі, значна меншая за колькасць іонаў, што знікаюць пры нейтралізацыі на электродах. Пры гэтай умове замест формулы (10.6) можна запісаць $\Delta n \approx I/(eSl)$ , адкуль $I = \Delta neSl$ .

З апошняй формулы вынікае, што ток не залежыць ад напружання. Гэты ток называецца *токам насычэння* (участак $BC$ на рыс. 10.5):

$$I_н = \Delta ntSl = \Delta neV . \tag{10.8}$$

Ток насычэння залежыць толькі ад інтэнсіўнасці іанізатара і аб'ёму іанізаванага газу.

Участак крывой $CD$ (рыс. 10.5) адпавядае працэсу ўдарнай іанізацыі. Калі напружанне змяняецца ад $U_C$ да $U_D$ , ток вельмі рэзка ўзрастае, але пры аддаленні знешняга іанізатара знікае. Пры напружаннях, большых за $U_D$ , адбываюцца працэсы самаіанізацыі і разрад пераходзіць у самастойны. З формулы (10.8) вынікае, што несамастойны газавы разрад можна выкарыстоўваць пры вызначэнні інтэнсіўнасці іанізатара. Для гэтага неабходна знайсці аб'ём іанізацыйнай камеры і вымераць ток насычэння.

## 10.4. Віды самастойных газавых разрадаў

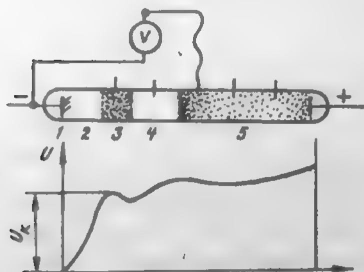
**Тлеючы разрад.** Характар газавага разраду істотна залежыць ад ціску, тэмпературы і хімічнага складу газа, а таксама ад матэрыялу, формы, памераў і ўзаемнага размяшчэння электродаў. Пры самастойным разрадзе праходжанне току праз газ суправаджаецца яго свячэннем. Тлеючы разрад назіраецца ў газах пры нізкім ціску. Калі з разраднай трубкі (рыс. 10.4) адпампоўваць паветра, то самастойны разрад узнікае пры значна больш нізкім напружанні, чым пры атмасферным ціску. Адбываецца гэта таму, што даўжыня прабегу электронаў залежыць ад ціску паветра. З памяншэннем ціску яна ўзрастае, таму электроны набываюць неабходную для іанізацыі энергію пры больш нізкіх напружаннях. Для ўзбуджэння тлеючага разраду дастаткова напружання паміж электродамі ў некалькі соцень, а часам нават у некалькі дзесяткаў вольт. Пры ціску прыблізна $5 \cdot 10^3$ Па разрад мае

выгляд тонкай гнутай ніткі (для паветра фіялетава-ружовага колеру), якая «бегае» па трубцы. З памяншэннем ціску прыблізна да 500 Па амаль уся трубка запаўняецца аднародным свячэннем, узнікае тлеючы разрад. На рыс. 10.6 паказана трубка з тлеючым разрадам і размерканванне патэнцыялу $U$ ўздоўж яе восі. Каля катода можна бачыць тонкую плёнку *1* фіялетава-ружовага колеру (катоднае свячэнне), якая аддзяляецца ад катода вельмі вузкім слоем цёмнай прасторы (цёмная прастора Астана) (на рыс. 10.6 не паказана).

За катодным свячэннем знаходзіцца першая цёмная прастора *2* (цёмная прастора Крукса), за ёй адмоўнае свячэнне *3* (тлеючае свячэнне), якое мае выразную мяжу з боку катода і паступова знікае з боку анода. За адмоўным свячэннем размешчаны шырокі слой другой цёмнай прасторы *4* (цёмная прастора Фарадэя). Астатняя частка трубкі запоўнена аднародным свячэннем *5*, якое называецца дадатным слупам. Пры ціску каля 15 Па дадатны слуп распадаецца на шэраг паслядоўна размешчаных светлых і цёмных палос — страт.

Вымярэнні, якія выконваліся пры дапамозе зондаў (тонкіх дроцікаў, што ўпаяныя ў розных пунктах уздоўж трубкі) паказалі, што патэнцыял змяняецца ўздоўж трубкі нераўнамерна (гл. графік на рыс. 10.6).

Амаль усё падзенне патэнцыялу прыходзіцца на першую цёмную прастору — гэта так званае катоднае падзенне патэнцыялу. Асноўныя з'явы, што падтрымліваюць разрад, адбываюцца ў першай цёмнай прасторы і тлеючым свячэнні. Калі анод зрабіць рухомым і набліжаць яго да катода, то можна заўважыць, што ўсе катодныя часткі разраду застаюцца нязменнымі (рыс. 10.7), а скарачаецца толькі дадатны слуп.




Рыс. 10.6.

Рыс. 10.7.

Пры далейшым памяншэнні даўжыні разраднага прамежку пачынае скарачацца другая цёмная прастора, і, калі анод дасягае тлеючага свячэння, яно знікае. Аднак разрад яшчэ існуе. Калі анод дасягае першай цёмнай прасторы, разрад знікае.

Доследы паказваюць, што катоднае падзенне патэнцыялу залежыць ад матэрыялу катода і роду газу. Пры гэтым падзенне патэнцыялу прапарцыйнае рабоце выхаду электронаў з катода. Катоднае падзенне патэнцыялу неабходна для падтрымкі тлеючага разраду. Яно выклікае паскарэнне дадатных іонаў, якія набываюць энергію, патрэбную для таго, каб выклікаць другасную электронную эмісію з катода, без якой існаванне тлеючага разраду немагчыма.

Тлеючы разрад знайшоў шырокае практычнае выкарыстанне. Напрыклад, газасветныя трубкі, якія прымяняюцца для рэкламы, запаўняюцца рознымі газамі (неонам, ксенонам, аргонам і іх сумесямі). Ад таго, якім газам запоўнена трубка, залежыць колер яе святла. Неонавыя лямпы выкарыстоўваюцца для сігналізацыі. Электроды ў гэтых лямпах размешчаны так блізка адзін да аднаго, што дадатны слуп адсутнічае. Іх пакрываюць слоем барыю, таму разрад узнікае пры напружаннях каля 70 В. Выпраменьванне святла абумоўлена тлеючым свячэннем. Ртутныя лямпы нізкага ціску служаць для атрымання ультрафіялетавага выпраменьвання. У лямпах дзённага святла або люмінесцэнтных лямпах ультрафіялетавае выпраменьванне дадатнага слупа тлеючага разраду ў пары ртуці ператвараецца ў бачнае выпраменьванне. Тлеючы разрад выкарыстоўваюць для катоднага распылення металаў, напрыклад пры вырабе люстраў. Тлеючы разрад служыць крыніцай накачкі ў газавых аптычных генератарах.

**Дугавы разрад.** Дугавым называюць разрад у газе пры атмасферным або павышаным ціску, які ўзнікае пры невысокіх напружаннях ( ~60 В) паміж двума электродамі (металічнымі або вугальнымі), што размешчаны блізка адзін ад аднаго. Дугавы разрад суправаджаецца вылучэннем вялікай колькасці цеплыні і вельмі яркім свячэннем. Гэты разрад быў адкрыты ў 1802 г. рускім фізікам В. У. Пятровым (1761—1834), які заўважыў, што, калі два вугальныя стрыжні, далучаныя да гальванічнай батарэі, спачатку прывесці ў судакрананне, а пасля развесці на некалькі міліметраў, ўзнікае электрычны разрад. Калі стрыжні размешчаны гарызантальна, то нагрэты газ, што свеціцца, падымаецца ўверх і разрад нагадвае дугу, таму з'яву назвалі электрычнай дугой, а газавы разрад — дугавым.

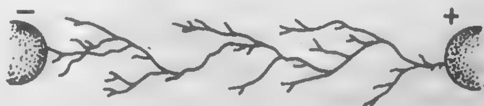
Каб атрымаць дугавы разрад, неабавязкова прыводзіць у судакрананне электроды. Калі вельмі моцна павялічыць шчыльнасць току ў тлеючым разрадзе, то ён можа перайсці ў дугавы. Дугавы разрад адбываецца як пры нізкім ціску (~10 Па), так і пры высокім ($\sim 10^8$ Па ).

Асноўнымі з'явамі, якія выклікаюць самаіанізацыю і падтрымліваюць самастойны разрад, з'яўляюцца тэрмаэлектронная эмісія з паверхні разагрэтага катода і тэрмічная іанізацыя малекул газа, абумоўленая высокай яго тэмпературай. Награванне катода адбываецца за кошт удараў дадатных іонаў, якія паскараюцца катоднай рознасцю

патэнцыялаў. Дугавы разрад можа падтрымлівацца і за кошт аўтаэлектроннай эмісіі з катода. Сапраўды, катоднае падзенне патэнцыялу (~10 В) адбываецца на адлегласці парадку даўжыні свабоднага прабегу электрона, таму каля катода ўзнікае моцнае электрычнае поле, якое можа выклікаць аўтаэлектронную эмісію. Пры гарэнні дугі катод завастраецца, а на анодзе пад уплывам бамбардзіроўкі электронамі ўтвараецца паглыбленне — кратэр. Тэмпература ў кратэры пры атмасферным ціску дасягае 4000 °С, а пры ціску, які ў 20 разоў перавышае атмасферны ($\sim 2 \cdot 10^7$ Па), — 7000 °С (тэмпература на паверхні Сонца ~ 6000 °С).

Дугавы разрад знаходзіць шырокае прымяненне. У 1876 г. П. М. Яблачкаў упершыню выкарыстаў электрычную дугу як крыніцу святла. Зараз дугавы разрад выкарыстоўваецца ў пражэктарах, ртутных лямпах высокага ціску. У 1882 г. М. М. Бенардас упершыню прымяніў дугавы разрад для рэзкі і зваркі металаў. У металургічнай прамысловасці пры выплаўцы высакаякасных сталей выкарыстоўваюць дугавыя печы.

Іскравы разрад. Іскравы разрад назіраецца паміж халоднымі электродамі пры высокай рознасці патэнцыялаў. У паветры іскравы разрад узнікае, калі напружанасць электрычнага поля паміж электродамі перавышае $3 \cdot 10^6$ В/м. Напружанасць поля каля электродаў залежыць ад крывізны іх паверхні, таму паміж вастрыямі разрад узнікае пры меншых напружаннях, чым паміж плоскімі паверхнямі. Іскравы разрад можна назіраць, калі зблізіць зараджаныя кандуктары электрафорнай машыны. Ён мае выгляд пучка яркіх зігзагападобных палосак, што разгаліноўваюцца ад тонкага канала, які злучае электроды (рыс. 10,8).

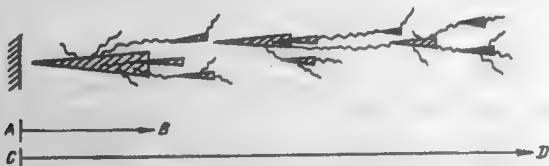



Рыс. 10.8.

Прыкладам гіганцкага іскравога разраду з'яўляецца маланка. Яна ўзнікае паміж зараджаным воблакам і зямлёй або паміж двума разнайменна зараджанымі воблакамі. Даўжыня маланкі можа быць некалькі кіламетраў, шырыня каналу да 20—30 см. Ток у канале дасягае соцень тысяч ампер ($\sim 10^5$А), а напружанне паміж воблакам і зямлёй — $10^9$В. Працягласць разраду $10^{-6}$—$10^{-7}$ с. Іскравы разрад суправаджаецца вылучэннем вялікай колькасці цеплыні, яркім свячэннем газу, трэскам або громам.

Тлумачэнне механізму ўзнікнення іскравога разраду дае так званая стрымерная тэорыя іскравога прабою. Калі каля катода ўзнікла элек-

тронная лавіна, то на яе шляху адбываецца іанізацыя і ўзбуджэнне малекул і атамаў газу. Светлавыя кванты, што вылучаюцца ўзбуджанымі атамамі і малекуламі, выклікаюць іанізацыю газу і даюць пачатак новым лавінам. Новыя лавіны, якія ўзніклі ў выніку фотаіанізацыі, даюць пачатак наступным лавінам і г. д. Гэты працэс распаўсюджваецца вельмі хутка. На рыс. 10.9 прыведзена схема развіцця электронных лавін у іскравым разрадзе. Электронныя лавіны ўмоўна паказаны заштрыхаванымі конусамі, а напрамак распаўсюджвання светлавых квантаў — хвалістымі лініямі. Паколькі хуткасць распаўсюджвання святла вельмі вялікая ($c = 3\cdot10^8$ м/с), то новыя лавіны, што выкліканы фотаіанізацыяй атамаў і малекул, узнікаюць у розных пунктах разраднага прамежку амаль адначасова. Асобныя лавіны даганяюць адна адну і ўтвараюць праводзячы мосцік, па якому і праходзіць разрад. Працэс адбываецца вельмі хутка, і пакуль першая лавіна (рыс. 10.9) прыме памеры $AB$, вобласць высокай іанізацыі (стрымер) будзе мець значна большы памер $CD$.




Рыс. 10.9.

Асцылаграфічныя даследаванні іскравога разраду паказалі, што працягласць разраду значна меншая, чым час, які патрэбны асобнай электроннай лавіне для праходжання адлегласці ад катода да анода.

Іскравыя разрады шырока выкарыстоўваюцца ў тэхніцы. У карбюратарных рухавіках унутранага згарання з дапамогай іскравога разраду запальваецца рабочая сумесь. Пры малой даўжыні разраднага прамежку іскравы разрад выклікае спецыфічнае разбурэнне анода — эрозію. Гэта з'ява прымяняецца пры электраіскравой апрацоўцы металаў. Іскравыя разраднікі выкарыстоўваюцца для абароны ліній электраперадач ад перанапружання.

**Каронны разрад.** У газах пры нармальных умовах у вельмі моцным неаднародным электрычным полі ўзнікае разрад, свячэнне якога нагадвае карону. Такі разрад атрымаў назву короннага. Неаднароднае электрычнае поле ўзнікае паблізу зараджаных праваднікоў з вялікай крывізной паверхні (тонкага дроту, вастрыя). У лабараторных умовах каронны разрад можна назіраць з дапамогай электрафорнай машыны. Калі развесці кандуктары і электрызаваць іх, то назіраецца свячэнне.

Перад навальніцай можна назіраць свячэнне над вострымі высока паднятымі прадметамі або лініямі электраперадач (іншы раз свецяцца нават верхавіны дрэў).

Неаднароднае электрычнае поле можна атрымаць паміж двума электродамі, калі паверхня аднаго з іх мае вялікую крывізну. У гэтым выпадку наяўнасць другога электрода нават не абавязковая, бо яго ролю можа выконваць паверхня Зямлі. Паблізу тонкага правадніка пры напружанасці поля $3 \cdot 10^6$ В/м узнікае каронны разрад. Калі тонкі праваднік зараджаны адмоўна (адмоўная карона), то ля яго паверхні ўзнікаюць электронныя лавіны, якія распаўсюджваюцца ад катода ў бок дадатнага электрода. Паколькі напружанасць поля пры аддаленні ад правадніка памяншаецца, то на некаторай адлегласці ад яго электронныя лавіны абрываюцца. Адлегласць, на якую распаўсюджваюцца электронныя лавіны, вызначае таўшчыню кароны. Электронныя лавіны не дасягаюць анода, таму прабой газавага прамежку паміж электродамі не адбываецца.

Калі тонкі праваднік з'яўляецца анодам (дадатная карона), то лавіны ўзнікаюць на вонкавай паверхні кароны і рухаюцца да тонкага правадніка. Унутры кароны ёсць як дадатныя, так і адмоўныя іоны, за межамі кароны — толькі іоны аднаго знака (дадатныя, калі карона дадатная, і адмоўны, калі яна адмоўная). Таўшчыня дадатнай кароны меншая, чым адмоўнай. Пры павелічэнні напружання паміж электродамі каронны разрад пераходзіць у іскравы і адбываецца прабой разраднага прамежку.

Каронны разрад выкарыстоўваецца ў электрафільтрах для ачысткі прамысловых газаў ад прымесей. Прынцып дзеяння такога электрафільтра можна паказаць на наступным доследзе. Шкляная трубка, у цэнтры якой размешчаны тонкі дрот, запаўняецца дымам. Калі ўключыць напружанне паміж дротам і трубкай, то дым адразу знікае. Каб забяспечыць высакавольтныя лініі электраперадач ад страт энергіі пры ўзнікненні кароннага разраду, правады лініі павінны быць тоўстымі.

На каронным разрадзе заснавана дзеянне маланкаадвода. Моцнае электрычнае поле, што ўзнікае ў атмасферы ў час навальніцы, выклікае разрад з вяршыні маланкаадвода.

**Газаразрадная плазма.** Пры самастойным разрадзе большасць малекул газу аказваецца іанізаванай. Газ, у якім усе або значная частка малекул (атамаў) іанізаваныя, называюць *плазмай.* Гэту назву ўпершыню ў 1929 г. увёў амерыканскі фізік І. Ленгмюр (1881—1957). У плазме шчыльнасці дадатных і адмоўных зарадаў практычна супадаюць, і таму цалкам плазма з'яўляецца электрычна нейтральнай. Плазма можа ўтварацца ў выніку іанізацыі газу пры яго награванні да вельмі высокіх тэмператур (каля 10000 °С) або бамбардзіроўкі атамаў газу хуткімі зараджанымі часціцамі. Плазма ўяўляе сабой

асобы стан рэчыва. У такім стане знаходзіцца каля 99 % рэчыва Сусвету. Сонца і зоркі — гэта гіганцкія згусткі плазмы. Верхнія слаі зямной атмасферы, якія падвяргаюцца бесперапыннаму ўздзеянню ультрафіялетавага і рэнтгенаўскага выпраменьванняў Сонца, зорак і патокаў зараджаных часціц, таксама з'яўляюцца слаба іанізаванай плазмай.

Ступень іанізацыі плазмы характарызуецца каэфіцыентам іанізацыі. У залежнасці ад ступені іанізацыі адрозніваюць слаба іанізаваную (да 1 %), умерана іанізаваную і поўнасцю іанізаваную плазмы.

Праводнасць плазмы павялічваецца з ростам ступені іанізацыі. Пры вельмі высокіх тэмпературах плазма поўнасцю іанізаваная і яе праводнасць вельмі высокая. Такая плазма называецца высокатэмпературнай. Плазма, што ўзнікае пры газавым разрадзе, называецца газаразраднай. Ступень іанізацыі такой плазмы можа быць рознай. Напрыклад, у дадатным слупе тлеючага разраду ступень іанізацыі плазмы амаль 100 %.

Газаразрадная плазма можа існаваць толькі пры наяўнасці электрычнага поля. Электрычнае поле паскарае электроны, якія пры сутыкненнях з іонамі перадаюць ім сваю энергію. Аднак, паколькі маса электронаў значна меншая за масу іонаў, электроны перадаюць не ўсю сваю энергію, а толькі частку. Гэта прыводзіць да таго, што пры нізкім ціску, калі колькасць сутыкненняў адносна невялікая, сярэдняя кінетычная энергія электронаў аказваецца значна большай за сярэднюю кінетычную энергію іонаў і нейтральных часціц плазмы. Калі электроннаму газу плазмы у адпаведнасці з сярэдняй кінетычнай энергіяй электронаў прыпісаць характэрную тэмпературу, то яна будзе намнога перавышаць тэмпературу газу, у якім адбываецца разрад. Напрыклад, у дадатным слупе тлеючага разраду пры ціску каля 1 Па тэмпература электроннага газу дасягае 10000 °С, у той час як тэмпература газу, у якім адбываецца разрад, мала адрозніваецца ад тэмпературы навакольнага асяроддзя. Пры дастаткова высокім ціску і электроны і іоны будуць мець аднолькавую тэмпературу (ізатэрмічная плазма). Напрыклад, плазма ў іскравым канале з'яўляецца ізатэрмічнай.

Даследаванне ўласцівасцей плазмы мае вялікае практычнае значэнне. Ужо распрацаваны маламагутныя плазменныя рухавікі, працуюць магнітагідрадынамічныя генератары (МГД), у якіх з дапамогай струменя плазмы, што рухаецца ў магнітным полі, адбываецца непасрэднае пераўтварэнне цеплавой энергіі ў электрычную. Выкарыстанне плазматронаў дазваляе ажыццяўляць хімічныя рэакцыі, якія ў звычайных умовах не назіраюцца. Асаблівае значэнне маюць даследаванні высокатэмпературнай плазмы, што праводзяць з мэтай ажыццяўлення кіруемых тэрмаядзерных рэакцый.

**Катодныя прамяні.** Пры памяншэнні ціску ў разраднай трубцы да 1—0,1 Па даўжыня свабоднага прабегу электронаў узрастае і яны без сутыкненняў дасягаюць анода. Свячэнне газу знікае, але пры гэтым сценкі трубкі пачынаюць свяціцца зеленаватым святлом. Упершыню

ў 1879 г. гэту з'яву назіраў англійскі фізік У. Крукс (1839—1919), але ў той час электрон яшчэ не быў адкрыты і прыроду з'явы нельга было растлумачыць. Адны фізікі (Г. Герц і інш.) лічылі, што ў трубцы ўзнікаюць прамяні, якія маюць хвалевую прыроду, а другія (У. Крукс і інш.) — што гэта паток зараджаных часціц. Толькі ў 1895 г. французскі фізік Ж. Перрэн (1870—1942) эксперыментальна даказаў, што прамяні ўяўляюць сабой паток адмоўна зараджаных часціц. Пазней было высветлена, што гэта паток электронаў. Паток электронаў, што ўзнікае ў разраднай трубцы пры нізкім ціску газу, называюць катоднымі прамянямі. Электронная прырода катодных прамянёў пацвярджаецца адхіленнем іх у электрычным і магнітным палях. Пранікальная здольнасць катодных прамянёў невялікая. Калі на іх шляху паставіць тонкую металічную пласцінку, то на сценцы шкляной трубкі назіраецца рэзка акрэслены цень. Многія цвёрдыя рэчывы пад уздзеяннем катодных прамянёў флюарэсцыруюць. Пры гэтым розныя рэчывы свецяцца характэрным для іх колерам. Гэта з'ява атрымала назву катодалюмінісцэнцыі. Катодалюмінісцэнцыя знайшла шырокае практычнае выкарыстанне (экраны тэлевізараў, асцылографаў і інш.). Катодныя прамяні ўзнікаюць пры бамбардзіроўцы катода патокам дадатна зараджаных іонаў, што рухаюцца ў разраднай трубцы. Калі ў плоскім катодзе зрабіць адтуліны, то за ім можна назіраць пучкі, якія слаба свецяцца. Гэтыя пучкі (патокі дадатна зараджаных іонаў) атрымалі назву каналавых прамянёў. Вывучэнне каналавых прамянёў спрыяла стварэнню сучаснай тэорыі будовы рэчыва.

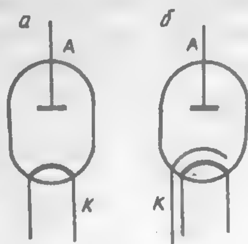
## 10.5. Электрычны ток у вакууме. Электронныя лямпы

Калі змяншаць ціск у разраднай трубцы, то можна дайсці да такога стану, калі часцінкі, што знаходзяцца ў трубцы, паспяваюць праляцець ад адной сценкі да другой без сутыкненняў. Такі стан газу называюць вакуумам. Нават пры высокім вакууме (каля $10^{-6}$—$10^{-7}$ Па) у адзінцы аб'ёму газу застаецца яшчэ вельмі многа малекул ($\sim 10^{14}$ м$^{-3}$), але яны неіанізаваныя, і таму, каб атрымаць у вакууме ток, неабходна ўвесці туды якія-небудзь зараджаныя часціцы. Такімі часціцамі звычайна з'яўляюцца электроны, што вызваляюцца з катода пры яго награванні (тэрмаэлектронная эмісія) або асвятленні (фотаэмісія).

У вакуумных электронных лямпах выкарыстоўваецца з'ява тэрмаэлектроннай эмісіі. Гэта з'ява была адкрыта амерыканскім вынаходнікам Т. Эдысонам (1847—1931) у 1883 г. Каб назіраць тэрмаэлектронную эмісію, зручна карыстацца вакуумнай электроннай лямпай з двума электродамі. Такую лямпу называюць вакуумным дыёдам. Разгледзім яго будову.

У шкляным (металічным) балоне, з якога адпампавана паветра да ціску $10^{-5}$—$10^{-6}$ Па, знаходзяцца два электроды. Адзін з іх уяўляе

сабой тонкі дрот з тугаплаўкага металу (часцей за ўсё вальфраму), па якому можна прапускаць ток і награваць яго да высокай тэмпературы. Ён далучаецца да адмоўнага полюса крыніцы току і называецца катодам. Другі электрод — гэта металічная пласціна або цыліндр. Ён застаецца халодным, далучаецца да дадатнага полюса крыніцы току і называецца анодам. Награванне катода можа адбывацца не непасрэдна, а з дапамогай другога правадніка, па якім прапускаецца ток. У гэтым выпадку катод называецца катодам ускоснага напалу. У першым выпадку яго называюць катодам прамога напалу. На рыс. 10.10 паказаны ўмоўныя абазначэнні дыёдаў з прамым (*а*) і ўскосным (*б*) напалам. Для таго каб узнікла тэрмаэлектронная эмісія, катод неабходна нагрэць да высокай тэмпературы. Электрон праводнасці можа пакінуць метал, калі яго кінетычная энергія перавышае работу выхаду электрона з металу. Доследы і разлікі паказваюць, што інтэнсіўная тэрмаэлектронная эмісія з вальфрамавага катода ўзнікае пры тэмпературах, якія перавышаюць 2000 °С. Каб зменшыць тэмпературу напалу катода, яго пакрываюць тонкім слоем рэчыва з малой работай выхаду электронаў. Напрыклад, калі на катод з вальфраму нанесці слой аксідаў шчолачназямельных металаў (BaO, SrO), то здавальняючая эмісія адбываецца пры тэмпературах 800—900 °С. Такія катоды называюць аксіднымі.



Рыс. 10.10.

Пры награванні катода каля яго паверхні ўтвараецца электроннае воблака. Сваім адмоўным зарадам яно стварае электрычнае поле, якое перашкаджае выхаду электронаў. Пасля ўстанаўлення дынамічнай раўнавагі лік электронаў, якія пакідаюць катод, роўны ліку электронаў, што вяртаюцца ў катод. Абазначым $n_0$ канцэнтрацыю электронаў унутры металу і $n'$ — канцэнтрацыю ўнутры электроннага воблака. Унутры электроннага воблака канцэнтрацыя $n'$ змяняецца: яна найбольшая каля паверхні катода, убывае з павелічэннем адлегласці да катода і залежыць ад яго тэмпературы. На некаторай адлегласці ад катода яна роўная нулю. Калі да электроннага воблака, што знаходзіцца ў раўнавазе з металам, прымяніць формулу Больцмана, то атрымаем

$$n' = n_0 \exp\left[-e(\varphi - \varphi')/(kT)\right], \tag{10.9}$$

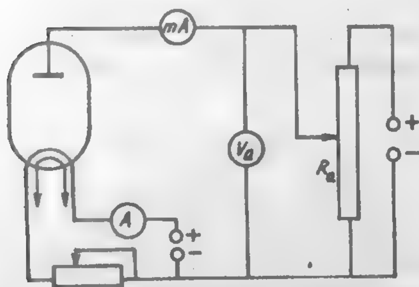
дзе $\varphi$ і $\varphi'$ — патэнцыялы катода і электроннага воблака адпаведна; $T$ — абсалютная тэмпература.

Будзем лічыць, што катод злучаны з зямлёй. Тады каля паверхні катода $\varphi' = 0$ і канцэнтрацыя электронаў у электронным воблаку паблізу катода

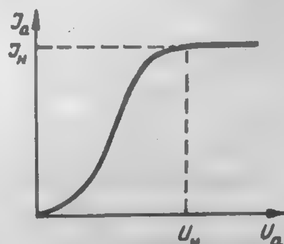
$$n = n_0 \exp[-e\varphi/(kT)] . \quad (10.10)$$

Заўважым, што $e\varphi$ — работа выхаду электронаў з металу (катода).

З формулы (10.10) вынікае, што для павелічэння інтэнсіўнасці тэрмаэлектроннай эмісіі неабходна павысіць тэмпературу катода $T$ або ўзяць метал з меншай работай выхаду электронаў. Дынамічная раўнавага паміж катодам і электронным воблакам будзе існаваць да таго часу, пакуль паміж катодам і анодам не будзе ўтворана электрычнае поле. Калі катод злучыць з адмоўным полюсам крыніцы току, а анод з дадатным, то электроны пачнуць рухацца ад катода да анода. У ланцугу ўзнікне электрычны ток. Калі анод злучыць з адмоўным полюсам крыніцы току, а катод з дадатным, ток у ланцугу не ўзнікне, г. зн. дыёд мае аднабаковую праводнасць. Гэта сведчыць пра тое, што нагрэты да высокай тэмпературы катод вылучае адмоўныя часціцы (электроны) і што дадатныя іоны пры гэтым не пакідаюць метал у заметнай колькасці. Для даследавання з'явы тэрмаэлектроннай эмісіі выкарыстоўваюць схему, што прыведзена на рыс. 10.11. Змяненнем супраціўлення рэастата $R$ можна рэгуляваць ток напалу катода, а тым самым і яго тэмпературу. Аноднае напружанне (рознасць патэнцыялаў



Рыс. 10.11.



Рыс. 10.12.

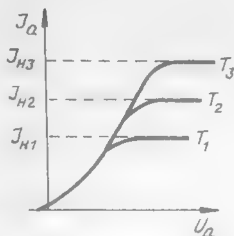
паміж анодам і катодам) рэгулюецца патэнцыяметрам $R_a$ і вымяраецца вальтметрам $V_a$ . Тэрмаэлектронны (анодны) ток $I_a$ вымяраецца з дапамогай міліамперметра *мА*. На рыс. 10.12 паказана залежнасць аноднага току $I_a$ ад аноднага напружання $U_a$ пры пастаяннай тэмпературы катода, які не пакрыты аксідным слоем. Пры малых значэннях $U_a$ не ўсе электроны электроннага воблака дасягаюць анода, таму залежнасць $I_a$ ад напружання $U_a$ (вольт-амперная характарыстыка) нават у слабых палях нелінейная. І. Ленгмюр у 1913 г. і незалежна ад яго С. А. Багуслаўскі ў 1923 г. паказалі, што ў гэтай вобласці

залежнасць тэрмаэлектроннага току ад напружання на anодзе апісваецца формулай

$$I_a = KU_a^{3/2}, \qquad (10.11)$$

дзе $K$ — пастаянная, якая характарызуе памеры і форму электродаў і не залежыць ад тэмпературы.

Формула (10.11) носіць назву закону Ленгмюра—Багуслаўскага або закону 3/2. Калі аноднае напружанне дастаткова вялікае ($U_a > U_н$, рыс. 10.12), то ўсе электроны, якія пакінулі катод, дасягаюць анода і пры далейшым павелічэнні $U_a$ сіла току не мяняецца. Пастаяннае значэнне току называюць токам насычэння $I_н$ (гарызантальная лінія на рыс. 10.12). Пры павышэнні тэмпературы катода ток насычэння ўзрастае. На рыс. 10.13 паказана залежнасць аноднага току дыёда ад аноднага напружання пры розных тэмпературах напалу катода ($T_1 < T_2 < T_3$).



Рыс. 10.13.

Калі катод пакрыты аксідным слоем, дасягнуць насычэння нельга, бо гэта патрабуе вельмі высокага аноднага напружання, пры якім катод разбураецца. Згодна з разлікамі англійскага фізіка О. Рычардсана (1879—1959), якія ён зрабіў у 1901 г. на падставе класічнай электроннай тэорыі, шчыльнасць току насычэння

$$j_н = B\sqrt{T}\,\exp[-e\varphi/(kT)],$$

дзе $B$ — пастаянная, розная для розных металаў.

Дэшман у 1923 г. выканаў разлікі з улікам хвалевых уласцівасцей электронаў і атрымаў формулу

$$j_н = AT^2 \exp[-e\varphi/(kT)], \qquad (10.12)$$

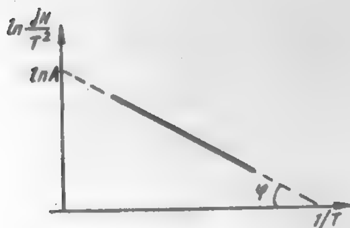
якая мае назву формулы Рычардсана—Дэшмана. У раўнанні (10.12) пастаянная $A$ не залежыць ад роду металу: $A = 1{,}2\cdot10^6 \text{A}/(\text{м}^2\cdot\text{K}^2)$. Доследныя значэнні $A$ не супадаюць з тэарэтычным значэннем (напрыклад, для вальфраму $A = 0{,}6\cdot10^6 \text{A}/(\text{м}^2\cdot\text{K}^2)$).

Калі пралагарыфмаваць формулу (10.12), то атрымаем

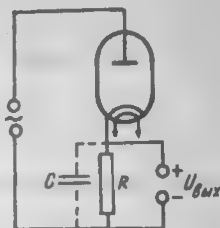
$$\ln(j_н/T^2) = \ln A - e\varphi/(kT). \qquad (10.13)$$

Графік $\ln (j_н/T^2) = f(1/T)$ уяўляе сабой прамую лінію (рыс. 10.14). Па вуглу нахілу гэтай лініі можна эксперыментальна вызначыць работу выхаду электронаў $e\varphi$ і каэфіцыент $A$.

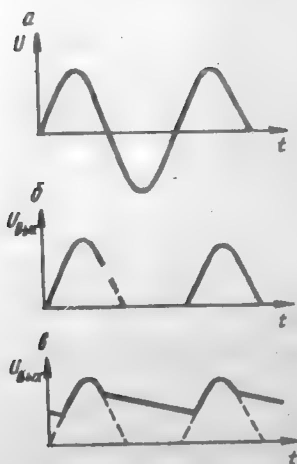
Двухэлектродныя электронныя лямпы (дыёды) выкарыстоўваюць для выпрамлення пераменнага току, аднак у апошні час іх усё часцей замяняюць паўправадніковымі дыёдамі. Прасцейшая схема выпрамніка з электроннай лямпай (дыёдам) . паказана на рыс. 10.15.




Рыс. 10.14.




Рыс. 10.15.



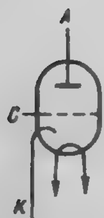

Рыс. 10.16.

Пераменнае напружанне $U$ змяняецца па сінусным законе (рыс. 10.16, *а*). Ток у лямпе і рэзістары $R$ існуе толькі пры дадатным патэнцыяле анода лямпы. Таму на рэзістары $R$ узнікае пульсуючае напружанне (рыс. 10.16, *б*). Каб паменшыць пульсацыі (рыс. 10.16, *в*), паралельна рэзістару $R$ далучаюць кандэнсатар ёмістасці $C$.

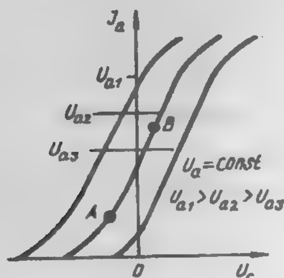
Калі паміж катодам і анодам змясціць трэці электрод (напрыклад, у выглядзе спіралі), то атрымаем трохэлектродную электронную лямпу (вакуумны трыёд). Трэці электрод змяшчаецца бліжэй да катода і называецца кіроўнай сеткай. Умоўнае абазначэнне трохэлектроднай лямпы паказана на рыс. 10.17. Патэнцыял сеткі моцна ўплывае на велічыню аноднага току, таму ў трохэлектроднай лямпе ток з'яўляецца функцыяй аноднага ($U_а$) і сеткавага ($U_c$) напружанняў, якія могуць змяняцца незалежна адно ад аднаго: $I_а = f(U_а, U_c)$.

Калі сеткавае напружанне $U_c = 0$, сетка практычна не аказвае ўплыў на велічыню аноднага току і трохэлектродная лямпа не ад-

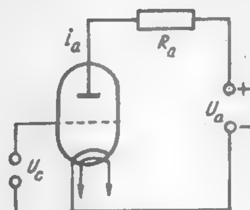
розніваецца ад дыёда. Пры $U_c > 0$ сетка зараджана дадатна адносна катода і прыцягвае да сябе электроны з электроннага воблака. Пры гэтым частка электронаў пралятае паміж віткамі сеткі і анодны ток узрастае. Такім чынам, дадатны патэнцыял на сетцы павялічвае анодны ток. Калі сетка зараджана адмоўна ($U_c < 0$), яна адштурхоўвае электроны і павялічвае адмоўны аб'ёмны зарад каля катода. Анодны ток змяншаецца і пры пэўным адмоўным значэнні $U_c$ становіцца роўным нулю (лямпа запіраецца).



Рыс. 10.17.

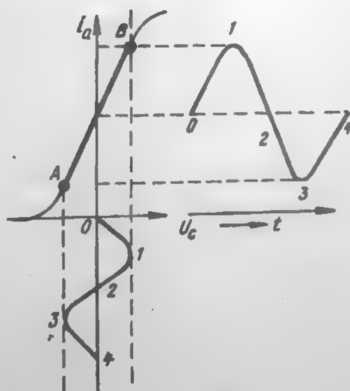


Рыс. 10.18.



Рыс. 10.19.

Паколькі сетка размешчана значна бліжэй да катода, чым анод, то нават нязначныя змяненні $U_c$ аказваюць моцны ўплыў на велічыню аноднага току. Графік залежнасці $I_a = f(U_c)$ называюць сеткавай характарыстыкай электравакуумнага трыёда. Сістэма некалькіх сеткавых характарыстык, што адпавядаюць розным анодным напружанням і пабудаваны на адным графіку, называецца сямействам сеткавых характарыстык (рыс. 10.18).



Рыс. 10.20.

Пры павышэнні сеткавага напружання анодны ток узрастае, але не прапарцыйна напружанню. Аднак на некаторым участку $AB$ (рыс. 10.18) гэта залежнасць лінейная. Калі на сетку лямпы (рыс. 10.19) падаваць пераменнае напружанне $U$, велічыня якога не выходзіць за межы адрэзка $AB$ (рыс. 10.20), то змяненне аноднага току будзе адбывацца згодна з тым жа законам, што і змяненне напружання $U$ (без ска-

жэнняў). На аноднай нагрузцы лямпы $R_a$ (рыс. 10.19) узнікае пераменнае напружанне $U_R = i_a R_a$, якое можа ў некалькі разоў перавышаць напружанне $U_c$. Такім чынам, трохэлектродная лямпа можа быць выкарыстана ў якасці ўзмацняльніка пераменных напружанняў. Прымяненне трыёда ў якасці генератара электрамагнітных ваганняў разглядаецца пазней.

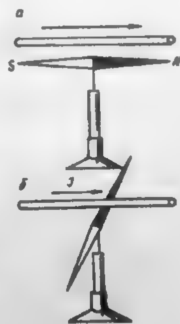
# III. ЭЛЕКТРАМАГНЕТЫЗМ

## 11. МАГНІТНАЕ ПОЛЕ

### 11. 1. Асноўныя магнітныя з'явы

Электрычныя і магнітныя з'явы былі вядомы даўно, але доўгі час яны разглядаліся незалежна адна ад другой. У 1820 г. дацкі фізік Г. Эрстэд (1777—1851) заўважыў, што праваднік з токам, які размешчаны блізка каля магнітнай стрэлкі компасу, аказвае на яе ўздзеянне. Назіраць гэту з'яву зручна, калі праваднік і магнітная стрэлка знаходзяцца ў гарызантальнай плоскасці, як гэта паказана на рыс. 11.1. Пакуль у правадніку няма току, стрэлка размяшчаецца ў плоскасці магнітнага мерыдыяна (рыс. 11.1, *а*).

Калі ўключыць ток, то стрэлка адхіляецца на адпаведны вугал, які залежыць ад велічыні току ў правадніку. Пры дастаткова вялікім току стрэлка размяшчаецца перпендыкулярна правадніку (рыс. 11.1,*б*). Калі змяніць напрамак току ў правадніку, то зменіцца на процілеглую і арыентацыя магнітнай стрэлкі. Арыентацыя стрэлкі залежыць таксама ад таго, знаходзіцца яна над правадніком з токам або пад ім. З гэтых доследаў вынікае, што электрычны ток аказвае магнітнае ўздзеянне.

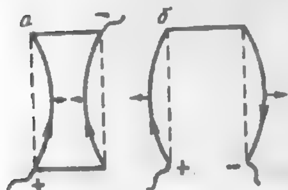


Рыс. 11.1.

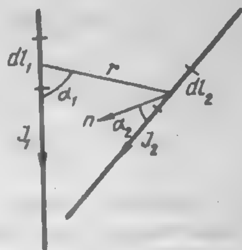
У тым жа 1820 г. французскі фізік А. Ампер заўважыў, што токі ўзаемадзейнічаюць не толькі з пастаяннымі магнітамі, але і адзін з адным. Назіраць гэту з'яву найбольш проста на двух паралельных правадніках з токамі (рыс. 11.2). Пры аднолькавым напрамку токаў у правадніках яны прыцягваюцца (рыс. 11.2, *а*), а пры процілеглых— адштурхоўваюцца (рыс. 11.2, *б*). Пры адвольнай арыентацыі праваднікоў яны імкнуцца размясціцца паралельна адзін аднаму і такім чынам, каб токі ў іх мелі адзін і той жа напрамак.

Узаемадзеянні паміж праваднікамі з токамі, г. зн. узаемадзеянні паміж электрычнымі зарадамі, што рухаюцца, называюць *магнітнымі*.

Сілы, што выклікаюць узаемадзеянне токаў, токаў і магнітаў або пастаянных магнітаў, называюць магнітнымі сіламі. Яны ўзнікаюць толькі тады, калі зарады рухаюцца. Узаемадзеянне нерухомых зарадаў вызначаецца законам Кулона. На рухомыя зарады дзейнічаюць не толькі кулонаўскія сілы, але і магнітныя. Каб вызначыць сілу ўзаемадзеяння праваднікоў з токамі, А. Ампер па аналогіі з законам сусветнага



Рыс. 11.2.



Рыс. 11.3.

прыцягнення Ньютона і законам Кулона, дзе выкарыстоўваюцца паняцці элементарнай масы і пунктавага зараду, увёў паняцце элемента току, модуль якога роўны сіле току, памножанай на даўжыню элементарнага адрэзка провада $dl$, а вектар $I\,\mathbf{dl}$ накіраваны паралельна вектару шчыльнасці току $\mathbf{j}$. Ампер устанавіў закон, які вызначае сілу ўзаемадзеяння двух бязмежна малых элементаў току $I_1dl_1$ і $I_2dl_2$ (рыс. 11.3):

$$dF_{12} = KI_1dl_1I_2dl_2\sin\alpha_1\sin\alpha_2/r^2\,, \tag{11.1}$$

дзе $\alpha_1$ — вугал паміж элементам току $I_1d\mathbf{l}_1$ і радыусам-вектарам $\mathbf{r}$, што злучае элементы току; $\alpha_2$ — вугал паміж элементам току $I_2d\mathbf{l}_2$ і нармаллю да плоскасці, у якой ляжаць вектары $I_2d\mathbf{l}_2$ і $\mathbf{r}$; $K$ — каэфіцыент, які залежыць ад выбару сістэмы адзінак.

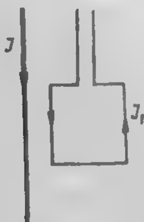
Закон Ампера (11.1) дазваляе вылічыць сілу ўзаемадзеяння двух праваднікоў пэўнай даўжыні і формы, але яго выкарыстанне звязана з матэматычнымі цяжкасцямі. Таму больш плённым з'яўляецца другі падыход, сутнасць якога заключаецца ў тым, што электрычны ток у навакольнай прасторы стварае магнітнае поле, якое дзейнічае на іншыя токі або зараджаныя часціцы.

Такім чынам, вызначэнне сілы ўзаемадзеяння токаў зводзіцца да вызначэння магнітнага поля адвольнага току і сілы, што дзейнічае ў дадзеным магнітным полі на праваднікі з токам, якія змешчаны ў гэта поле.

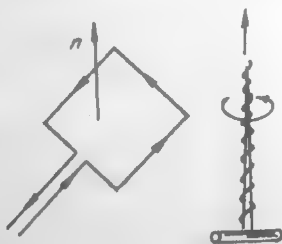
## 11.2. Магнітнае поле току. Індукцыя магнітнага поля

Наяўнасць магнітнага поля можна заўважыць па дзеянні сіл на праваднікі з токам або на пастаянныя магніты, якія змешчаны ў гэта поле. Характар уздзеяння магнітнага поля на змешчаны ў яго праваднік з токам залежыць ад формы гэтага правадніка. Таму для вывучэння магнітнага поля неабходна карыстацца малым элементам току, падобна таму, як пры даследаванні электрычнага поля выкарыстоўваюць малое зараджанае цела. Але стварыць такі элемент току нельга, бо любы ланцуг, па якім праходзіць ток, павінен быць замкнёным. Таму для вывучэння ўласцівасцей магнітнага поля выкарыстоўваюць плоскі контур з токам, які называюць рамкай.

Рамка можа быць адвольнай формы, але павінна мець малыя памеры ў параўнанні з адлегласцю да тых праваднікоў, магнітнае поле якіх даследуецца. Ток у рамцы павінен быць дастаткова малым, каб не скажаць магнітнае поле. Праваднікі, што падводзяць ток да рамкі, неабходна размяшчаць блізка адзін ад аднаго. Тады сумарнае ўздзеянне на іх з боку магнітнага поля будзе роўнае нулю. Рамку трэба падвесіць на тонкай нітцы, якая здольная выяўляць дэфармацыю кручэння. Карыстаючыся такой рамкай, будзем даследаваць магнітнае поле прамалінейнага доўгага правадніка, у якім праходзіць ток $I$ (рыс. 11.4).




Рыс. 11.4.



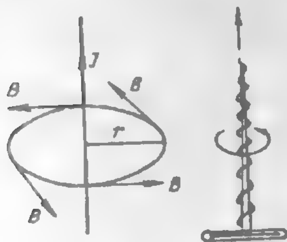

Рыс. 11.5.

Пры ўключэнні току рамка паварочваецца і размяшчаецца так, што провад з токам аказваецца ў яе плоскасці. Пры гэтым у тым баку рамкі, што знаходзіцца бліжэй да правадніка, напрамкі токаў $I$ і $I_1$ супадаюць. Пры змяненні напрамку току рамка павернецца на 180°. Такім чынам, магнітнае поле арыентуе рамку з токам, што можна выкарыстаць для характарыстыкі накіраванасці магнітнага поля.

Арыентацыю рамкі будзем характарызаваць напрамкам вектара яе дадатнай нармалі. За дадатны напрамак нармалі да плоскасці рамкі прымем такі, што, калі глядзець з канца вектара нармалі, ток у рамцы павінен быць накіраваны супраць руху стрэлкі гадзінніка (рыс. 11.5). Напрамак дадатнай нармалі рамкі можна вызначыць паводле правіла

правай шрубы. Дадатная нармаль накіравана ў той бок, куды перамяшчаецца шруба, калі круціць яе ў напрамку току ў рамцы (рыс. 11.5).

У выніку дзеяння магнітнага поля на рамку яе нармаль у кожным дадзеным выпадку будзе накіравана ў пэўным напрамку. З гэтага вынікае, што магнітнае поле павінна характарызавацца вектарнай велічынёй. Гэта велічыня атрымала назву магнітнай індукцыі $B$. За напрамак вектара магнітнай індукцыі **B** у тым месцы, дзе размешчана рамка з токам, прымаюць напрамак дадатнай нармалі рамкі, калі яна знаходзіцца ў стане ўстойлівай раўнавагі. У розных пунктах магнітнага поля, што ствараецца доўгім прамалінейным правадніком з токам, рамка арыентуецца заўсёды так, што яе нармаль накіравана па датычнай да акружнасці, плоскасць якой перпендыкулярная праваду, а яе цэнтр ляжыць на восі правада. На рыс. 11.6 паказаны напрамкі вектара магнітнай індукцыі **B** у пунктах, што знаходзяцца на аднолькавай адлегласці ад прамалінейнага правадніка з токам. Напрамак вектара **B** можна вызначаць, карыстаючыся правілам правай шрубы. Калі шруба рухаецца ў напрамку току, то вектар магнітнай індукцыі накіраваны ў бок руху яе ручкі (рыс. 11.6).



Рыс. 11.6.

Паколькі рамка з токам паварочваецца ў магнітным полі, гэта азначае, што на яе дзейнічае вярчальны момант $M$. Яго вызначаюць па вуглу закручвання пругкай ніткі, на якой падвешана рамка.

Аб велічыні магнітнай індукцыі $B$ будзем меркаваць па велічыні вярчальнага моманту $M$, што дзейнічае на рамку. Доследы паказваюць, што ў дадзеным пункце поля момант $M$ прама прапарцыйны яе плошчы $S$ (незалежна ад формы рамкі), току рамкі $I$ і сінусу вугла $\alpha$ паміж вектарам **B** і нармаллю да рамкі **n** : $M \sim IS\sin\alpha$ .

Момант вярчэння дасягае найбольшага значэння $M_{max}$ , калі нармаль рамкі арыентавана перпендыкулярна вектару **B** , г. зн. $M_{max} \sim IS$ .

Стасунак $M_{max}/(IS)$ не залежыць ад уласцівасцей рамкі і можа быць колькаснай характарыстыкай магнітнага поля. Гэты стасунак прымаюць роўным модулю вектара магнітнай індукцыі ў тым пункце поля, дзе размешчана рамка: $B = M_{max}/(IS)$ .

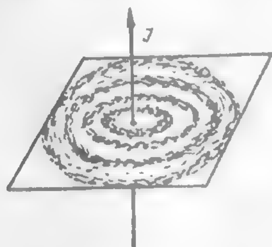
За адзінку магнітнай індукцыі ў СІ прымаюць магнітную індукцыю аднароднага поля, у якім на рамку з токам 1А плошчай $1м^2$ , размешчаную так, што яе нармаль перпендыкулярная напрамку поля, дзейнічае вярчальны момант $M = 1Н\cdot м$ . Гэта адзінка атрымала назву тэсла (Тл).

## 11.3. Лініі магнітнай індукцыі. Магнітны паток

*Лініяй магнітнай індукцыі* называюць лінію, датычная да якой супадае з напрамкам вектара магнітнай індукцыі ў дадзеным пункце поля (рыс. 11.7).

Лініям магнітнай індукцыі надаецца такі напрамак, каб у кожным пункце поля ён супадаў з напрамкам вектара **B**. Калі карыстацца рамкай з токам, можна пабудаваць лініі магнітнай індукцыі для праваднікоў рознай формы, а з дапамогай дробных жалезных апілак карціну ліній магнітнай індукцыі можна зрабіць бачнай. На рыс. 11.8 прыведзена карціна магнітнага поля прамалінейнага праваднікa з токам. Лініі магнітнай індукцыі ўяўляюць сабой канцэнтрычныя акружнасці, што ляжаць у плоскасці, перпендыкулярнай праваднікy з токам. Яны заўсёды замкнёныя, г. зн. магнітнае поле — гэта віхравое поле.

Рыс. 11.7.




Рыс. 11.8.

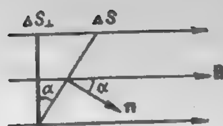
З дапамогай ліній магнітнай індукцыі магнітнае поле можна характарызаваць і колькасна. Для гэтага ўмовімся праводзіць праз пляцоўку $\Delta S_\perp$, што перпендыкулярная лініям магнітнай індукцыі, такі лік ліній $\Delta\Phi$, каб стасунак $\Delta\Phi / S_\perp$ быў роўны модулю вектара магнітнай індукцыі $B$ у тым месцы, дзе размешчана пляцоўка:

$$B = \Delta\Phi / \Delta S_\perp. \tag{11.2}$$

Такі ж лік ліній праходзіць і праз любую іншую пляцоўку (рыс. 11.9), якая размешчана нахільна да ліній магнітнай індукцыі. Арыентацыю пляцоўкі будзем характарызаваць вуглом $\alpha$ паміж яе нармаллю **n** і вектарам **B**. З рыс. 11.9 відаць, што $\Delta S_\perp = \Delta S \cos\alpha$, таму замест выразу (11.2) можна запісаць

$$\Delta\Phi = B\,\Delta S \cos\alpha = B_n\,\Delta S\,, \tag{11.3}$$

дзе $B_n = B\cos\alpha$ — праекцыя вектара **B** на нармаль **n**. Памеры пляцоўкі павінны быць такімі, каб у яе межах поле было аднародным. Велічыню



Рыс. 11.9.

$\Delta\Phi = B\cos\alpha$ называюць патокам вектара магнітнай індукцыі або магнітным патокам праз пляцоўку $\Delta S$. Калі поле неаднароднае або пляцоўка неплоская, разглядаюць элементарную пляцоўку $dS$. Магнітны паток праз элементарную пляцоўку $d\Phi = B_n dS$, а поўны паток праз паверхню $S$

$$\Phi = \int_S B_n \, dS \, . \tag{11.4}$$

За адзінку магнітнага патоку ў СІ прымаецца вебер ( Вб ). Згодна з выразам (11.3), 1 Вб — гэта магнітны паток аднароднага магнітнага поля індукцыяй 1 Тл праз перпендыкулярную яму плоскую паверхню плошчай $1 м^2$.

## 11.4. Закон Біо—Савара—Лапласа

У 1820 г. французскія вучоныя Ж.-Б. Біо (1774—1862) і Ф. Савар (1791—1841) даследавалі магнітнае поле току вакол праваднікоў адвольнай формы. Каля праваднікоў яны змяшчалі магнітную стрэлку, перыяд ваганняў якой, як гэта раней было высветлена К. Гаўсам, залежыць ад велічыні поля. Імі было ўстаноўлена, што магнітная індукцыя поля, якое ствараецца праваднікамі з токам, прапарцыйная току ў правадніку і залежыць ад яго формы, памераў, адлегласці паміж праваднікам і пунктам, дзе яна вызначаецца. Але ўстанавіць агульны закон, які дазваляў бы вылічыць магнітную індукцыю ў любым пункце поля пры любой форме праваднікоў, вучоным не ўдалося.

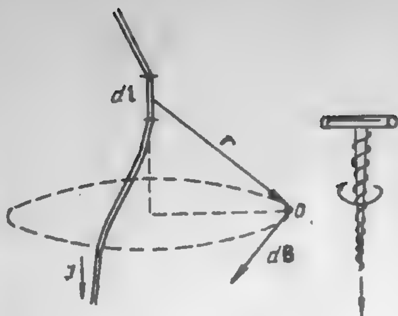
Выдатны французскі фізік, астраном і матэматык П.-С. Лаплас (1749—1827) прааналізаваў вынікі доследаў Біо і Савара і прыйшоў да высновы, што вектар магнітнай індукцыі **B** у любым пункце магнітнага поля правадніка з токам уяўляе сабой вектарную суму (суперпазіцыю) магнітных індукцый, якія ствараюцца кожным элементам току гэтага правадніка: $\mathbf{B} = \int_l d\mathbf{B}$

Для магнітнай індукцыі $d\mathbf{B}$, якая ствараецца элементам току, П. Лаплас атрымаў формулу

$$d\mathbf{B} = \mu_0 I d\mathbf{l} \times \mathbf{r} / (4\pi r^3) \, , \tag{11.5}$$

дзе $\mu_0$ — магнітная пастаянная; $d\mathbf{l}$ — вектар, модуль якога роўны даўжыні $dl$ элемента правадніка, а напрамак супадае з напрамкам

току $I$ ў правадніку; **r** — радыус-вектар, праведзены ад элемента $dl$ у пункт $O$ (рыс. 11.10), дзе вызначаецца $d\mathbf{B}$ ; $r$ — модуль вектара **r** .



Рыс. 11.10.

Формула (11.5) называецца законам Біо—Савара—Лапласа.

Доследы паказваюць, што магнітная індукцыя залежыць ад уласцівасцей асяроддзя. Для бязмежнага аднароднага ізатропнага асяроддзя закон Біо — Савара— Лапласа запісваецца так:

$$d\mathbf{B} = \mu_0 \mu I [d\mathbf{l}, \mathbf{r}]/(4\pi r^3), \qquad (11.6)$$

дзе $\mu$ — магнітная пранікальнасць асяроддзя.

Для вакуума $\mu = 1$ . Можна лічыць, што $\mu = 1$ і для ўсіх рэчываў, акрамя ферамагнетыкаў, для якіх $\mu >> 1$ .

Модуль вектара (11.6)

$$dB = \mu_0 \mu I dl \sin\alpha/(4\pi r^2), \qquad (11.7)$$

дзе $\alpha$ — вугал паміж вектарамі $d\mathbf{l}$ і **r** .

Формула (11.6) дае магчымасць вызначыць модуль вектара $d\mathbf{B}$ і яго напрамак, але больш зручна па формуле (11.7) знайсці модуль $d\mathbf{B}$ , а напрамак вектара $d\mathbf{B}$ вызначыць згодна з правілам правай шрубы: *калі паступальны рух шрубы супадае з напрамкам току ў праваднiку, то* $d\mathbf{B}$ *супадае з напрамкам яе вярчэння* (рыс. 11.10).

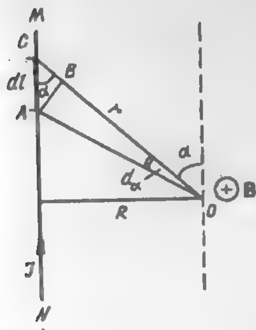
## 11.5. Магнітнае поле прамога току

Вызначым індукцыю магнітнага поля ў пункце $O$ (рыс. 11.11), што знаходзіцца на адлегласці $R$ ад доўгага тонкага прамалінейнага правадніка. па якім праходзіць ток $I$. Падзелім праваднік на бясконца малыя элементы $dl$ і выкарыстаем закон Біо—Савара—Лапласа. Усе вектары $d\mathbf{B}$ , згодна з правілам правай шрубы, накіраваны перпендыкулярна плоскасці рысунка ад нас. Таму складанне гэтых вектараў можна замяніць складаннем іх модуляў.

Згодна з формулай (11.7),

$$B = \int_l dB = \int_l \mu_0 \mu I dl \sin\alpha / (4\pi r^2) .$$

Улічваючы, што велічыні $\mu_0$, $\mu$ і $I$ пры інтэграванні не змяняюцца, атрымаем




Рыс. 11.11.

$$B = \mu_0 \mu I \int_l dl \sin\alpha / (4\pi r^2) . \qquad (11.8)$$

Каб выканаць інтэграванне, выразім $dl$ і $r$ праз адну незалежную зменную $\alpha$.

Як відаць з рыс. 11.11, $r = R/\sin\alpha$. Улічваючы, што $dl$ бясконца малая велічыня, можна запісаць:

$$AB = dl \sin\alpha ; \ AB = r d\alpha ,$$

адкуль

$$dl = r d\alpha / \sin\alpha = R d\alpha / \sin^2\alpha .$$

Падставім $r$ і $dl$ у формулу (11.8) і атрымаем

$$B = \mu_0 \mu I \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \sin\alpha d\alpha / (4\pi R) \qquad (11.9)$$

дзе $\alpha_1$ і $\alpha_2$ — значэнні вугла для крайніх пунктаў $M$ і $N$ праваднíка адпаведна.

Пасля інтэгравання (11.9)

$$B = \mu_0 \mu I (\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2) / (4\pi R) . \qquad (11.10)$$

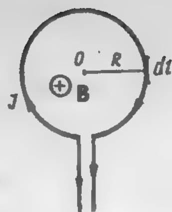
Для бясконца доўгага праваднíка $\alpha_1 = 0$, а $\alpha_2 = \pi$, таму

$$B = \mu_0 \mu I / (2\pi R) . \qquad (11.11)$$

Такім чынам, індукцыя магнітнага поля, якое ўтворана бясконца доўгім праваднікам з токам, прапарцыйная току і адваротна прапарцыйная адлегласці ад праваднíка да пункта, дзе яна вызначаецца. Формула (11.11) можа быць выкарыстана і для праваднікоў канечнай даўжыні, калі магнітная індукцыя вызначаецца ў пунктах, блізкіх да праваднíка і далёкіх ад яго канцоў.

## 11.6. Магнітнае поле кругавога току

**Магнітнае поле ў цэнтры кругавога току.** Вызначым магнітную індукцыю ў цэнтры кругавога праваднiка радыусам $R$ (рыс. 11.12), па якому праходзіць ток $I$. Падзелім праваднік на элементы даўжынёй $dl$. Згодна з законам Біо—Савара—Лапласа (11.7), кожны элемент $dl$ (з улікам, што $r = R$, $\alpha = 90°$) у пункце $O$ ўтварае магнітную індукцыю $dB = \mu_0 \mu I dl/(4\pi R^2)$.



Рыс. 11.12.

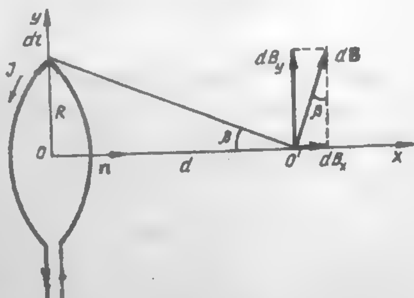
Паводле правіла правай шрубы, ўсе вектары $d\mathbf{B}$ у пункце $O$ накіраваны перпендыкулярна плоскасці рысунку ад нас, таму

$$B = \mu_0 \mu \int_0^{2\pi R} I dl/(4\pi R^2) = \mu_0 \mu I/(2R^2). \qquad (11.12)$$

Згодна з правілам правай шрубы, вектар **B** накіраваны ўздоўж паступальнага руху шрубы, калі яе вярцець у напрамку току ў контуры. У гэтым жа напрамку накіравана і нармаль **n** контура.

**Магнітнае поле на восі кругавога току.** Знойдзем **B** у пункце $O'$ на восі кругавога току на адлегласці $d$ ад яго цэнтра (рыс. 11.13). Падзелім кругавы ток на элементы току $i\mathbf{dl}$. Кожны з іх у пункце $O'$ ўтварае магнітную індукцыю $d\mathbf{B}$, модуль якой

$$dB = \mu_0 \mu I dl \sin\alpha/(4\pi r^2).$$



Рыс. 11.13.

Улічым, што $\alpha = \pi/2$, $r^2 = R^2 + d^2$, і атрымаем

$$dB = \mu_0 \mu I dl/[4\pi(R^2 + d^2)]. \qquad (11.13)$$

Напрамкі вектараў $d\mathbf{B}$ розных элементаў току не супадаюць, таму знойдзем іх праекцыі на вось $OO'(X)$ і перпендыкулярную ёй вось $Y$. З рыс.11.13 відаць, што

$$dB_x = dB \sin\beta; \; dB_y = dB \cos\beta. \qquad (11.14)$$

Пры інтэграванні на контуры кругавога току складовыя $dB_y$ узаемна скампенсуюцца. Таму рэзультыўнае поле будзе накіравана ўздоўж восі $X$ і неабходна інтэграваць толькі складовую

$$dB_x = dB \sin\beta .$$

Згодна з формуламі (11.13) і (11.14), а таксама з улікам таго, што

$$\sin\beta = R/r = R/\sqrt{R^2 + d^2} ,$$

атрымаем

$$B_x = \int_l dB_x = \mu_0 \mu IR \int_0^{2\pi R} dl/4\pi\sqrt{(R^2 + d^2)^{3/2}} =$$

$$= \mu_0 \mu 2IR^2/(R^2 + d^2)^{3/2} .$$

Таму

$$B = \mu_0 \mu IR^2/ [2(R^2 + d^2)^{3/2} ] . \qquad (11.15)$$

Напрамак вектара **B** супадае з напрамкам вектара дадатнай нармалі **n** контура. Пры $d = 0$ формула (11.15) вызначае магнітную індукцыю ў цэнтры кругавога току і супадае з формулай (11.12).

### 11.7. Магнітнае поле саленоіднага току

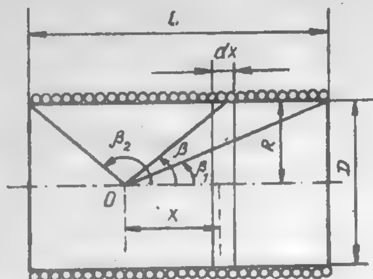
Саленоідам называюць доўгую прамую катушку з вялікім лікам аднолькавых віткоў дроту (рыс. 11.14). Звычайна віткі намотаныя шчыльна адзін да аднаго ў адзін слой. Калі агульны лік віткоў дроту $N$, а даўжыня саленоіда $L$, то лік віткоў на адзінцы даўжыні саленоіда $n = N/L$ .

Саленоід, даўжыня якога $L$ значна большая за яго дыяметр $D$ ($L >> D$) , называюць бясконца доўгім або нармальным. Практычна саленоід можна лічыць нармальным, калі $L$ перавышае $D$ больш, чым у 10 разоў. Па ўсіх вітках саленоіда праходзіць адзін і той жа ток. Магнітнае поле саленоіда ўяўляе сабой суперпазіцыю магнітных палёў, утвораных кожным з яго віткоў.

На рыс. 11.15 прыведзены карціны ліній магнітнай індукцыі кругавога вітка (*а*) і саленоіда з няшчыльнай намоткай віткоў (*б*). Унутры саленоіда ў сярэдняй частцы лініі магнітнай індукцыі накіраваны па-

ральельна яго восі, таму магнітнае поле ўнутры саленоіда можна лічыць аднародным. Каля канцоў саленоіда лініі магнітнай індукцыі скрыўляюцца, поле тут неаднароднае. Калі саленоід бясконца доўгі, поле ў ім сканцэнтравана толькі ўнутры.

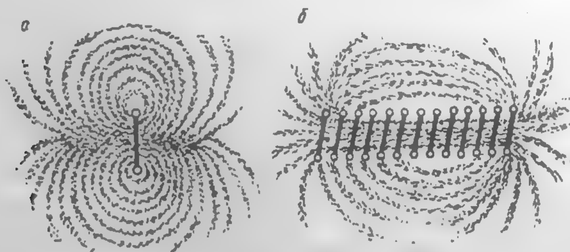
Для таго каб знайсці магнітную індукцыю **B** у любым пункце $O$ на восі саленоіда (гл. рыс. 11.14), выкарыстаем формулу (11.15), якая вызначае індукцыю магнітнага поля на восі кругавога току. На саленоідзе на адлегласці $x$ ад пункта $O$ выдзелім элемент яго даўжыні $dx$. Калі ў вітках саленоіда праходзіць ток $I$, гэты элемент можна разглядаць як кругавы ток: $dI = nIdx$, дзе $n$ — колькасць віткоў на элеменце $dx$.



Рыс. 11.14.

У пункце $O$ гэты ток утварае элементарную магнітную індукцыю

$$dB = \mu_0 \mu R^2 nIdx / \left[2(R^2 + x^2)^{3/2}\right]. \qquad (11.16)$$



Рыс. 11.15.

Як відаць з рыс. 11.14, $x = R \operatorname{ctg} \beta$, адкуль $dx = -Rd\beta / \sin^2 \beta$. Калі падставіць значэнні $x$ і $dx$ у формулу (11.16), атрымаем

$$dB = -\mu_0 \mu nI \sin \beta d\beta / 2. \qquad (11.17)$$

Інтэграванне (11.17) па ўсіх вуглах $\beta$ у межах ад $\beta_2$ да $\beta_1$ дае

$$B = \mu_0 \mu n I/2 \int_{\beta_2}^{\beta_1} - \sin\beta d\beta = \mu_0 \mu n I/2(\cos\beta_1 - \cos\beta_2) .$$

Для бясконца доўгага (нармальнага) саленоіда $\beta_1 = 0$, $\beta_2 = \pi$, таму магнітная індукцыя на яго восі

$$B = \mu_0 \mu n J . \qquad (11.18)$$

## 11.8. Цыркуляцыя вектара магнітнай індукцыі. Закон поўнага току

Карыстаючыся законам Біо—Савара—Лапласа, мы вызначылі магнітную індукцыю прамога,кругавога току і саленоіда. Аднак, калі форма праваднікоў больш складаная, такія разлікі выканаць амаль немагчыма. Таму разгледзім тэарэму аб цыркуляцыі вектара магнітнай індукцыі, якая дае магчымасць вызначыць індукцыю магнітнага поля.

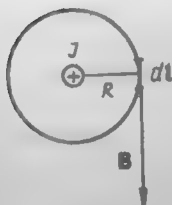
*Цыркуляцыя вектара магнітнай індукцыі (у вакууме) па адвольна выбраным замкнёным контуры роўная алгебраічнай суме токаў, якія ахоплены гэтым контурам, памножанай на магнітную пастаянную* $\mu_0$:

$$\oint \mathbf{B} d\mathbf{l} = \mu_0 \sum_{i=1}^{n} I_i . \qquad (11.19)$$

Для доказу гэтай тэарэмы разгледзім спачатку просты выпадак, калі магнітнае поле ствараецца бясконца доўгім прамалінейным праваднікам з токам I. Магнітная індукцыя нам вядома: $B = \mu_0 I/(2\pi R)$. Няхай праваднік размешчаны перпендыкулярна плоскасці чарцяжа (рыс. 11.16), а ток у ім накіраваны ад нас, што ўмоўна абазначана кружком с крыжыкам.

У якасці контура абходу возьмем акружнасць радыусам $R$ з цэнтрам на восі току. Абход контура зробім у напрамку вектара **B**. Тады, з улікам формулы (11.11) і таго, што $\mathbf{B} \parallel d\mathbf{l}$, атрымаем

$$\oint_l B_l dl = \int_l B dl = \mu_0 I/(2\pi R) \int_l dl = \mu_0 I .$$



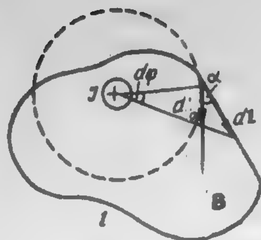

Рыс. 11.16.

Такім чынам,

$$\oint_l B_l \, dl = \mu_0 I . \qquad (11.20)$$

Гэты вынік не залежыць ад радыуса $R$ і сапраўдны для любой акружнасці, калі праваднік з токам праходзіць праз яе цэнтр. Пакажам, што формула (11.20)

сапраўдная і для контура любой формы. На контуры $l$ выдзелім элемент $dl$ (рыс. 11.17). З пункта, дзе знаходзіцца праваднік з токам, гэты элемент $dl$ бачым пад вуглом $d\varphi$. Пад такім жа вуглом $d\varphi$ бачым і элемент дугі акружнасці радыусам R. Таму можна запісаць: $dl_0 = dl\cos\alpha$, $dl_0 = Rd\varphi$ або $dl\cos\alpha = Rd\varphi$.




Рыс. 11.17.

Тады

$$\oint_l Bdl\cos\alpha = \oint_l BRd\varphi = \mu_0 I/(2\pi)\oint_l d\varphi = \mu_0 I,$$

што і трэба было даказаць*.

Калі адвольны контур ахоплівае $n$ праваднікоў з рознымі токамі $I_1, I_2, \ldots, I_n$, то ў адпаведнасці з прынцыпам суперпазіцыі

$$\mathbf{B} = \sum_{i=1}^{n} \mathbf{B}_i,$$

дзе $\mathbf{B}_i$ — індукцыя магнітнага поля, якое створана токам $I_i$. Таму можам запісаць:

$$\oint_l \mathbf{B}d\mathbf{l} = \oint_l \left(\sum_{i=1}^{n} \mathbf{B}_i\right) dl = \oint_l \sum_{i=1}^{n} (\mathbf{B}_i d\mathbf{l}) = \sum_{i=1}^{n} \oint_l \mathbf{B}_i d\mathbf{l} = \mu_0 \sum_{i=1}^{n} I_i.$$

Такім чынам, мы даказалі тэарэму аб цыркуляцыі вектара магнітнай індукцыі поля, якое ствараецца пастаянным прамалінейным токам.

Гэта тэарэма сапраўдная і ў тым выпадку, калі поле ствараецца праваднікамі адвольнай формы, і таму адлюстроўвае асноўныя ўласцівасці магнітнага поля электрычнага току.

Для характарыстыкі магнітнага поля ў вакууме замест вектара магнітнай індукцыі B можна выкарыстаць вектар напружанасці магнітнага поля $\mathbf{H} = \mathbf{B}/\mu_0$, цыркуляцыя якога з улікам (11.19)

$$\oint_l \mathbf{H}d\mathbf{l} = \sum_{i=1}^{n} I_i. \qquad (11.21)$$

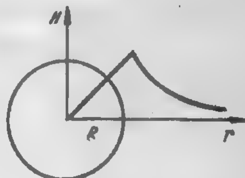
---

* Ток $I$ лічыцца дадатным, калі яго напрамак знаходзіцца ў правашрубавым судачыненні з напрамкам абходу контуру.

Формула (11.21) сапраўдная не толькі для вакуума, але і для любога асяроддзя. Яе называюць законам поўнага току. У якасці прыкладу выкарыстання закону поўнага току пры разліку магнітнага поля вызначым магнітнае поле доўгага стрыжня радыусам $R$, у якім праходзіць ток $I$ (рыс. 11.18), раўнамерна размеркаваны па яго сячэнні са шчыльнасцю $j$. Вылічым напружанасць магнітнага поля як унутры стрыжня, так і па-за ім. У якасці контура інтэгравання возьмем акружнасць радыусам $r$ з цэнтрам на восі стрыжня, якая на рыс. 11.18 паказана штрыхавой лініяй. Згодна з формулай (11.21),

$$H2\pi r = I \quad \text{або} \quad H = I/(2\pi r)\,.$$

Рыс. 11.18.



Рыс. 11.19.

У пунктах, якія размешчаны па-за стрыжнем ($r > R$), напружанасць магнітнага поля $H = 1/2\pi r$ такая, якую ствараў бы тонкі доўгі праваднік з токам $I$, размешчаны на восі стрыжня. Калі $r < R$ (унутры стрыжня), контур інтэгравання ахоплівае не ўвесь ток $I$, а толькі яго частку: $I' = j\pi r^2 = Ir^2/R^2$. У гэтым выпадку

$$H2\pi r = I' = Ir^2/R^2 \quad \text{або} \quad H = Ir/(2\pi R^2)\,.$$

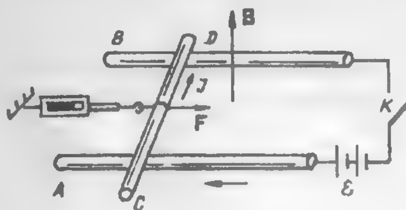
Графік залежнасці $H = f(r)$ паказаны на рыс. 11.19. Мы бачым, што напружанасць магнітнага поля на восі стрыжня роўная 0, затым яна ўзрастае да максімальнага значэння пры $r = R$ і спадае адваротна прапарцыйна $r$.

### 11.9. Сіла Ампера

На рамку з токам, якая знаходзіцца ў магнітным полі, дзейнічае вярчальны момант сіл. Наяўнасць гэтага моманту сіл з'яўляецца вынікам дзеяння сілы на кожны ўчастак праваднікa рамкі, па якой пра-

ходзіць ток. Для таго каб вызначыць гэту сілу, замкнёнаму праваднiку неабходна надаць такую форму, пры якой выразна высветліцца дзеянне магнітнага поля на асобныя ўчасткі праваднiка. Гэта можна зрабіць пры дапамозе наступнай эксперыментальнай устаноўкі.

Дзве паралельныя металічныя шыны $A$ і $B$ змяшчаюць паміж полюсамі магніта, які ўтварае пастаяннае аднароднае магнітнае поле індукцыяй $B$ (рыс. 11.20). Лёгкі металічны стрыжань $CD$ сваімі канцамі абапіраецца на шыны і можа слізгаць або каціцца ўздоўж іх. Канцы шын праз ключ $K$ далучаюць да крыніцы току $\mathcal{E}$. Стрыжань $C$ з шынамі $A$ і $B$, ключом $K$ і крыніцай току $\mathcal{E}$ ўтвараюць замкнёны контур. Пры замыканні ключа $K$ у контуры ўзнікае ток $I$, напрамак якога на рыс. 11.20 паказаны стрэлкай. На стрыжань $CD$ дзейнічае сіла $F$, пад уплывам якой ён рухаецца. Гэту сілу можна вымераць, калі ўраўнаважыць яе дынамометрам, як паказана на рысунку. Сіла $F$, якая дзейнічае на праваднік $CD$, што знаходзіцца ў магнітным полі індукцыяй $\mathbf{B}$, залежыць ад велічыні току $I$ ў праваднiку, даўжыні $l$ праваднiка, індукцыі магнітнага поля $\mathbf{B}$, а таксама ад таго, як праваднік размешчаны адносна магнітнага поля. Напрыклад, пры змене напрамку току змяняецца на процілеглы і напрамак сілы. Сіла $\mathbf{F}$ заўсёды ўтварае прамы вугал з плоскасцю, у якой ляжаць праваднік і вектар магнітнай індукцыі. Сіла мае максімальнае значэнне, калі праваднік утварае прамы вугал з вектарам $\mathbf{B}$.



Рыс. 11.20.

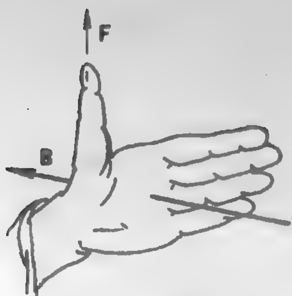
Найбольш падрабязна гэта пытанне было вывучана ў 1820 г. Амперам. На падставе доследаў і тэарэтычных меркаванняў ён устанавіў, што сіла $d\mathbf{F}$, з якой магнітнае поле індукцыяй $\mathbf{B}$ дзейнічае ў вакууме на элемент праваднiка $d\mathbf{l}$ з токам $I$:

$$d\mathbf{F} = I d\mathbf{l} \times \mathbf{B} . \tag{11.22}$$

Модуль гэтай сілы

$$dF = |d\mathbf{F}| = IBdl \sin\alpha , \tag{11.23}$$

дзе $\alpha$ — вугал паміж вектарамі элемента току $Id\mathbf{l}$ і магнітнай індукцыяй $\mathbf{B}$.




Рыс. 11.21.

Каб вызначыць сілу, што дзейнічае на праваднік канечнай даўжыні $l$, неабходна знайсці вектарную суму ўсіх сіл, якія дзейнічаюць на элементы гэтага праваднікa.

У выпадку, калі магнітнае поле аднароднае, а праваднік лінейны,

$$F = IBl \sin \alpha \,. \qquad (11.24)$$

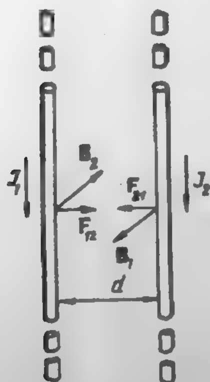
Выраз (11.24) [або (11.22), (11.23)] называюць формулай Ампера.

Напрамак сілы Ампера вызначаецца формулай (11.22) згодна з правілам вектарнага здабытку, але больш зручна карыстацца мнеманічным правілам левай рукі:

калі левую руку змясціць так, каб лініі магнітнай індукцыі ўваходзілі ў далонь, а чатыры пальцы паказвалі напрамак току ў праваднікy, то адведзены ўбок вялікі палец пакажа напрамак сілы Ампера (рыс. 11.21).

## 11.10. Сіла ўзаемадзеяння паралельных токаў

Карыстаючыся формулай Ампера, можна вызначыць сілу ўзаемадзеяння двух праваднікоў з токамі. У якасці прыкладу разгледзім узаемадзеянне двух бясконца доўгіх паралельных праваднікоў *1* і *2* з токамі $I_1$ і $I_2$ (рыс. 11.22), што размешчаны на адлегласці $d$.




Рыс. 11.22.

Вызначым сілу $F_{21}$, якая дзейнічае на элемент даўжынёй $l$ праваднікa *2* з боку поля, што стварае праваднік *1*. Згодна з формулай (11.24),

$$F_{21} = I_2 B_1 l \sin \alpha \,.$$

Індукцыя магнітнага поля $B_1$, што стварае праваднік *1* у месцах, дзе знаходзіцца праваднік *2*, згодна з формулай (11.15),

$$B_1 = \mu_0 I / (2\pi d) \,.$$

Вектар $\mathbf{B}_1$ у любым пункце, дзе знаходзіцца праваднік *2*, накіраваны перпендыкулярна праваднікy *2* (рыс. 11.22). Таму $\sin \alpha = 1$ і

$$F_{21} = \mu_0 I_1 I_2 l/(2\pi d)\,. \qquad (11.25)$$

Разважаючы такім жа чынам, вызначым сілу $F_{12}$, якая дзейнічае на праваднік *1* даўжынёй $l$ з боку магнітнага поля $\mathbf{B}_2$, якое стварае праваднік *2*,

$$F_{12} = \mu_0 I_1 I_2 l/(2\pi d)\,. \qquad (11.26)$$

З формул (11.25) і (11.26) вынікае, што сілы $F_{12}$ і $F_{21}$ роўныя па модулі і, згодна з правілам левай рукі, накіраваныя ў процілеглыя бакі (рыс. 11.22).

Такім чынам, праваднікі з паралельнымі токамі прыцягваюцца з сілай

$$F = \mu_0 I_1 I_2 l/(2\pi d)\,. \qquad (11.27)$$

Калі напрамкі токаў $I_1$ і $I_2$ процілеглыя, праваднікі адштурхоўваюцца.

На адзінку даўжыні праваднікоў дзейнічае сіла

$$f = F/l = \mu_0 I_1 I_2/(2\pi d)\,. \qquad (11.28)$$

Формула (11.28) у Міжнароднай сістэме адзінак пакладзена ў аснову вызначэння адзінкі току — ампера.

*Ампер* — сіла нязменнага току, які пры праходжанні па двух паралельных прамалінейных праводніках бясконцай даўжыні і мізэрна малога кругавога сячэння, размешчаных на адлегласці 1 м адзін ад аднаго ў вакууме, выклікае паміж гэтымі праваднікамі сілу, роўную $2\cdot10^{-7}$ Н на кожны метр іх даўжыні.

Карыстаючыся вызначэннем ампера і формулай (11.28), знойдзем магнітную пастаянную $\mu_0$:

$$\mu_0 = 2\pi f d/(I_1 I_2) = 2\pi\cdot 2\cdot10^{-7}\ \text{Н/м}\cdot 1\ \text{м}/(1A\cdot 1A) = 4\pi\cdot10^{-7}\ \text{Н/А}^2\,.$$

Улічваючы, што $1H = 1$ Дж/м $= 1$ ВАс/м, атрымаем $\mu_0 = 4\pi\cdot10^{-7}$ В·с$/(A\cdot$ м$)$.

## 11.11. Контур з токам у магнітным полі

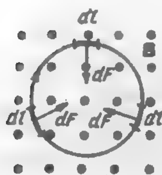
Разгледзім, як паводзіць сябе контур з токам у магнітным полі. Будзем лічыць спачатку, што магнітнае поле аднароднае ($B = \text{const}$).

Плоскасць контуру, перпендыкулярная лініям індукцыі магнітнага поля (рыс. 11.23). Дапусцім, што вектар магнітнай індукцыі **B** накіраваны да нас. На рысунку гэта ўмоўна абазначана кропкамі, якія імітуюць канцы стрэлак вектараў **B**. Падзелім контур на элементы $d\mathbf{l}$. На кожны з іх дзейнічае сіла $dF = IBdl \sin\alpha$, дзе $\sin\alpha = 1$, і таму $dF = IBdl$.

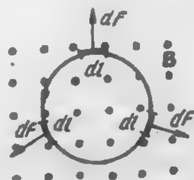
У адпаведнасці з правілам левай рукі сіла $d\mathbf{F}$ ляжыць у плоскасці контура і накіравана да яго цэнтра. Такая ж сіла дзейнічае на любы іншы элемент контуру $d\mathbf{l}$ (рыс. 11.23).

Калі змяніць напрамак току ў контуры (або напрамак магнітнага поля), то зменіцца на процілеглы і напрамак сіл $d\mathbf{F}$, што дзейнічаюць на элементы контуру (рыс. 11.24).

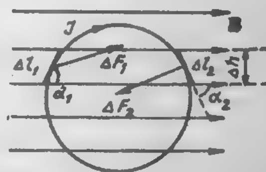
Такім чынам, сілы, якія дзейнічаюць на замкнёны контур з токам у аднародным магнітным полі, перпендыкулярным плоскасці контуру, толькі дэфармуюць яго (сціскаюць або расцягваюць). Перамяшчэнне контуру ў гэтым выпадку не адбываецца.




Рыс. 11.23.




Рыс. 11.24.




Рыс. 11.25.

Плоскасць контуру паралельная напрамку ліній магнітнай індукцыі (рыс. 11.25). Падзелім контур на элементы $\Delta l$. Выдзелім два элементы $\Delta l_1$ і $\Delta l_2$, якія заключаны паміж дзвюма паралельнымі лініямі магнітнай індукцыі, што знаходзяцца на адлегласці $\Delta h$. На гэтыя элементы дзейнічаюць сілы $\Delta F_1$ і $\Delta F_2$, напрамак якіх можна вызначыць згодна з правілам левай рукі. Сіла $\Delta F_1$ накіраваная перпендыкулярна плоскасці контуру ад нас (рыс. 11.25). Модуль гэтай сілы $\Delta F_1 = IB\,\Delta l_1 \sin\alpha_1$ або з улікам, што $\Delta l_1 \sin\alpha_1 = \Delta h$, $\Delta F_1 = IB\,\Delta h$.

Сіла $\Delta F_2 = IB\,\Delta l_2 \sin\alpha_2 = IB\,\Delta h$ таксама перпендыкулярная плоскасці контуру і накіравана да нас.

Такім чынам, сілы $\Delta F_1$ і $\Delta F_2$ роўныя па велічыні і накіраваны ў процілеглыя бакі. Яны ўтвараюць пару сіл, момант якой

$$\Delta M = \Delta Fx = IB\,\Delta hx = IB\,\Delta S\,,$$

дзе $x$ — сярэдняя адлегласць паміж элементамі $\Delta l_1$ і $\Delta l_2$; $\Delta S = \Delta hx$ — плошча, абмежаваная лініямі магнітнай індукцыі і элементамі контура $\Delta l_1$ і $\Delta l_2$.

Увесь контур можна разбіць на такія пары. Тады момант пары сіл, якія дзейнічаюць на ўвесь контур,

$$M = \sum \Delta M = IB \sum \Delta S = JBS\,,$$

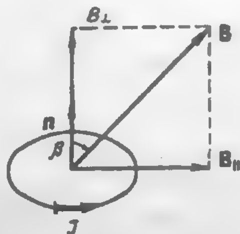
дзе $S$ — плошча ўсяго контуру.

Такім чынам, на контур з токам, што змешчаны ў магнітнае поле і вектар магнітнай індукцыі якога паралельны плоскасці контуру, дзейнічае вярчальны момант сіл $M$, які залежыць ад магнітнай індукцыі поля $B$, сілы току ў контуры $I$ і плошчы контура $S$:

$$M = IBS\,. \tag{11.29}$$

Пад уздзеяннем гэтага моманту контур імкнецца размясціцца так, каб яго плоскасць была перпендыкулярная магнітным лініям поля.

**Плоскасць контуру ўтварае адвольны вугал з напрамкам магнітнага поля.** Няхай контур размешчаны так, што вугал паміж яго нармаллю **n** і вектарам **B** роўны $\beta$ (рыс. 11.26). Праекцыі вектара **B** на нармаль **n** і плоскасць, у якой ляжыць контур,



Рыс. 11.26.

$$B_\perp = B\cos\beta\,;\;\; B_\parallel = B\sin\beta\,. \tag{11.30}$$

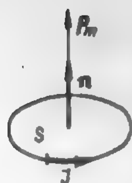
Наяўнасць складовай магнітнай індукцыі $B_\perp$ прыводзіць да таго, што контур (у залежнасці ад напрамку току) будзе сціскацца або расцягвацца.

Вярчальны момант, які дзейнічае на контур, залежыць толькі ад складовай магнітнай індукцыі $B_\parallel$. Таму, згодна з формулай (11.29), $M = IB_\parallel S$, а з улікам (11.30)

$$M = IBS\sin\beta\,. \tag{11.31}$$

Здабытак $IS$ будзем называць магнітным момантам контуру з токам:

$$p_m = IS \,. \qquad (11.32)$$



Рыс. 11.27.

Будзем лічыць $p_m$ вектарам, напрамак якога супадае з напрамкам вектара дадатнай нармалі контуру $\mathbf{n}$ (рыс. 11.27). Тады

$$\mathbf{p}_m = IS\mathbf{n} \,.$$

З улікам формулы (11.32) замест (11.31) можна запісаць

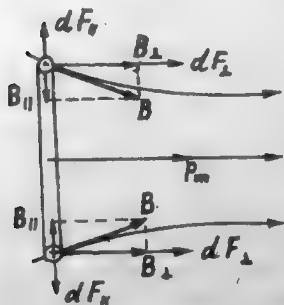
$$M = p_m B \sin\beta \,, \qquad (11.33)$$

дзе $\beta$ — вугал паміж $\mathbf{p}_m$ і $\mathbf{B}$.

Выраз (11.33) запісваецца ў выглядзе вектарнага здабытку:

$$\mathbf{M} = \mathbf{p}_m \times \mathbf{B} \,. \qquad (11.34)$$

Формула (11.34) сапраўдная пры любой узаемнай арыентацыі вектараў $\mathbf{p}_m$ і $\mathbf{B}$.



Рыс. 11.28.

К о н т у р з т о к а м у н е а д н а р о д н ы м м а г н і т н ы м п о л і (рыс. 11.28).

Рэальнае поле звычайна не з'яўляецца аднародным. У неаднародным полі на плоскі контур з токам дзейнічае вярчальны момант. Таму свабодны контур павернецца так, што яго магнітны момант $\mathbf{p}_m$ накіраваны ўздоўж поля. Будзем лічыць, што ў неаднародным полі контур ужо павярнуўся і размясціўся перпендыкулярна чарцяжу (рыс. 11.28).

На кожны элемент контуру будзе дзейнічаць сіла Ампера. Разгледзім элемент контуру ў верхняй яго частцы. Ток у ім накіраваны да нас, што ўмоўна абазначана кружком з кропкай. Індукцыю магнітнага поля $\mathbf{B}$ у месцы знаходжання гэтага элемента

раскладзём на дзве складовыя $B_{\perp}$ (перпендыкулярную плоскасці рамкі) і $B_{\parallel}$ (паралельную плоскасці рамкі).

Складовая $B_{\perp}$ выклікае сілу $dF_{\parallel}$, накіраваную ўверх паралельна плоскасці рамкі. На элемент контуру ў ніжняй яго частцы дзейнічае такая ж сіла $dF_{\parallel}$, якая, згодна з правілам левай рукі, накіравана ўніз. Таму сукупнасць гэтых сіл не зрушвае контур з месца, а толькі яго расцягвае. Складовая $B_{\parallel}$ выклікае сілы $dF_{\perp}$, якія накіраваны ўправа. Сукупнасць сіл $dF_{\perp}$ зрушвае контур управа ў напрамку ўзрастання магнітнага поля.

Сіла, якая дзейнічае на контур з токам у неаднародным магнітным полі,

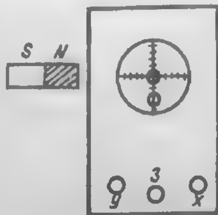
$$f = p_m \, \partial B / \partial x \cos \alpha ,$$

дзе $p_m$ — магнітны момант контура з токам; $\alpha$ — вугал паміж вектарамі $p_m$ і **B** ; $\partial B / \partial x$ — градыент індукцыі магнітнага поля.

## 11.12. Дзеянне электрычнага і магнітнага палёў на зарады, што рухаюцца

Электрычнае поле напружанасцю **E** дзейнічае на зарад $Q$ з сілай $F = QE$ незалежна ад таго, нерухомы ён ці рухаецца. Магнітнае поле дзейнічае толькі на зарады, што рухаюцца. Назіраць гэта можна на простым доследзе.

Сфакусіруем электронны прамень электронна-прамянёвай трубкі асцылографа так, каб у цэнтры экрана атрымалася маленькая пляма, якая свеціцца. Калі паднесці да электронна-прамянёвай трубкі магніт, пляма зрушыцца. Напрамак адхілення электроннага праменя залежыць ад напрамку магнітнага поля магніта. Напрыклад, калі паўночны полюс магніта размешчаны злева ад трубкі (рыс. 11.29), то электронны прамень адхіляецца ўніз, а калі справа, — то ўверх. Доследы паказалі, што на зарад, што рухаецца ў магнітным полі, дзейнічае сіла, якая перпендыкулярная яго хуткасці і вектару магнітнай індукцыі поля. Модуль гэтай сілы прапарцыйны хуткасці зараду **v**, магнітнай індукцыі **B** і залежыць ад вугла, які ўтвараюць вектары **B** і **V** .



Рыс. 11.29.

Формулу для падліку гэтай сілы ўпершыню вывеў галандскі вучоны Х. Лорэнц (1853—1928). Ён меркаваў, што сіла, якая дзейнічае на

праваднік з токам, што знаходзіцца ў магнітным полі, з'яўляецца вынікам дзеяння поля на зарады, што ўтвараюць ток.

Калі на ўчастак праваднiка даўжынёй $\Delta l$, па якім праходзіць ток $I$, поле магнітнай індукцыяй $B$ дзейнічае з сілай

$$\Delta F = IB\,\Delta\, l \sin\alpha\ ,$$

то сіла, што дзейнічае на адзін электрон,

$$f_e = \Delta F/\,\Delta N = IB\,\Delta l \sin\alpha/\,\Delta N\ , \qquad (11.35)$$

дзе $\Delta N = n\,\Delta V = nS\,\Delta l$ — лік свабодных электронаў на гэтым участку праваднiка; $V$ і $S$ — яго аб'ём і плошча папярочнага сячэння адпаведна; $n$ — канцэнтрацыя электронаў.

Падставім значэнне $\Delta N$ у формулу (11.45), атрымаем

$$f_e = IB\,\Delta l \sin\alpha/(n\,\Delta lS) = IB \sin\alpha/(nS)\ .$$

Як вядома, $I = enS < v >$, дзе $< v >$ — хуткасць упарадкаванага руху электронаў, таму

$$f_e = e < v > B \sin\alpha\ .$$

Натуральна дапусціць, што сіла $f_q$ будзе дзейнічаць і на асобны зарад $q$, які рухаецца з хуткасцю $v$ у магнітным полі індукцыяй $B$:

$$f_q = qvB \sin\alpha$$

або ў вектарнай форме

$$\mathbf{f}_q = q\mathbf{v} \times \mathbf{B}\ .$$

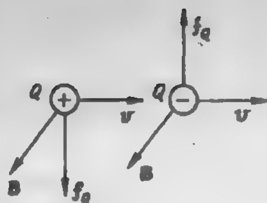
Напрамак гэтай сілы перпендыкулярны плоскасці, у якой размешчаны вектары $\mathbf{v}$ і $\mathbf{B}$.

Калі зарад $Q$ дадатны, то напрамак сілы $\mathbf{f}_q$ супадае з напрамкам вектара $\mathbf{v} \times \mathbf{B}$, а калі адмоўны, — вектары $\mathbf{f}_q$ і $\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ накіраваны ў процілеглыя бакі (рыс. 11.30).

Магнітная сіла $f_q$ заўсёды перпендыкулярная хуткасці зараджанай часціцы, таму работа гэтай сілы роўная нулю. Сіла $f_q$ змяняе толькі напрамак хуткасці руху часціцы ў магнітным полі. Абсалютнае зна-

чэнне хуткасці і кінетычная энергія зараджанай часціцы пры руху яе ў магнітным полі не змяняюцца.

Калі на зараджаную часцінку адначасова дзейнічаюць электрычнае і магнітнае палі, то поўная сіла роўная суме электрычнай і магнітнай яе складовых:




Рыс. 11.30

$$\mathbf{f}_q = q\{\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}\}. \qquad (11.36)$$

## 11.13. Вызначэнне ўдзельнага зараду электрона

Удзельным зарадам электрона называюць стасунак $e/m$ абсалютнай велічыні зараду электрона на яго масу. У Міжнароднай сістэме адзінак удзельны зарад вымяраюць у кулонах на кілаграм (Кл/кг).

Вядома некалькі спосабаў вызначэння ўдзельнага зараду электрона. Разгледзім тыя з іх, што грунтуюцца на выкарыстанні сілы Лорэнца, якая дзейнічае на электрон, які рухаецца ў аднародным магнітным полі.

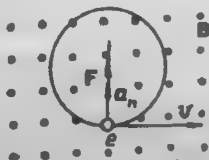
Калі электрон рухаецца так, што яго скорасць перпендыкулярная вектару індукцыі магнітнага поля (рыс. 11.31), то сіла Лорэнца $F = evB$ надае яму нармальнае паскарэнне: $a_n = F/m = evB/m$. У выніку электрон рухаецца па акружнасці, радыус якой можна вызначыць з формулы $a_n = v^2/R$. Паколькі $a_n = evB/m$, то $R = mv/(eB)$. Адсюль

$$e/m = v/(RB). \qquad (11.37)$$

Радыус крывізны траекторыі $R$ і магнітную індукцыю $B$ можна вымераць непасрэдна. Такім чынам, для вызначэння $e/m$ неабходна ведаць хуткасць электрона $v$. Хуткасць электрона вызначаецца рознымі спосабамі, напрыклад з выкарыстаннем закону захавання энергіі. Пры руху электрона ў вакууме работа, якую выконвае паскаральнае электрычнае поле, ідзе на павелічэнне кінетычнай энергіі электрона. Таму $e(\varphi_1 - \varphi_2) = mv^2/2$, адкуль

$$v = \sqrt{2E(\varphi_1 - \varphi_2)/m}, \qquad (11.38)$$

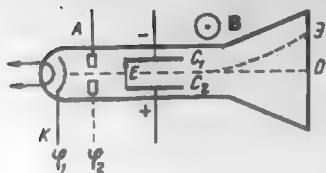
дзе $\varphi_1 - \varphi_2$ — паскаральная рознасць патэнцыялаў.




Рыс. 11.31.

Калі падставіць формулу (11.38) у (11.37), атрымаем

$$e/m = 2(\varphi_1 - \varphi_2)/(B^2R^2) .$$




Рыс. 11.32.

Хуткасць электрона $v$ можна знайсці, калі на яго ўздзейнічаць адначасова і магнітным і электрычным полем, што перпендыкулярныя адно да аднаго. Такім спосабам карыстаўся Дж. Томсан (1856—1940), які ў 1897 г. упершыню вызначыў удзельны зарад электрона. Схема доследнай установкі паказана на рыс. 11.32, дзе $K$ — катод, $A$ — анод, $C_1$ і $C_2$ — пласціны плоскага кандэнсатара, што змешчаны ў вакуумны балон, адна са сценак якога служыць экранам Э. Там, дзе знаходзяцца пласціны $C_1$ і $C_2$, створана магнітнае поле, лініі якога перпендыкулярныя плоскасці рысунка. Вектар **B** накіраваны да нас, а вектар напружанасці **E** электрычнага поля кандэнсатара — уверх.

Калі электрычнае і магнітнае палі выключаны, пучок электронаў, якія выходзіць праз адтуліну ў анодзе, не адхіляецца, і пляма, што свеціцца, знаходзіцца ў пункце $O$. Пры ўключэнні магнітнага поля электроны ў вобласці магнітнага поля будуць рухацца па дузе акружнасці і пляма зрушыцца ўверх. Па велічыні гэтага зруху можна вылічыць радыус крывізны $R$. Затым адначасова з магнітным полем уключаецца электрычнае, якое адхіляе пучок электронаў уніз. Напружанасць электрычнага поля $E$ падбіраецца такой, каб пучок зноў вярнуўся ў пункт $O$. Гэта адбудзецца тады, калі $eE = evB$ або $v = E/B$ . Падставім гэта значэнне $v$ у формулу (11.37) і атрымаем

$$e/m = E/(RB^2) . \qquad (11.39)$$

Найбольш дакладнае значэнне ўдзельнага зараду электрона $e/m = 1{,}76 \cdot 10^{11}$ Кл/кг .

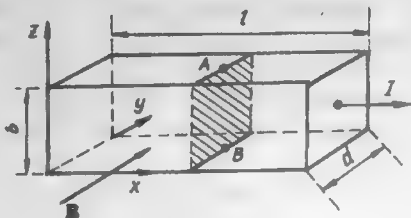
## 11.14. Эфект Хола і яго прымяненне

Існаванне сілы Лорэнца, што дзейнічае на рухомы зарад у магнітным полі, дазваляе растлумачыць з'яву, якую ў 1879 г. выявіў амерыканскі фізік Е. Хол (1811—1890). Сутнасць гэтай з'явы заключаецца ў тым, што, калі пласцінку з токам змясціць у перпендыкулярнае ёй

магнітнае поле, то паміж яе гранямі, якія паралельныя току і магнітнаму полю, узнікае рознасць патэнцыялаў.

Няхай у прамавугольнай пласцінцы даўжынёй $l$, шырынёй $b$ і таўшчынёй $d$ праходзіць ток $I$ ўздоўж восі $X$ (рыс. 11.33).

Плоскасці, што перпендыкулярныя току, з'яўляюцца эквіпатэнцыяльнымі, таму рознасць патэнцыялаў паміж пунктамі $A$ і $B$ роўная нулю.




Рыс. 11.33.

Калі пласцінку змясціць у магнітнае поле, вектар магнітнай індукцыі якога **B** накіраваны ўздоўж восі $Y$, то паміж пунктамі $A$ і $B$ узнікае рознасць патэнцыялаў, якая называецца холаўскай або ЭРС Хола.

Эксперыментальна ўстаноўлена, што гэта рознасць патэнцыялаў прапарцыйная току $I$ ў пласцінцы, магнітнай індукцыі поля $B$ і адваротна прапарцыйная таўшчыні пласцінкі $d$:

$$\Delta \varphi = \varphi_A - \varphi_B = RIB/d \, . \qquad (11.40)$$

Каэфіцыент прапарцыйнасці $R$ залежыць ад роду рэчыва пласцінкі і называецца пастаяннай Хола.

Узнікненне ЭРС Хола з'яўляецца вынікам узаемадзеяння носьбітаў зарадаў у праваднiках з магнітным полем. Будзем лічыць, што ў пласцінцы носьбітамі зарадаў з'яўляюцца электроны і ўсе яны рухаюцца з пастаяннай хуткасцю, роўнай сярэдняй хуткасці іх упарадкаванага руху $<v>$. На кожны з іх дзейнічае сіла Лорэнца, якая ў нашым выпадку ($\alpha = \pi/2$) роўная $F = e<v>B$. Пад уздзеяннем гэтай сілы электроны зрушваюцца ўверх і на верхняй грані пласцінкі збіраецца адмоўны зарад. На ніжняй грані ўзнікае недахоп адмоўных зарадаў, і яна зараджаецца дадатна.

Паміж пунктамі $A$ і $B$, што знаходзяцца на гэтых гранях, узнікае рознасць патэнцыялаў $\Delta \varphi = \varphi_A - \varphi_B$.

Напружанасць электрычнага поля, што выклікана гэтай рознасцю патэнцыялаў, $E = (\varphi_A - \varphi_B)/b$, дзе $b$ — шырыня пласцінкі.

Электрычнае поле дзейнічае на электрон з сілай

$$F = eE = e(\varphi_A - \varphi_B)\, b \, ,$$

якая накіравана ўніз і перашкаджае руху электронаў уверх.

Стацыянарны стан настане тады, калі $e(\varphi_A - \varphi_B)/b = e < v > B$, або

$$\varphi_A - \varphi_B = < v > Bb. \qquad (11.41)$$

Сярэднюю хуткасць руху электронаў у правадніку $v$ запішам з судачыненняў паміж токам $I$, лікам зарадаў у адзінцы аб'ёму правадніка $n$ і хуткасцю іх руху.

Як вядома, $j = ne < v >$, таму $I = ne < v > S = ne < v > bd$,

адкуль

$$< v > = I/(bdne). \qquad (11.42)$$

Падставім формулу (11.42) у (11.41), атрымаем

$$\varphi_A - \varphi_B = IB/(ned). \qquad (11.43)$$

Выраз (11.43) супадае з (11.40), калі

$$R = 1/(ne). \qquad (11.44)$$

З формулы відаць, што пастаянная Хола адваротна прапарцыйная канцэнтрацыі носьбітаў зарадаў і яе знак залежыць ад знака носьбітаў зараду. У металах носьбітамі зараду з'яўляюцца электроны, знак якіх адмоўны, таму і знак пастаяннай Хола адмоўны.

Адмоўны знак пастаяннай Хола паказвае, што патэнцыял пункта $A$ (рыс. 11.33) меншы за патэнцыял пункта $B$.

У некаторых металаў (Zn, Cd, Pb, Fe) знак пастаяннай Хола дадатны. Гэта анамальная з'ява, тлумачэнне якой дае квантавая тэорыя металаў.

Пастаянная Хола вымяраецца ў $м^3/Кл$. У металаў значэнні пастаяннай Хола вельмі малыя (напрыклад, для медзі $R = 5{,}2 \cdot 10^{-11}$ $м^3/Кл$). Аднак ёсць металы з анамальнымі ўласцівасцямі. Так, пастаянная Хола вісмуту ў $10^4$ разоў большая, чым іншых металаў.

Калі ведаць пастаянную Хола, то па формуле $R = I/ne$ можна вылічыць канцэнтрацыю носьбітаў зараду ў правадніку. Адпаведныя разлікі паказваюць, што ў металах канцэнтрацыя электронаў прыблізна роўная канцэнтрацыі атамаў.

Можна таксама знайсці і другую важную характарыстыку правадніка — рухомасць носьбітаў зарадаў $b$. Для гэтага патрэбна экс-

перыментальна вызначыць удзельную праводнасць $\sigma$. Затым паводле формулы $\sigma = enb$ з улікам (11.44) вызначыць $b = R\sigma$.

Рухомасць носьбітаў зарадаў $b$ для розных металаў ляжыць у межах ад 5,8 $см^2/(с\cdot В)$ для Zn да 56 $см^2/(с\cdot В)$ для Ag.

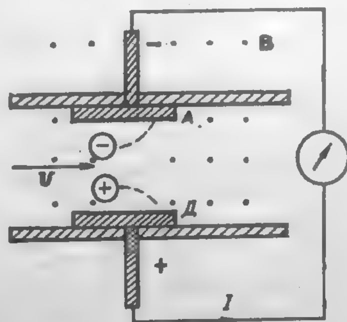
Эфект Хола назіраецца не толькі ў металах, але і ў паўправадніках, прычым па знаку пастаяннай Хола можна меркаваць аб прыналежнасці паўправадніка да $n$- або $p$-тыпу.

Паколькі канцэнтрацыя носьбітаў зарадаў у паўправадніках у $10^8-10^4$ разоў меншая, чым у металах, то іх пастаянная Хола ў столькі ж разоў большая. Таму назіраць эфект Хола ў паўправадніках значна прасцей, чым у металах.

Паўправадніковыя холаўскія датчыкі шырока выкарыстоўваюцца як для вызначэння прыроды часціц, што ўтвараюць ток, і вымярэння магнітнай індукцыі, так і ў розных тэхнічных прыстасаваннях (мадулятарах, дэтэктарах сігналаў, узмацняльніках і генератарах ваганняў, элементах аўтаматыкі і вылічальнай тэхнікі).

## 11.15. Прынцып работы магнітагідрадынамічных (МГД) генератараў

МГД-генератар — гэта энергетычная ўстаноўка, у якой цеплавая энергія рабочага цела (плазмы) ператвараецца непасрэдна ў электрычную. Прынцып работы такога генератара грунтуецца на ўзаемадзеянні магнітнага поля з зараджанымі часціцамі (электронамі і іонамі), што рухаюцца ў ім. Схематычна дзеянне МГД-генератара паказана на рыс. 11.34.




Рыс. 11.34.

Паток дадатна і адмоўна зараджаных часціц (плазмы), хуткасць якіх $v$, накіроўваецца ў магнітнае поле індукцыяй **B**. Хуткасць гэтых часціц перпендыкулярная вектару **B**. Вектар магнітнай індукцыі **B** накіраваны перпендыкулярна плоскасці рысунка ўверх, што ўмоўна паказана кропкамі.

На кожную з часціц дзейнічае сіла Лорэнца $F = qvB$, якая накіравана перпендыкулярна хуткасці іх руху. У выніку гэтага дадатныя іоны адхіляюцца ўніз, а электроны і адмоўныя іоны — уверх. Таму верхні электрод ($A$) зараджаецца адмоўна, а ніжні ($Д$) — дадатна.

Паміж электродамі *А* і *Д* узнікае рознасць патэнцыялаў. Калі іх злучыць праваднікам, то ў ім узнікне ток, напрамак якога паказаны стрэлкай.

Выкарыстанне МГД-генератараў з'яўляецца адным з найбольш перспектыўных спосабаў прамога ператварэння цеплавой энергіі ў электрычную. Ён дазваляе значна павялічыць эканамічную эфектыўнасць цеплавых электрастанцый. ККДз МГД-электрастанцый можа дасягаць 60 % супраць 40 % на лепшых цеплавых станцыях.

Працуюць МГД-станцыі на арганічным паліве, якое разам з падагрэтым паветрам паступае ў камеру згарання. Згарае паліва пры тэмпературы каля 3000 ° С. Пры такой тэмпературы прадукты згарання ператвараюцца ў плазму. З мэтай павышэння ступені іанізацыі плазмы ў камеру згарання ўводзяцца прысадкі — солі калію або цэзію, што спрыяе павышэнню электраправоднасці плазмы ў $10^4$ разоў.

На выхадзе з МГД-генератара тэмпература плазмы застаецца яшчэ высокай, таму гарачы яе струмень накіроўваецца на парагенератар звычайнай цеплавой станцыі. Гэта значна павялічвае яе эфектыўнасць.

Выкарыстанне МГД-генератараў спрыяе таксама вырашэнню экалагічных праблем. Напрыклад, прысадкі, што ўводзяцца з палівам, уступаюць у рэакцыю з серай. У выніку зніжаецца да мінімума яе выкід у паветра.

## 12. ЭЛЕКТРАМАГНІТНАЯ ІНДУКЦЫЯ

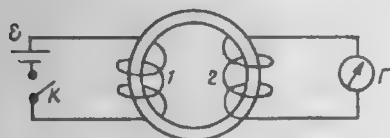
### 12.1. Адкрыццё Фарадэя

Электрамагнітная індукцыя ўяўляе сабой з'яву выключнай навуковай і практычнай важнасці. Адкрыццём гэтай з'явы мы абавязаны славутаму англійскаму фізіку М. Фарадэю (1791—1867). М. Фарадэй быў упэўнены ў адзінай прыродзе электрычных і магнітных з'яў і таму 10 гадоў працаваў, каб «ператварыць магнетызм у электрычнасць» (так ён пісаў у 1821 г. у сваім дзённіку). Пасля доследаў Х. Эрстэда было вядома, што электрычны ток выклікае ўзнікненне магнітнага поля. Магнітнае поле, як лічыў Фарадэй, павінна выклікаць узнікненне электрычнага току. Але даказаць гэта на доследзе доўга не ўдавалася.

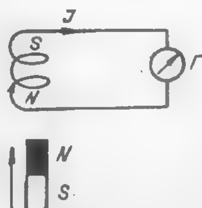
У адным з першых доследаў Фарадэй наматаў на драўляную катушку два ізаляваныя праваднікі і далучыў канцы аднаго з іх да батарэі з 10 паслядоўна злучаных элементаў, а канцы другога — да адчувальнага гальванометра з астатычнымі магнітнымі стрэлкамі (рыс. 12.1). Адхілення стрэлкі гальванометра не назіралася. Адмоўны вынік быў і тады, калі батарэю павялічылі да 120 элементаў. Аднак Фарадэй заўважыў, што гальванометр дае кароткачасовыя адхіленні ў моманты замыкання і размыкання ланцуга, што ўтрымлівае батарэю. Гэта сведчыла аб узнікненні ў контуры кароткачасовага току, які Фарадэй

назваў індукцыйным. Напрамкі індукцыйных токаў пры замыканні і размыканні ключа *K* былі процілеглымі.

Доследы паказалі, што ў контуры *2* (рыс. 12.1) індукцыйны ток узнікае і тады, калі ток у контуры *1* памяншаецца або павялічваецца з дапамогай рэастата. На падставе гэтых доследаў нельга было зрабіць выснову, што з'яўляецца прычынай узнікнення індукцыйнага току (змяненне току ў першым контуры ці яго магнітнага поля ў той частцы прасторы, дзе знаходзіцца другі контур). Гэта пытанне Фарадэй вырашыў наступным чынам. Да катушкі, якая была замкнёна на гальванометр (рыс. 12.2), набліжалі пастаянны магніт. Стрэлка гальванометра адхілялася, што сведчыла аб узнікненні індукцыйнага току. Калі магніт аддаляць ад катушкі, напрамак індукцыйнага току зменіцца на процілеглы. Напрамак току залежыць ад таго, які полюс магніта, паўночны ці паўднёвы, набліжаецца да катушкі або аддаляецца ад яе. Набліжэнне паўночнага полюса выклікае ток такога ж напрамку, што і аддаленне паўднёвага полюса, і наадварот.

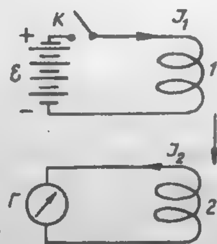



Рыс. 12.1.




Рыс. 12.2.

Індукцыйны ток узнікае толькі тады, калі магніт рухаецца адносна катушкі. Пры нерухомым магніце індукцыйны ток не ўзнікае. Нічога не зменіцца, калі замест пастаяннага магніта ўзяць катушку, у якой праходзіць пастаянны ток (рыс. 12.3).

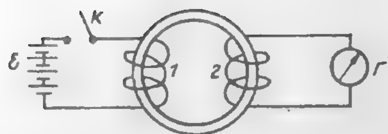



Рыс. 12.3.

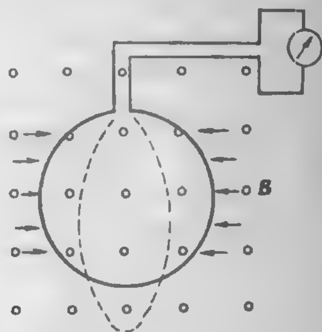
Калі катушку *1* з пастаянным токам $I_1$ набліжаць да катушкі *2*, у ёй узнікае індукцыйны ток $I_2$, напрамак якога паказаны стрэлкай. Пры аддаленні катушкі *1* напрамак індукцыйнага току, што ўзнікае ў катушцы *2*, процілеглы. Вынік будзе той жа, калі катушка *1* нерухомая, а набліжаецца да яе ці аддаляецца катушка *2*. Калі катушкі нерухомыя адна адносна другой, індукцыйны ток *I* не ўзнікае.

На падставе гэтых доследаў можна зрабіць выснову, што прычынай узнікнення індукцыйнага току з'яўляецца змяненне магнітнага поля, у якім знаходзіцца замкнёны контур.

Але магнітнае поле характарызуецца вектарамі магнітнай індукцыі **B** і вектарам напружанасці **H**. Таму ўзнікае пытанне: які з гэтых вектараў адказны за ўзнікненне індукцыйнага току? Адказ на гэта пытанне даў наступны дослед. На драўлянае кольца наматаны дзве абмоткі (рыс. 12.4), адна з якіх далучана да батарэі, а другая да гальванометра *Г*. Пры замыканні (або размыканні) ключа *K* у ланцугу гальванометра ўзнікаў кароткачасовы ток. Аб велічыні гэтага току можна было прыблізна меркаваць па велічыні вугла адхілення стрэлкі гальванометра. Пасля кольца з дрэва было заменена на кольца такога ж памеру, але жалезнае. Аказалася, што пры аднолькавых іншых умовах у гэтым выпадку індукцыйны ток быў большым. Паколькі напружанасць *H* не залежыць ад уласцівасцей асяроддзя, а магнітная індукцыя ($B = \mu_0 \mu H$) прама прапарцыйная магнітнай пранікальнасці асяроддзя, значыць, адказным за ўзнікненне індукцыйнага току з'яўляецца змяненне магнітнай індукцыі.




Рыс. 12.4.

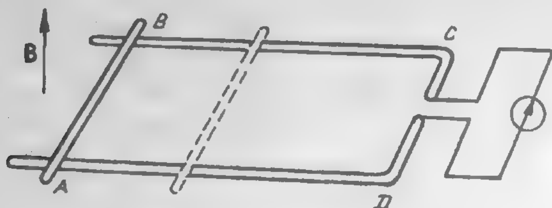



Рыс. 12.5.

Аднак індукцыйны ток узнікае і тады, калі замкнёны контур знаходзіцца ў пастаянным магнітным полі, а змяняецца яго плошча. Такі дослед можна ажыццявіць па наступнай схеме (рыс. 12.5). У аднароднае магнітнае поле змесцім катушку з гібкім каркасам, якая далучана да гальванометра. Плошча катушкі перпендыкулярная лініям магнітнай індукцыі. Калі сціскаць катушку, каркас яе дэфармуецца і плошча віткоў змяншаецца. Гальванометр паказвае ўзнікненне індукцыйнага току.

Разгледзім яшчэ адзін дослед. Замкнёны контур *ABCD* (рыс. 12.6), адна частка якога *AB* можа рухацца, змешчаны ў магнітнае поле, што перпендыкулярнае плошчы контура. Контур далучаны да гальванометра. Калі перамяшчаць праваднік *AB* і тым самым змяняць плошчу контура, гальванометр паказвае ўзнікненне індукцыйнага току, напрамак якога залежыць ад таго, павялічваецца плошча контура ці змяншаецца.

У гэтых доследах магнітная індукцыя $B$ заставалася нязменнай, змянялася плошча контура. Таму адказным за ўзнікненне індукцыйнага току трэба лічыць змяненне магнітнага патоку $\Phi = B_n S$. Менавіта магнітны паток змяняўся тым або іншым чынам ва ўсіх без выключэння доследах, дзе назіралася ўзнікненне індукцыйнага току. Таму прычынай




Рыс. 12.6.

узнікнення індукцыйнага току з'яўляецца змяненне магнітнага патоку. З'ява ўзнікнення электрычнага току ў замкнёным контуры пры змяненні магнітнага патоку, што яго пранізвае, атрымала назву *электрамагнітнай індукцыі*.

Доследы Фарадэя паказалі, што сіла індукцыйнага току залежыць не толькі ад таго, на якую велічыню змяняецца магнітны паток, але і ад часу $\Delta t$, за які адбылося такое змяненне. Гэта сведчыць аб тым, што велічыня індукцыйнага току залежыць ад хуткасці змянення магнітнага патоку $\Delta\Phi/\Delta t$. Было ўстаноўлена, што сіла індукцыйнага току прама прапарцыйная хуткасці змянення магнітнага патоку праз паверхню, абмежаваную контурам: $I_i \sim \Delta\Phi/\Delta t$.

## 12.2. Напрамак індукцыйнага току. Правіла Ленца

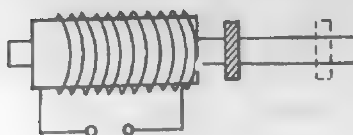
Напрамак індукцыйнага току залежыць ад таго, павялічваецца магнітны паток, што пранізвае контур, ці памяншаецца. Фарадэй указваў напрамак індукцыйнага току асобна ў кожным канкрэтным выпадку. Агульнае правіла для знаходжання напрамку індукцыйнага току было ўстаноўлена ў 1833 г. Э. Х. Ленцам (1804—1865). Згодна з гэтым правілам, індукцыйны ток мае такі напрамак, што створаны ім магнітны паток імкнецца кампенсаваць змяненне таго патоку, які яго выклікае.

Разгледзім дослед з дзвюма катушкамі (гл. рыс. 12.3). Пры замкнёным ключы $K$ у катушцы *1* праходзіць ток $I_1$, напрамак якога паказаны стрэлкай. Вектар магнітнай індукцыі поля, што ўтварае ток $I_1$, згодна з правілам правай шрубы, накіраваны ўніз.

Пры набліжэнні катушкі *1* да катушкі *2* магнітны паток $\Phi$, што пранізвае катушку *2*, узрастае. Таму яго прырашчэнне $\Delta\Phi > 0$. Каб

скампенсаваць гэта прырашчэнне, індукцыйны ток $I_2$ ў катушцы 2 павінен быць накіраваны так, як паказана стрэлкай на рыс. 12.3.

Выкарыстоўваючы такія ж развагі, можна вызначыць напрамак індукцыйнага току ў любым другім доследзе. Але больш зручна карыстацца правілам Ленца, калі яго сфармуляваць так: *індукцыйны ток мае такі напрамак, пры якім сваім дзеяннем перашкаджае прычыне, што яго выклікала.* Напрыклад, індукцыйны ток узнікае ў катушцы, да якой набліжаецца паўночны полюс пастаяннага магніта (гл. рыс. 12.2). Прычына ўзнікнення току ў катушцы — набліжэнне магніта. Каб перашкодзіць гэтаму набліжэнню, павінна ўзнікнуць сіла, якая будзе яго адштурхоўваць. Гэта адбудзецца тады, калі на ніжнім канцы катушкі ўзнікне паўночны полюс. Згодна з правілам правай шрубы, гэта здарыцца, калі індукцыйны ток у катушцы будзе мець напрамак, які паказаны стрэлкай на рыс. 12.2.



Рыс. 12.7.

Ілюстрацыяй правіла Ленца можа служыць наступны дослед (рыс. 12.7). Катушка з вялікім лікам віткоў надзета на доўгі, гарызантальна размешчаны жалезны стрыжань, далучаны да крыніцы току. На стрыжні знаходзіцца лёгкае кольца з алюмінію, якое можа свабодна перамяшчацца па ім. Калі ўключыць у катушцы ток, то ў кольцы ўзнікне індукцыйны ток процілеглага напрамку, і кольца адштурхнецца ад катушкі. Пры размыканні ланцуга катушкі індукцыйны ток зменіць напрамак і кольца вернецца амаль у зыходнае становішча.

## 12.3. ЭРС індукцыі. Закон электрамагнітнай індукцыі

У замкнёным ланцугу электрычны ток узнікае тады, калі ў ім дзейнічае электрарухальная сіла. Таму з'ява электрамагнітнай індукцыі сведчыць аб тым, што пры змяненні магнітнага патоку праз паверхню, абмежаваную контурам, у апошнім узнікае ЭРС, якую называюць электрарухальнай сілай індукцыі $\mathcal{E}_i$ .

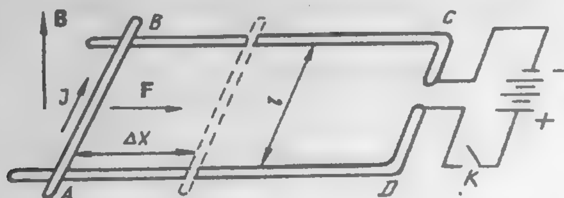
Сувязь паміж $\mathcal{E}_i$ і хуткасцю змянення магнітнага патоку Ф упершыню выявіў у 1877 г. нямецкі прыродазнаўца Г. Гельмгольц (1821—1894), карыстаючыся законам захавання энергіі.

Разгледзім контур *ABCD*, што змешчаны ў аднароднае поле (рыс. 12.8). Вектар магнітнай індукцыі **B** накіраваны ўверх перпендыкулярна плоскасці контуру. Старана контуру *AB* даўжынёй $l$ можа рухацца без парушэння кантакту з праваднікамі *BC* і *AD*. У контуры дзейнічае ЭРС, яго супраціўленне $R$. Пры замыканні ключа $K$ у контуры ўзнікае ток $I$. На рухомую частку контуру *AB* магнітнае поле дзейнічае з сілай Ампера $F = IBl$. Пад дзеяннем гэтай сілы за прамежак часу $\Delta t$

праваднік $AB$ зрушыцца ўправа на адлегласць $\Delta x$. Сіла Ампера выканае работу па перамяшчэнні гэтага праваднік:

$$\Delta A = F\Delta x = IBl\Delta x = IB\Delta S = I\Delta\Phi ,$$

дзе $\Delta S$ і $\Delta\Phi$ — змяненні плошчы контура і магнітнага патоку, што пранізвае гэты контур.




Рыс. 12.8.

За той жа прамежак часу $\Delta t$, згодна з законам Джоўля—Ленца, у контуры выдзеліцца колькасць цеплыні $I^2 R\Delta t$. Таму, улічваючы закон захавання энергіі, можна запісаць

$$\mathcal{E}I\Delta t = I^2 R\Delta t + I\Delta\Phi, \tag{12.1}$$

дзе $\mathcal{E}I\Delta t$ — энергія, што затрачана крыніцай току за прамежак часу $\Delta t$.

Паколькі сіла току за прамежак часу $\Delta t$ можа змяняцца, патрэбна браць настолькі малы прамежак часу $dt$, каб на працягу яго сіла току не паспела змяніцца.

Тады

$$\mathcal{E}Idt = I^2 Rdt + Id\Phi, \tag{12.2}$$

адкуль

$$I = (\mathcal{E} - d\Phi/dt)/R = (\mathcal{E} + \mathcal{E}_i)/R. \tag{12.3}$$

Формула (12.3) з'яўляецца законам Ома для контуру, у якім, акрамя ЭРС, дзейнічае яшчэ і ЭРС індукцыі

$$\mathcal{E}_i = -d\Phi/dt. \tag{12.4}$$

Формула (12.4) універсальная і не залежыць ад таго, якім чынам адбываецца змяненне магнітнага патоку (рух праваднiка ў магнітным полі або змяненне магнітнага патоку, што пранізвае нерухомы контур).

Ва ўсіх выпадках ЭРС індукцыі ў контуры роўна хуткасці змянення патоку індукцыі Ф, што пранізвае гэты контур. Знак «мінус» адпавядае правілу Ленца. Формула (12.4) з'яўляецца асноўным законам электрамагнітнай індукцыі.

## 12.4. Віхравое электрычнае поле. Токі Фуко. Скін-эфект

Электрычны ток у праваднiку ўзнікае тады і толькі тады, калі ўнутры яго дзейнічае электрычнае поле. Гэта справядліва і ў дачыненні да індукцыйнага току, што ўзнікае ў контуры пры змяненні магнітнага патоку, які яго пранізвае. Будзем лічыць, што нерухомы контур знаходзіцца ў магнітным полі, якое змяняецца ў часе. У контуры ўзнікае індукцыйны ток, а гэта азначае, што электроны ў ім прыходзяць у рух. Але якія сілы прымушаюць іх рухацца? Электрастатычнага, або стацыянарнага, электрычнага поля ў контуры няма, а магнітнае дзейнічае толькі на тыя зарады, якія рухаюцца. Таму неабходна дапусціць, што электроны ў нерухомым праваднiку прыводзяцца ў рух электрычным полем, якое ствараецца пераменным магнітным полем. Электрычнае поле, што ўзнікае пры змяненні магнітнага поля, атрымала назву індукцыйнага. Індукцыйнае электрычнае поле не звязана з электрычнымі зарадамі, паходжанне гэтага поля неэлектрастатычнае, а таму яно з'яўляецца старонніm. Цыркуляцыя вектара напружанасці E гэтага поля па нерухомым замкнёным контуры роўная ЭРС індукцыі:

$$\mathcal{E}_i = \oint_l E_l \, dl = -d\Phi/dt. \qquad (12.5)$$

Поле, цыркуляцыя вектара напружанасці якога па замкнёным контуры адрозніваецца ад нуля, з'яўляецца *віхравым*. Лініі напружанасці гэтага поля — замкнёныя.

Індукцыйнае электрычнае поле ўзнікае і тады, калі праваднiк разамкнёны, што можна назіраць, калі контур замест гальванометра далучыць да адчувальнага электрометра (напрыклад, струннага) або асцылографа. Больш таго, як паказаў Дж. Максвел (1831—1879), наяўнасць такога контуру не абавязковая. Віхравое электрычнае поле ўзнікае заўсёды (у праваднiку, дыэлектрыку, вакууме), калі змяняецца магнітнае поле. У праваднiках гэта поле можа ўтвараць індукцыйны ток.

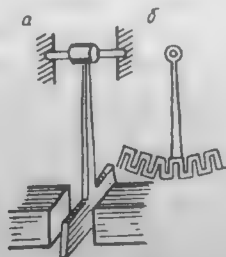
Асабліва значнай велічыні індукцыйныя токі дасягаюць у масіўных праваднiках, што прыводзіць да іх награвання. Упершыню гэту з'яву назіраў у 1855 г. французскі фізік Ж. Фуко (1839—1868).

Калі ў пераменным магнітным полі знаходзіцца масіўны праваднік, то віхравое электрычнае поле выклікае ў ім індукцыйны ток. Шчыльнасць гэтага току ў якім-небудзь пункце праваднік, паводле закону Ома, $j = \sigma E$. Поле $E$ — віхравое, яго лініі напружанасці замкнёныя, таму і лініі току таксама замыкаюцца ўнутры праваднікa. Гэтыя замкнёныя ў масіўных праводніках токі называюць віхравымі або токамі Фуко.

Токі Фуко ўзнікаюць ў плоскасцях, перпендыкулярных вектару магнітнай індукцыі. Паколькі супраціўленне масіўнага праваднікa невялікае, токі Фуко могуць быць вельмі вялікімі і выклікаць яго значнае награванне. Можна паказаць, што колькасць цеплыні, якая вылучаецца ў праваднікy, прапарцыйная квадрату частаты пераменнага магнітнага поля. Таму, напрыклад, у металургічных печах выкарыстоўваюцца генератары з частатой ваганняў у некалькі мільёнаў герц. Асабліва шырокае прымяненне гэтыя печы атрымалі для плаўлення металаў у вакууме.

У многіх выпадках ўзнікненне токаў Фуко выклікае страты энергіі. Таму часта даводзіцца прымаць спецыяльныя меры, каб зменшыць гэтыя страты. Напрыклад, сардэчнікі трансфарматараў, электрамагнітаў, генератараў і электрарухавікоў робяць не суцэльнымі, а з асобных ізаляваных пласцін або пруткоў. Слаі ізалятара размяшчаюцца так, каб яны перасякалі магчымыя напрамкі віхравых токаў. У апошні час замест жалезных сардэчнікаў шырокае прымяненне знайшлі суцэльныя сардэчнікі з ферытаў — магнітных матэрыялаў з вялікім удзельным супраціўленнем.

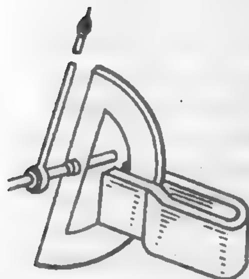
Віхравыя токі ўзнікаюць і пры руху масіўных праваднікоў у магнітным полі. Згодна ■ правілам Ленца, яны маюць такі напрамак, што сваім узаемадзеяннем з магнітным полем, якое іх выклікала, перашкаджаюць руху праваднікa. Калі медная або сярэбраная манеца дадзена магчымасць свабодна падаць без пачатковай хуткасці паміж полюсамі моцнага электрамагніта (рыс. 12.9), то яе рух будзе нагадваць рух цела ў вязкім асяроддзі.



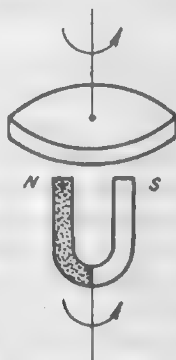
Рыс. 12.10.

Рыс. 12.9.

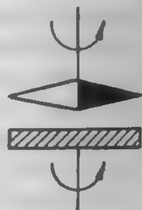
На рыс. 12.10, *а* паказаны фізічны маятнік, які вагаецца ў магнітным полі электрамагніта. Пакуль не ўключана магнітнае поле, маятнік вагаецца амаль без затухання. Калі ўключыць ток у абмотцы электрамагніта, то ўзнікае магнітнае поле, якое стварае ў суцэльным сектары маятніка токі Фуко. Ваганні маятніка хутка спыняюцца. Але калі суцэльны сектар маятніка замяніць грэбнем з доўгімі зубцамі (рыс. 12.10, *б*), то токі Фуко амаль не ўзнікаюць і ўплыў магнітнага поля на характар ваганняў маятніка значна памяншаецца. Такое «магнітнае заспакаенне» ваганняў выкарыстоўваецца ў многіх электравымяральных прыборах. З гэтай мэтай на рухомай частцы прыбора замацаваны алюмініевы маятнік, што змешчаны ў магнітнае поле пастаяннага магніта (рыс. 12.11). Пры ваганнях стрэлкі алюмініевы маятнік рухаецца ў магнітным полі, і ў ім узнікаюць віхравыя токі, якія выклікаюць тармажэнне сістэмы.



Рыс. 12.11.




Рыс. 12.12.



Рыс. 12.13.

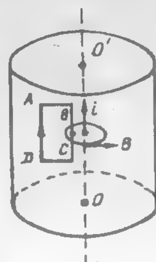
Токі Фуко ўзнікаюць незалежна ад таго, што рухаецца: праваднік або магніт. Таму з іх дапамогай можна не толькі «затармазіць» праваднік, але і прымусіць яго рухацца. Так, напрыклад, калі дыск з медзі або алюмінію падвесім на нітцы над пастаянным магнітам (рыс. 12.12) і будзем вярцець магніт вакол вертыкальнай восі, дыск пачне вярцецца ў той жа бок, што і магніт. Гэты дослед з'яўляецца ілюстрацыяй прынцыпу дзеяння магнітнага тахометра.

Трэба адзначыць, што французскі вучоны Д. Араго (1786—1853) яшчэ ў 1824 г. назіраў вярчэнне магнітнай стрэлкі, падвешанай на нітцы над металічным дыскам, які вярцеўся (рыс. 12.13), але гэта з'ява заставалася незразумелай да адкрыцця Фарадэем электрамагнітнай індукцыі.

У правадах, па якіх ідуць токі высокай частаты, таксама ўзнікаюць віхравыя токі. Узнікненне гэтых токаў прыводзіць да таго, што шчыль-

насць току нераўнамерна размеркавана па сячэнні провада. Яна найбольшая на паверхні і найменшая на восі проваду.

Нераўнамерна размеркавана па сячэнні проваду і электрычнае поле, што выклікана пераменным токам. Высветлім размеркаванне пераменнага электрычнага поля ўнутры правадніка. Разгледзім цыліндрычны праваднік, па якім праходзіць пераменны ток $i$ (рыс. 12.14). Будзем лічыць, што ў дадзены момант часу ток $i$ ідзе ўверх. Лініі магнітнай індукцыі ствараемага ім поля маюць выгляд канцэнтрычных акружнасцей з цэнтрам на восі провада $OO'$, адна з якіх паказана на рыс. 12.14.



Рыс. 12.14.

Калі ток $i$ ўзрастае ($di/dt > 0$), ўзрастае і магнітны паток, што пранізвае контур $ABCD$. У гэтым контуры ўзнікае віхравое электрычнае поле E, якое, у адпаведнасці з правілам Ленца, накіравана так, як паказана на рыс. 12.14 (уверх на паверхні правадніка і ўніз у яго цэнтры). Гэта віхравое поле стварае індукцыйны ток, які ўзмацняе ток на паверхні правадніка і аслабляе яго ў цэнтры правадніка.

Калі ток $i$ памяншаецца ($di/dt < 0$), то памяншаецца і магнітная індукцыя B. Віхравое поле E, што ўзнікае ў контуры $ABCD$, будзе мець процілеглы напрамак. У абодвух выпадках (і пры ўзрастанні, і пры памяншэнні току) віхравое электрычнае поле на восі правадніка перашкаджае, а на паверхні спрыяе змяненню току, а гэта азначае, што на восі правадніка ток меншы, чым на паверхні.

Гэта з'ява называецца *скін-эфектам* (ад англ. *skin* — скура) або паверхневым эфектам.

Пры высокіх частотах ток практычна праходзіць толькі ў паверхневым слоі, таўшчыня $l$ якога называецца глыбінёй пранікнення току (або магнітнага поля) у метал. Чым большая частата току, тым меншая таўшчыня паверхневага слою, у якім ён праходзіць. Глыбіня пранікнення току залежыць ад частаты і электрычных уласцівасцей правадніка. Напрыклад, для медзі пры частаце току $\nu = 50$ Гц $l \approx 1$ см, пры $\nu = 5000$ Гц $l \sim 0{,}1$ см, а пры $\nu = 50$ МГц $l \sim 0{,}01$ мм. Таму пры высокіх частотах не мае сэнсу рабіць праваднікі суцэльнымі. Каб зменшыць іх супраціўленне, патрэбна павялічваць не іх сячэнне, а паверхню, што і адбываецца, калі надаюць праваднікам форму трубак і пакрываюць тонкім слоем металу с малым удзельным супраціўленнем (напрыклад, срэбра).

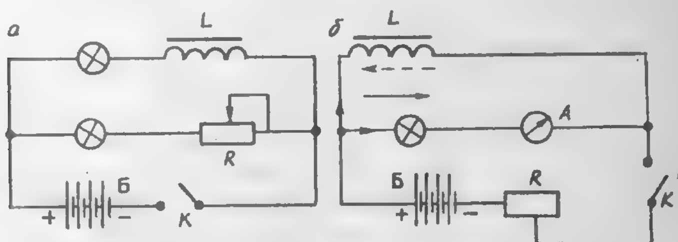
Скін-эфект выкарыстоўваецца ў тэхніцы для паверхневай загартоўкі дэталей машын. Паверхневыя токі хутка разаграюць паверхневы слой метала, а асноўная яго маса застаецца халоднай. Таму пры ахаладжэнні (апусканні ў ваду або масла) дэталь набывае цвёрдую паверхню, але не становіцца крохкай.

## 12.5. Самаіндукцыя. ЭРС самаіндукцыі

З'ява электрамагнітнай індукцыі назіраецца заўсёды, калі змяняецца магнітны паток, які пранізвае контур незалежна ад прычыны, што яго выклікае. Адной з прычын можа быць, напрыклад, змяненне току ў самім контуры. Пры змяненні току ў контуры змяняецца індукцыя створанага ім магнітнага поля, а таму змяняецца і магнітны паток, што пранізвае контур. У контуры ўзнікае ЭРС індукцыі, якая выклікае ў ім дадатковы ток. Гэту з'яву называюць самаіндукцыяй.

Самаіндукцыя — асобны выпадак агульнай з'явы электрамагнітнай індукцыі. Электрарухальную сілу ў гэтым выпадку называюць ЭРС самаіндукцыі і абазначаюць $\mathscr{E}_c$ .

З'яву самаіндукцыі можна назіраць на доследзе. На рыс. 12.15, *а* да крыніцы *Б* праз ключ *К* падключаны паралельна дзве аднолькавыя лямпы: $Л_1$ , што паслядоўна злучана з катушкай *L* з жалезным стрыжнем, і $Л_2$, якая паслядоўна злучана з рэастатам *R*.




Рыс. 12.15.

Пры дапамозе рэастата дабіваюцца, каб лямпы $Л_1$ і $Л_2$ свяціліся аднолькава. Затым назіраюць свячэнне гэтых лямп пры замыканні ключа *К* і бачаць, што лямпа $Л_2$ успыхвае адразу, а лямпа $Л_1$ — з прыкметным спазненнем. Гэта сведчыць аб тым, што ў катушцы *L* узнікае ЭРС самаіндукцыі, якая, згодна з правілам Ленца, процідзейнічае павелічэнню току, і ён не адразу дасягае свайго максімальнага значэння.

Схема на рыс. 12.15, *б* дазваляе назіраць узнікненне ЭРС самаіндукцыі пры размыканні ланцуга. Лямпа *Л*, што злучана паслядоўна з амперметрам са стрэлкай пасярэдзіне шкалы, і катушка *L* далучаны паралельна праз ключ *К* і рэастат да батарэі *Б*. Дослед праводзяць так: замыкаюць ключ *К*, з дапамогай рэастата ўстанаўліваюць такі ток, што лямпа *Л* слаба свеціцца, і назіраюць, у які бок адхіляецца стрэлка амперметра (напрамак токаў у катушцы і амперметры паказаны стрэлкамі). Пры размыканні ключа *К* лямпа ўспыхвае, стрэлка амперметра адхіляецца ў процілеглы бок. Гэта сведчыць аб тым, што ў

момант размыкання ключа $K$ праз амперметр ідзе ток (штрыхавая стрэлка), які накіраваны насустрач пачатковаму току (да размыкання), а ў катушцы супадае з ім. Такі напрамак току, што ўзнікае пры размыканні ключа $K$, адпавядае правілу Ленца.

ЭРС самаіндукцыі можа быць вызначана згодна з агульнай формулай, што выражае асноўны закон электрамагнітнай індукцыі: $\mathcal{E}_c = -d\Phi/dt$. Знойдзем сувязь паміж змяненнем магнітнага патоку і току ў контуры.

Магнітны паток Ф, што пранізвае контур, прама прапарцыйны магнітнай індукцыі $B$, а магнітная індукцыя, як гэта вынікае з закону Біо—Савара—Лапласа, прапарцыйная току $I$ ў контуры.

Таму можна запісаць:

$$\Phi = LI, \tag{12.6}$$

дзе $L$ — каэфіцыент прапарцыйнасці, які называюць каэфіцыентам самаіндукцыі або *індуктыўнасцю контуру.*

Індуктыўнасць контуру залежыць толькі ад яго геаметрычнай формы, памераў і магнітнай пранікальнасці асяроддзя, у якім ён знаходзіцца.

Адзінкай індуктыўнасці ў СІ з'яўляецца генры (Гн). Гн — індуктыўнасць контуру, у якім ток 1 А стварае магнітны паток 1 Вб.

З улікам формулы (12.6) ЭРС самаіндукцыі можна запісаць у наступным выглядзе:

$$\mathcal{E}_c = -d\Phi/dt = -d(LI)/dt = -LdI/dt + IdL/dt.$$

Калі контур току не дэфармуецца і магнітная пранікальнасць асяроддзя не змяняецца, то $L = \text{const}$ і

$$\mathcal{E}_c = -LdI/dt. \tag{12.7}$$

Формула (12.7) дазваляе даць яшчэ адно вызначэнне індуктыўнасці (дынамічнае) і адзінкі яе вымярэння. Індуктыўнасць контуру роўная 1 Гн, калі ў ім пры змяненні току на 1 А за 1 с узнікае ЭРС самаіндукцыі 1 В.

### 12.6. Індуктыўнасць саленоіда

Разгледзім саленоід даўжынёй $l$ і плошчай сячэння $S$, які ўтрымлівае $N$ віткоў. Будзем лічыць, што ён запоўнены асяроддзем магнітнай пранікальнасцю $\mu$. Калі даўжыня саленоіда $l$ значна большая за яго дыяметр, то магнітная індукцыя ўнутры саленоіда

$$B = \mu_0 \mu n I = \mu_0 \mu N I / l \ , \tag{12.8}$$

дзе $n = N/l$ — колькасць віткоў на адзінцы яго даўжыні.

Кожны віток саленоіда будзе пранізваць паток $\Phi = BS$. Поўны магнітны паток, што пранізвае ўсе віткі саленоіда (патокашчапленне),

$$\psi = N\Phi = NBS. \tag{12.9}$$

(Патокашчапленнем называюць суму патокаў $\Phi_i$, што пранізваюць асобныя віткі саленоіда $\psi = \Sigma\Phi_i$ . Калі ўсе віткі пранізваюцца адным і тым жа патокам Ф, то $\psi = N\Phi$.)

Згодна з формуламі (12.6) і (12.9), індуктыўнасць саленоіда

$$l = \psi / I = N\Phi / I = NBS/I.$$

З улікам (12.8) атрымаем:

$$L = \mu_0 \mu N^2 S/l$$

або

$$L = \mu_0 \mu n^2 V, \tag{12.10}$$

дзе $V = Sl$ — аб'ём саленоіда.

Формула (12.10) можа быць выкарыстана для вызначэння адзінкі вымярэння магнітнай пастаяннай $\mu_0$ . Калі асяроддзе катушкі — паветра ($\mu = 1$), то $L = \mu_0 N^2 S/l$, адкуль

$$\mu_0 = Ll/(SN^2), \ [\mu_0] = 1 \text{ Гн} \cdot 1 \text{ м}/1 \text{ м}^2 = 1 \text{ Гн/м}.$$

## 12.7. Узаемная індукцыя

*Узаемнай індукцыяй* называецца з'ява ўзнікнення ЭРС індукцыі ў адным контуры пры змене току ў другім, блізка размешчаным контуры. Калі контуры знаходзяцца блізка адзін да аднаго, то магнітны паток, што ствараецца токам першага контуру, хоць часткова але пранізвае віткі другога. Гавораць, што такія контуры індукцыйна звязаныя.

Разгледзім два контуры (рыс. 12.16), індукцыйна звязаныя паміж сабой. Дапусцім, што ў першым контуры праходзіць ток $I_1$. Паток магнітнай індукцыі $\Phi_1$ , які ствараецца гэтым токам, прапарцыйны

току $I_1$ . Абазначым $\Phi_{21}$ тую частку патоку $\Phi_1$ , што пранізвае другі контур. Паток $\Phi_{21} = \eta\Phi_1$ $(\eta < 1)$ на рыс. 12.16 паказаны лініямі магнітнай індукцыі, што праходзяць праз абодва контуры. Можна лічыць, што

$$\Phi_{21} = M_{21} I_1 .$$

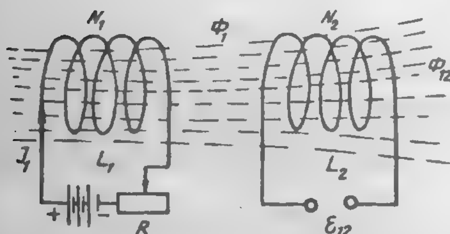
Калі ток $I_1$ першага контуру мяняецца, змяняецца і паток $\Phi_{21}$ , а ў другім контуры ўзнікне ЭРС індукцыі

$$\mathcal{E}_{21} = -d\Phi_{21} /dt = -M_{21} dI_1 /dt. \qquad (12.11)$$

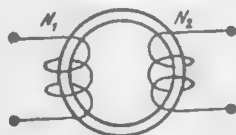
Каэфіцыент $M_{21}$ называецца *каэфіцыентам узаемнай індукцыі* контураў.

Разважаючы такім жа чынам, атрымаем, што ЭРС індукцыі, якая ўзнікае ў першым контуры пры змяненні току $I_2$ ў другім контуры,

$$\mathcal{E}_{12} = -M_{12} dI_2 /dt. \qquad (12.12)$$



Рыс. 12.16.



Рыс. 12.17.

Пазней мы пакажам, што заўсёды $M_{12} = M_{21} = M$, таму можна гаварыць аб каэфіцыенце ўзаемнай індукцыі $M$ двух контураў.

Каэфіцыент узаемнай індукцыі залежыць ад геаметрычнай формы і памераў контураў, іх узаемнага размяшчэння і магнітнай пранікальнасці асяроддзя.

Калі параўнаць формулы (12.11) і (12.7), то можна заўважыць, што каэфіцыент узаемнай індукцыі вымяраецца ў тых жа адзінках, што і індуктыўнасць.

Вызначым каэфіцыент узаемнай індукцыі дзвюх катушак з лікам віткоў $N_1$ і $N_2$ , што наматаныя на агульны магнітны сардэчнік даўжынёй $l$ і плошчай сячэння $S$ у форме тора (рыс. 12.17). Будзем лічыць, што лініі магнітнай індукцыі засяроджаны толькі ў сардэчніку.

Калі ў першай катушцы праходзіць ток $I_1$, то ў сардэчніку ўзнікае магнітны паток

$$\Phi_1 = BS = \mu_0 \mu n_1 I_1 S.$$

Паток $\Phi_1$ пранізвае кожны віток другой катушкі і таму поўны паток (патокашчапленне), што пранізвае ўсе віткі $N_2$,

$$\psi_2 = N_2 \Phi_1 = N_2 \mu_0 \mu n_1 I_1 S.$$

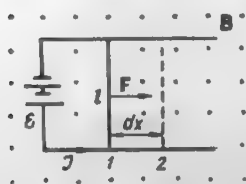
З улікам таго, што $\psi_2 = MI_1$, $N_2 = n_2 l$, атрымаем

$$M = \mu_0 \mu n_1 n_2 V, \qquad (12.13)$$

дзе $V = Sl$ — аб'ём сардэчніка.

## 12.8. Работа сілы Ампера

На праваднік з токам, што знаходзіцца ў магнітным полі, дзейнічае сіла Ампера. Калі праваднік перамяшчаецца ў магнітным полі, сіла Ампера выконвае работу. Вызначым гэту работу ў прасцейшым выпадку. У аднародным магнітным полі індукцыяй **B** знаходзіцца контур току, які складзены з крыніцы ЭРС, двух паралельных праваднікоў і рухомага ўчастка даўжынёй $l$ (рыс. 12.18).




Рыс. 12.18.

Вектар магнітнай індукцыі **B** перпендыкулярны плоскасці контуру і накіраваны ўверх. Будзем лічыць, што ток у контуры пастаянны і роўны $I$.

На ўчастак праводніка $l$ дзейнічае сіла Ампера $F = IBl$. Пад уздзеяннем гэтай сілы праваднік будзе рухацца ўправа. На перамяшчэнні $dx$ праваднiка з становішча *1* у становішча *2* (рыс. 12.18) сіла Ампера выканае работу

$$dA = Fdx = IBldx = IBdS.$$

Улічым, што $BdS = d\Phi$, тады

$$dA = Id\Phi. \qquad (12.14)$$

Калі перамяшчэнне праваднiка $l$ канечнае, то работа

$$A = I\int_1^2 d\Phi = I(\Phi_2 - \Phi_1),$$

дзе $\Phi_1$ і $\Phi_2$ — магнітныя патокі праз контур у пачатковым *1* і канечным *2* становішчах адпаведна.

З улікам таго, што $\Phi_2 - \Phi_1 = \Delta\Phi$, атрымаем:

$$A = I\Delta\Phi. \tag{12.15}$$

Такім чынам, работа, якую выконвае сіла Ампера над контурам, роўная здабытку сілы току і прырашчэння магнітнага патоку, што пранізвае гэты контур.

Калі контур уяўляе сабой катушку, у якой $N$ віткоў, то формула (12.15) выкарыстоўваецца, але замест прырашчэння патоку $\Delta\Phi$ трэба браць прырашчэнне патоку патокашчаплення $\Delta\psi$. Тады $A = I\Delta\psi$.

## 12.9. Энергія магнітнага поля току

Разгледзім контур індуктыўнасцю $L$, у якім праходзіць ток $I$. Магнітны паток, што пранізвае контур, $\Phi = LI$. Калі змяніць ток на велічыню $dI$, то і магнітны паток зменіцца на велічыню $d\Phi = LdI$ і ў контуры ўзнікне ЭРС самаіндукцыі $\mathcal{E}_s = -LdI/dt$. Магутнасць, якая развіваецца гэтай ЭРС, роўная $I\mathcal{E}_s$, дзе $I$ — ток у дадзены момант часу. Работа, што выконваецца за малы прамежак часу $dt$,

$$dA = I\mathcal{E}_s\, dt = -LIdt.$$

Гэта работа ідзе на прырашчэнне энергіі контуру з токам $dW = LIdI$. Калі ток змяняецца ад 0 да $I$, то $W = \int_0^I dW = \int_0^I ILdI = LI^2/2$.

Такім чынам, контур індуктыўнасцю $L$ з токам $I$ валодае запасам энергіі

$$W = LI^2/2. \tag{12.16}$$

Вызначым энергію двух контураў індуктыўнасцямі $L_1$ і $L_2$ і токамі $I_1$ і $I_2$. Пакажам, што энергія такой сістэмы залежыць не толькі ад індуктыўнасці $L_1$ і $L_2$ контураў, але і ад каэфіцыента іх узаемнай індукцыі $M$.

Гэта энергія будзе роўная рабоце, якую патрэбна выканаць, каб у контурах $L_1$ і $L_2$ узніклі токі $I_1$ і $I_2$. Будзем лічыць, што спачатку абодва контуры разамкнёныя.

Пры замыканні першага контуру ў ім узнікае ток $I_1$. Пры гэтым выконваецца работа, якая траціцца на награванне правадніка і пераадоленне ЭРС самаіндукцыі. Нас цікавіць толькі другая частка гэтай работы, што роўная энергіі створанага магнітнага поля току. Згодна з формулай (12.16), яна роўная $A_1 = L_1 I_1^2/2$.

Калі зараз замкнуць другі контур, то патрэбна выканаць не толькі работу па пераадоленні ЭРС самаіндукцыі, якая ў ім узнікае, $A_2 = L_2 I_2^2/2$, але і работу $A_{12}$ па пераадоленні ЭРС узаемнай індукцыі, што ўзнікае ў першым контуры. Вызначым работу $A_{12}$.

Паток, што выкліканы токам $I_2$ і пранізвае першы контур, $\Phi_{12} = M_{12} I_2$, дзе $M_{12}$ — каэфіцыент узаемнай індукцыі першага контуру адносна другога.

ЭРС узаемнай індукцыі $\mathscr{E}_{12} = -d\Phi_{12}/dt = -M_{12}\, dI_2/dt$ або

$$\mathscr{E}_{12} = M_{12}\, dI_2/dt. \qquad (12.17)$$

Элементарная работа $A_{12}$ за прамежак часу $dt$

$$dA_{12} = |\mathscr{E}_{12}| I_1\, dt,$$

і з улікам (12.17)

$$dA_{12} = M_{12} I_1 dI_2 .$$

Поўная работа па пераадоленні ЭРС узаемнай індукцыі

$$A_{12} = M_{12} I_1 \int_0^{I_2} dI_2 = M_{12} I_1 I_2 .$$

Калі змяніць паслядоўнасць утварэння сістэмы токаў (спачатку ўключыць ток $I_2$, а потым $I_1$, то атрымаем $A_{21} = M_{21} I_2 I_1$. Але энергія сістэмы токаў не павінна залежаць ад паслядоўнасці яе ўтварэння, таму $A_{12} = A_{21} = M I_1 I_2$, дзе $M = M_{12} = M_{21}$.

Энергія сістэмы двух токаў роўная суме работ, што патрачаны на яе ўтварэнне: $W = A_1 + A_2 + A_{12}$, таму

$$W = L_1 I_1^2/2 + L_2 I_2^2/2 + M I_1 I_2 . \qquad (12.18)$$

### 12.10. Энергія і шчыльнасць энергіі магнітнага поля

Энергію магнітнага поля току можна запісаць праз параметры, што характарызуюць само поле. Зробім гэта на прыкладзе аднароднага магнітнага поля саленоіда. Энергія магнітнага поля току саленоіда

$$W = LI^2 /2. \qquad (12.19)$$

Ток $I$ ўнутры саленоіда стварае магнітнае поле, індукцыя якога

$$B = \mu_0 \mu n I. \qquad (12.20)$$

Калі з формулы (12.20) выразім $I = B/(\mu_0 \mu n)$ і падставім у формулу (12.19), то, з улікам выразу (12.10), атрымаем

$$W = B^2 /(2\mu_0 \mu) V. \qquad (12.21)$$

Магнітнае поле доўгага саленоіда аднароднае і адрозніваецца ад нуля толькі ўнутры саленоіда. Таму ўся яго энергія лакалізавана ўнутры саленоіда і раўнамерна размеркавана па яго аб'ёме.

Аб'ёмная шчыльнасць энергіі

$$\omega = W/V = B^2 /(2\mu_0 \mu). \qquad (12.22)$$

Калі ўлічыць, што $B = \mu_0 \mu H$, то замест формулы (12.22) можна запісаць

$$\omega = BH/2. \qquad (12.23)$$

Формулу (12.23) мы атрымалі ў прыватным выпадку (для поля саленоіда), але больш складаныя разлікі паказваюць, што яна сапраўдная для любога магнітнага поля.

## 13. МАГНІТНЫЯ ЎЛАСЦІВАСЦІ РЭЧЫВА

### 13.1. Магнітнае поле ў магнетыках

*Магнетыкамі* называюць рэчывы, якія здольныя ўплываць на магнітнае поле. Доследы паказалі, што ўсе рэчывы, змешчаныя ў магнітнае поле, набываюць магнітныя ўласцівасці, г. зн. намагнічваюцца. Таму ўсе рэчывы з'яўляюцца магнетыкамі.

Інтэнсіўнасць намагнічвання характарызуецца намагнічанасцю $I_m$, што вызначаецца як магнітны момант адзінкі аб'ёму магнетыка:

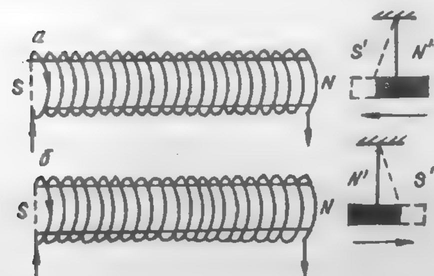
$$\mathbf{I}_m = \Delta \mathbf{p}_m / \Delta V, \tag{13.1}$$

дзе $\Delta \mathbf{p}_m$ — магнітны момант элемента аб'ёму $\Delta V$.

Калі магнетык змясціць у вонкавае магнітнае поле індукцыяй $\mathbf{B}_0$, то поле ў ім зменіцца: намагнічанае рэчыва стварае ўласнае магнітнае поле індукцыяй $\mathbf{B}'$, якое накладваецца на вонкавае поле. Індукцыя магнітнага поля ўнутры магнетыка

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_0 + \mathbf{B}'. \tag{13.2}$$

Такім чынам, уплыў намагнічвання магнетыкаў на магнітнае поле падобны ўплыву палярызацыі дыэлектрыкаў на электрычнае поле. Аднак ёсць і істотнае адрозненне. У дыэлектрыках дадатковае поле заўсёды накіравана насустрач вонкаваму полю і поле ўнутры дыэлектрыка заўсёды меншае за вонкавае поле. У магнетыках дадатковае поле можа быць накіравана як супраць вонкавага поля, так і ўздоўж яго. Таму магнітнае поле $\mathbf{B}$ унутры магнетыка можа быць як меншым, так і большым, чым вонкавае поле $\mathbf{B}_0$. Адны магнетыкі аслабляюць вонкавае поле, а другія ўзмацняюць яго. Падобна таму як дыэлектрык характарызуецца дыэлектрычнай пранікальнасцю $\varepsilon = E_0 / E$, аднародны ізатропны магнетык, што запаўняе ўсю прастору вакол токаў, можна характарызаваць магнітнай пранікальнасцю $\mu = B/B_0$. Магнетыкі, у якіх $B > B_0$ $(\mu > 1)$, называюць *парамагнетыкамі*, а магнетыкі, у якіх $B < B_0$ $(\mu < 1)$, — *дыямагнетыкамі*.




Рыс. 13.1.

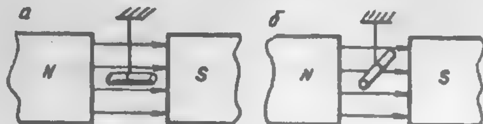
Ва ўсіх дыямагнетыках і большасці парамагнетыкаў дадатковае поле $\mathbf{B}'$ значна меншае за вонкавае поле $\mathbf{B}_0$. Пры выключэнні вонкавага поля $\mathbf{B}_0$ усе яны поўнасцю размагнічваюцца.

Аднак сярод парамагнетыкаў ёсць рэчывы (напрыклад, жалеза), якія выклікаюць вельмі вялікае ўзмацненне поля, і намагнічванне іх не знікае пры выключэнні вонкавага поля. Для іх характэрна астатковае намагнічванне. Гэтыя рэчывы атрымалі назву *ферамагнетыкаў*.

Адрозненне ў паводзінах розных рэчываў пры ўнясенні іх у вонкавае магнітнае поле на доследзе ўпершыню ў 1845 г. назіраў М. Фарадэй. Карыстаючыся моцным электрамагнітам, ён заўважыў, што адны целы прыцягваюцца да магніта (рыс. 13.1, *а*), а другія адштурхоўваюцца

ад яго (рыс. 13.1, *б*). Першыя з гэтых цел ён назваў парамагнетыкамі, а другія — дыямагнетыкамі.

Парамагнетыкі і дыямагнетыкі вядуць сябе па-рознаму і ў аднародным магнітным полі. Калі паміж полюсамі электрамагніта (рыс. 13.2) змясціць падвешаны на нітцы ўзор рэчыва, што мае форму цыліндрыка, то парамагнітны цыліндрык размясціцца ўздоўж ліній поля (рыс. 13.2, *а*), а дыямагнітны — перпендыкулярна ім (рыс. 13.2, *б*). Гэту з'яву можна растлумачыць, калі лічыць, што пад уздзеяннем вонкавага поля цыліндрыкі намагнічваюцца па-рознаму.



Рыс. 13.2.

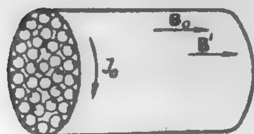
У дыямагнетыку ўзнікае магнітны момант, які накіраваны супраць вонкавага поля, таму ўзор размяшчаецца перпендыкулярна лініям індукцыі і выштурхоўваецца з магнітнага поля. У парамагнетыку магнітны момант накіраваны ўздоўж ліній магнітнай індукцыі поля, таму ён арыентуецца ўздоўж поля і ўцягваецца туды, дзе поле больш моцнае.

Каб высветліць з'яву намагнічвання магнетыкаў, будзем зыходзіць з таго, што любое магнітнае поле ствараецца токамі (магнітных зарадаў не існуе). Таму намагнічванне, што прыводзіць да ўзнікнення дадатковага поля $\mathbf{B}'$, павінна быць звязана з нейкімі токамі ўнутры магнетыка. Зараз вядома, што такія токі ствараюцца электронамі. Аднак гіпотэза аб існаванні ў магнетыках малекулярных токаў (мікратокаў) была выказана Амперам яшчэ ў 1820 г., г. зн. задоўга да стварэння планетарнай мадэлі атама. Згодна з гіпотэзай Ампера, пры адсутнасці вонкавага магнітнага поля мікратокі ў магнетыку арыентаваны беспарадкава, і іх сумарны магнітны момант роўны нулю. Пры наяўнасці вонкавага магнітнага поля магнітныя моманты мікратокаў арыентуюцца ў полі і ўзнікае дадатковае магнітнае поле $\mathbf{B}'$.

## 13.2. Сувязь індукцыі і напружанасці магнітнага поля

У выпадку аднароднага магнетыка, што цалкам запаўняе прастору, дзе існуе магнітнае поле, магнітную індукцыю $\mathbf{B}'$ можна звязаць з намагнічанасцю $\mathbf{I}_m$. Разгледзім магнітнае поле бясконца доўгай катушкі, што цалкам запоўнена аднародным магнетыкам. Гэта поле аднароднае, таму можам лічыць, што магнетык знаходзіцца ў вонкавым аднародным магнітным полі $\mathbf{B}_0$ (рыс. 13.3). Пад уздзеяннем гэтага поля магнетык намагнічваецца і яго малекулярныя токі арыентуюцца

так, што іх магнітныя моманты накіраваны ўздоўж восі цыліндра. Разгледзім малекулярныя токі ў сячэнні цыліндра. У любым пункце ўнутры цыліндра гэтыя токі накіраваны насустрач адзін аднаму і таму ўзаемна кампенсуюцца. Нескампенсаванымі застаюцца толькі токі, што ідуць па паверхні цыліндра. Таму сумарнае дзеянне малекулярных токаў такое, якое выклікаў бы макраскапічны ток, што ідзе па бакавой паверхні цыліндра перпендыкулярна яго восі. Абазначым $I_0$ ток, што прыходзіцца на адзінку даўжыні цыліндра. Тады ў адпаведнасці з формулай $B = \mu_0 nI$ можам запісаць



Рыс. 13.3.

$$B' = \mu_0 I_0 . \tag{13.3}$$

Установім сувязь паміж $I_0$ і намагнічанасцю: $I_m = \Delta p_m / \Delta V$.

Выдзелім у цыліндры аб'ём $\Delta V = S\Delta l$, дзе $S$ — плошча папярочнага сячэння цыліндра; $\Delta l$ — элемент яго даўжыні, і вызначым магнітны момант гэтага аб'ёму $\Delta p_m = SI_0 \Delta l = I_0 \Delta V$. Тады

$$I_m = \Delta p_m / \Delta V = I_0 \Delta V / \Delta V = I_0 . \tag{13.4}$$

З улікам выразу (13.4) формула (13.3) атрымае выгляд $B' = \mu_0 I_m$.

Калі скласці вектары $\mathbf{B}_0$ і $\mathbf{B}'$, то атрымаем

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_0 + \mathbf{B}' = \mathbf{B}_0 + \mu_0 \mathbf{I}_m . \tag{13.5}$$

Запішам выраз для цыркуляцыі поля $\mathbf{B}$ (13.5)

$$\oint_l \mathbf{B}\, d\mathbf{l} = \oint_l \mathbf{B}_0\, d\mathbf{l} + \oint_l \mu_0 \mathbf{I}_m\, d\mathbf{l}$$

або

$$\oint_l (\mathbf{B} - \mu_0 \mathbf{I}_m)\, d\mathbf{l} = \oint_l \mathbf{B}_0 d\mathbf{l} .$$

Згодна з формулай (11.25),

$$\oint_l \mathbf{B}_0\, d\, l = \mu_0 \sum_{i=1}^{n} I_i ,$$

таму

$$\oint_l (\mathbf{B} - \mu_0 \mathbf{I}_m) d\mathbf{l} = \mu_0 \sum_{i=1}^{n} I_i . \qquad (13.6)$$

Падзелім (13.6) на $\mu_0$ , тады

$$\oint_l (\mathbf{B}/\mu_0 - \mathbf{I}_m) d\mathbf{l} = \sum_{i=1}^{n} I_i$$

або

$$\oint_l \mathbf{H}\, d\mathbf{l} = \sum_{i=1}^{n} I_i , \qquad (13.7)$$

дзе

$$\mathbf{H} = \mathbf{B}/\mu_0 - I_m . \qquad (13.8)$$

Асаблівасцю вектара **H** з'яўляецца тое, што яго цыркуляцыя вызначаецца толькі макраскапічнымі токамі. Гэты вектар называюць напружанасцю магнітнага поля.

Формула (13.7) уяўляе сабой тэарэму аб цыркуляцыі вектара H: або закон поўнага току; *цыркуляцыя вектара напружанасці магнітнага поля па любым контуры роўна алгебраічнай суме макраскапічных токаў, што ахопліваюцца гэтым контурам.*

Запішам формулу (13.8) у выглядзе

$$\mathbf{B} = \mu_0 (\mathbf{H} + \mathbf{I}_m ).$$

З формулы відаць, што напружанасць поля H і намагнічанасць $I_m$ вымяраюцца ў аднолькавых адзінках (А/м).

Намагнічванне магнетыка абумоўлена дзеяннем магнітнага поля на малекулярные токі, а, як вядома, гэта дзеянне вызначаецца сілай Лорэнца, што прапарцыйная магнітнай індукцыі поля. Таму намагнічанасць $\mathbf{I}_m$ прапарцыйная магнітнай індукцыі B. Але гістарычна склалася так, што намагнічанасць звязваюць не з магнітнай індукцыяй, а з напружанасцю H. Лічаць, што ў бясконца ізатропнай прасторы

$$\mathbf{I}_m = \varkappa_m \mathbf{H},$$

дзе $\varkappa_m$ — каэфіцыент прапарцыйнасці, характэрны для дадзенага рэчыва, які называецца магнітнай успрымальнасцю. Яна лікава роўная

магнітнаму моманту адзінкі аб'ёму рэчыва, што змешчана ў поле $H$ = 1А/м.

Доследы паказалі, што для неферамагнітных цел пры не вельмі моцных палях $\varkappa_m$ не залежыць ад H. Паколькі $I_m$ і $H$ вымяраюцца ў амперах на метр, $\varkappa_m$ — велічыня безвымерная.

Калі падставіць $I_m = \varkappa_m H$ у формулу (12.13), то атрымаем:

$$B = \mu_0 (H + \varkappa_m H) \text{ або } B = \mu_0 \mu H,$$

дзе

$$\mu = 1 + \varkappa_m . \qquad (13.9)$$

Формула (13.9) адлюстроўвае сувязь паміж магнітнай пранікальнасцю рэчыва $\mu$ і магнітнай успрымальнасцю $\varkappa_m$. Для парамагнетыкаў $\mu > 1$, таму $\varkappa_m > 0$, для дыямагнетыкаў $\mu < 1$ і $\varkappa_m < 0$. Зразумела, што для вакуума $\varkappa_m = 0$ і $\mu = 1$.

### 13.3. Гірамагнітныя з'явы

Гіпотэза Ампера аб існаванні ў рэчыве малекулярных токаў дазволіла фармальна апісаць магнітныя ўласцівасці рэчыва. Але фізічная прырода гэтых токаў высветлілася амаль праз сто гадоў, калі англійскі фізік Э. Рэзерфорд у 1911 г. эксперыментальна ўстанавіў, што атамы ўсіх рэчываў складаюцца з дадатна зараджанага ядра і адмоўна зараджаных электронаў, якія рухаюцца вакол ядра.

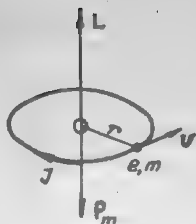
Каб высветліць прычыны адрознення магнітных уласцівасцей рэчываў, патрэбна разгледзець уплыў магнітнага поля на рух электронаў у атамах. Гэты рух падпарадкоўваецца квантавым законам, таму дасканалая электронная тэорыя магнетызму можа быць пабудавана толькі на падставе квантавай механікі. Аднак здавальняючыя вынікі можна атрымаць, калі карыстацца паўкласічнай бораўскай мадэллю, згодна з якой электроны ў атамах рухаюцца па стацыянарных кругавых арбітах. Разгледзім самы просты выпадак — мадэль атама вадароду.

Электрон, маса якога $m$ і зарад $e$, рухаецца з пастаяннай хуткасцю $v$ па кругавой арбіце радыусам $r$ вакол нерухомага дадатна зараджанага ядра (рыс. 13.4). Электрон, што рухаецца вакол ядра, можна разглядаць як кругавы ток $I = e/T = ev/(2\pi r)$, дзе $T = 2\pi r/v$ — перыяд абарачэння электрона.

Паколькі зарад электрона адмоўны, напрамак току $I$ процілеглы напрамку хуткасці электрона $v$ (рыс. 13.4).

Кругавы ток $I$ стварае магнітны момант $p_m = IS = I\pi r^2 = ev/(2r)$.

Момант $p_m$, напрамак якога паказаны на рыс. 13.4, абумоўлены рухам электрона па арбіце, таму называецца арбітальным магнітным момантам электрона.



Рыс. 13.4.

Электрон, што рухаецца па арбіце, валодае і механічным момантам імпульсу: $L = mvr$.

Вектар $\mathbf{L}$ антыпаралельны вектару $\mathbf{p}_m$.

Стасунак $p_m / L$ называецца гірамагнітным стасункам:

$$\Gamma = p_m / L = -e/(2m)$$

(знак «мінус» указвае на тое, што напрамкі момантаў процілеглыя).

З улікам напрамку вектараў $\mathbf{p}_m$ і $\mathbf{L}$ можна запісаць:

$$\mathbf{p}_m = -e/(2m)\mathbf{L}.$$

У гэту формулу ўваходзяць толькі фундаментальныя пастаянныя, таму ёсць падстава лічыць, што яна сапраўдная заўсёды. Сапраўды, для розных арбіт $r$ і $v$ розныя, таму рознымі будуць $p_m$ і $L$, але іх дзель заўсёды велічыня пастаянная, роўная $e/(2m)$.

Такі ж вынік атрымліваецца і тады, калі электрон рухаецца па эліптычнай арбіце.

Згодна з элементарнай тэорыяй будовы атама Бора, момант імпульсу руху электрона па арбіце квантуецца, гэта азначае, што ён можа прымаць дыскрэтныя значэнні: $L = n\hbar$, дзе $n = 1, 2, 3,...$; $\hbar = h/(2\pi) = 1{,}05 \times \times 10^{-34}$ Дж/К — пастаянная Планка, падзеленая на $2\pi$.

Таму толькі дыскрэтныя значэнні можа мець і магнітны момант

$$p_m = -eL/(2m) = -en\hbar/(2m).$$

Калі электрон рухаецца па першай бораўскай арбіце ($n = 1$), то яго магнітны момант мае найменшае значэнне:

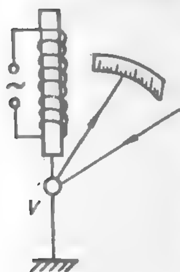
$$p_m = -e\hbar/(2m) = p_{mБ} = 9{,}27 \cdot 10^{-24} \quad \text{А} \cdot \text{м}^2,$$

якое называецца магнетонам Бора.

Магнітны момант электрона ў атаме можа быць толькі кратным магнетону Бора: $p_m = np_{mБ}$.

Пры намагнічванні цела магнітныя моманты электронаў, што ўваходзяць у састаў яго атамаў, адчуваюць дзеянне з боку вонкавага магнітнага поля. Таму будуць арыентавацца і іх механічныя моманты імпульсу, што прыводзіць да ўзнікнення дадатковага моманту імпульсу электронаў. Аднак момант імпульсу замкнёнай сістэмы пастаянны, таму намагнічванне цела суправаджаецца яго вярчэннем, а пры вярчэнні цела павінна намагнічвацца. Гэта з'ява атрымала назву магнітамеханічнага эфекту.

Упершыню ў 1905 г. намагнічванне жалезнага стрыжня пры яго вярчэнні назіраў С. Барнет (1873—1956). Ён заўважыў, што намагнічванне адбываецца ўздоўж восі вярчэння, а момант імпульсу вярчэння і магнітны момант стрыжня, што ўзнікае пры яго вярчэнні, накіраваны ў процілеглыя бакі.




Рыс. 13.5.

У 1915 г. А. Эйнштэйн (1879—1955) і В. дэ Гааз (1878—1960) вывучалі намагнічванне жалезнага стрыжня, які быў падвешаны на пругкай нітцы і змешчаны ў магнітнае поле катушкі з токам (рыс. 13.5). Пры гэтым назіралася яго вярчэнне, што можна было заўважыць па адхіленні праменя, які адбіваўся ад люстэрка *Л*. Закручванне ніткі пры намагнічванні стрыжня пастаянным токам было вельмі малое, таму катушка сілкавалася пераменным токам, частата якога падбіралася роўнай частаце ўласных ваганняў стрыжня. Пры рэзанансе эфект значна ўзмацняўся і амплітуда ваганняў была дастаткова вялікая.

У 1917 г. А. Ф. Іофе і П. Л. Капіца назіралі размагнічванне падвешанага на нітцы жалезнага стрыжня пры яго награванні. Яны заўважылі, што стрыжань пры размагнічванні прыходзіў у вярчэнне.

Адпаведныя разлікі паказалі, што стасунак $p_m / L$ роўны $-e/m$, а не $-e/(2m)$, як таго чакалі. Адсюль вынікае, што намагнічванне жалеза нельга растлумачыць арбітальным рухам электронаў. Пазней высветлілася, што электрон, акрамя арбітальнага магнітнага моманту $p_m$ і механічнага моманту імпульсу $L$, валодае ўласным механічным момантам $L_s$ (спінам) і звязаным з ім спінавым магнітным момантам $p_{ms}$ .

Наяўнасць у электронаў спінавых момантаў першапачаткова звязвалі з іх вярчэннем вакол уласнай восі, але гэта мадэль аказалася беспадстаўнай. Зараз лічаць, што спін і спінавы магнітны момант — такія ж неад'емныя ўласцівасці электрона, як яго зарад і маса. Класічнай аналогіі гэтых паняццяў не існуе.

Доследы і тэарэтычныя разлікі паказалі, што спінавы механічны момант электрона ў два разы меншы за мінімальны ($n = 1$) арбітальны момант і роўны $\hbar/2$, спінавы магнітны момант роўны мінімальнаму арбітальнаму (аднаму магнетону Бора): $e\hbar/(2m)$.

Таму іх стасунак $p_{ms} / L_s = -e/m$ у два разы большы за стасунак арбітальных момантаў.

Важнейшай уласцівасцю спіна электрона з'яўляецца тое, што ў магнітным полі ён можа быць арыентаваны толькі паралельна ($L_s = \hbar/2$, $p_{ms} = -p_{mБ}$) або антыпаралельна ($L_s = -\hbar/2$, $p_{ms} = p_{mБ}$) вектару **B**.

Поўны магнітны момант атама (малекулы) роўны геаметрычнай суме арбітальных і спінавых магнітных момантаў усіх яго электронаў і магнітнага моманту ядра:

$$\mathbf{p}_{ma} = \sum_{1}^{z} \mathbf{p}_m + \sum_{1}^{z} \mathbf{p}_{ms} + \mathbf{p}_{mяд},$$

дзе $z$ — лік электронаў у атаме.

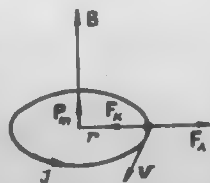
Магнітны момант ядра $p_{mяд}$ амаль у 2000 разоў меншы за магнітны момант электрона, таму яго можна не ўлічваць.

Магнітны момант атама пры адсутнасці вонкавага магнітнага поля можа быць кратным магнетону Бора або роўным нулю.

Рэчывы, у якіх магнітныя моманты электронаў у атамах скампенсаваныя і роўныя нулю, з'яўляюцца дыямагнетыкамі, а тыя рэчывы, у якіх магнітныя моманты атамаў не роўныя нулю, — парамагнетыкамі.

## 13.4. Дыямагнетызм

Для таго каб зразумець механізм намагнічвання дыямагнетыкаў і парамагнетыкаў, разгледзім спачатку ўздзеянне магнітнага поля на атам вадароду. Няхай электрон у атаме вадароду рухаецца па кругавой арбіце, што перпендыкулярная магнітнай індукцыі знешняга поля **B**, хуткасць яго $v$ накіравана так, як паказана на рыс. 13.6. Арбітальны магнітны момант электрона накіраваны ўздоўж вектара **B**. Пры адсутнасці вонкавага поля (B = 0) цэнтраімклівая сіла роўная кулонаўскай сіле прыцяжэння электрона да ядра: $F_к = mv^2/r = m\omega r$, дзе $m$ — маса электрона; $r$ — радыус яго арбіты; $\omega$ — кругавая частата.



Рыс. 13.6.

Пры ўключэнні магнітнага поля на электрон будзе дзейнічаць сіла Лорэнца, $F_л = evB$, якая накіравана ўздоўж радыуса ўправа. Цэнтраімклівая сіла змяншаецца, што выклікае змяненне вуглавой хуткасці на велічыню $\Delta\omega$.

Запішам раўнанне руху электрона ў магнітным полі:

$$mr(\omega + \Delta\omega)^2 = F_к - evB.$$

Улічваючы, што $F_к = m\omega^2 r$, $v = \omega r$ і $(\Delta\omega)^2 << \Delta\omega$, атрымаем

$$\Delta\omega = -eB/(2m). \qquad (13.10)$$

Такім чынам, хуткасць электрона памяншаецца. Змяненне вуглавой хуткасці электрона на $\Delta\omega$ выклікае змяненне арбітальнага магнітнага моманту электрона на $\Delta p_m$.

Арбітальны магнітны момант $p_m = ev/(2r) = e\omega r^2/2$. Таму $\Delta p_m = e\Delta\omega r^2/(2m)$, а з улікам (13.10) $\Delta p_m = -e^2 r^2 B/(4m)$. У вектарнай форме

$$\Delta \mathbf{p}_m = -e^2 r^2/(4m)\mathbf{B}. \qquad (13.11)$$

Знак «мінус» у формуле (13.11) паказвае, што прырашчэнне магнітнага моманту $\Delta p_m$ накіравана супраць вонкавага поля **В**.

Калі змяніць напрамак вектара індукцыі **В** (або хуткасці) (рыс. 13.6) на процілеглы, то вуглавая хуткасць вярчэння будзе не памяншацца, а нарастаць. Арбітальны магнітны момант электрона $p_m$ таксама павялічыцца, але яго прырашчэнне $\Delta p_m$, як і раней, будзе накіравана супраць вонкавага поля **В**.

Калі магнітнае поле накіравана так, што вектар магнітнай індукцыі **В** (рыс. 13.7) утварае вугал $\alpha$ з вектарам арбітальнага магнітнага моманту $\mathbf{p}_m$ (а ён заўсёды перпендыкулярны плоскасці арбіты), то ўплыў поля будзе больш складаным.

Рыс. 13.7.

Англійскі фізік Д. Лармор (1857—1942) у 1895 г. даказаў тэарэму, з якой вынікае, што не вельмі моцнае аднароднае магнітнае поле не змяняе рух электрона вакол ядра, але арбіта электрона атрымлівае дадатковае вярчэнне (прэцэсію) вакол вонкавага поля **В** з пастаяннай вуглавой хуткасцю $\vec{\omega}_L = e/(2m)\mathbf{B}$, якую называюць вуглавой хуткасцю ларморавай прэцэсіі або частатой Лармора.

Частата Лармора не залежыць ні ад вугла нахілу арбіты ні ад яе радыуса, ні ад хуткасці электрона і таму мае аднолькавае значэнне для ўсіх электронаў, што ўваходзяць у састаў атама.

Прэцэсію арбіты электрона можна разглядаць як кругавы ток

$$I = e/T = e\omega_L/(2\pi) = -e^2B/(4\pi m).$$

Гэты ток стварае магнітны момант

$$\Delta p_m = I\pi(r')^2 = -e(r')^2 B/(4\pi m) , \qquad (13.12)$$

дзе $r'$ — радыус праекцыі арбіты электрона на плоскасць, што перпендыкулярная B. Пры руху электрона па арбіце $r'$ увесь час змяняецца. Таму ў формуле (13.12) замест $(r')^2$ патрэбна браць яго сярэдняе ў часе значэнне $<(r')^2>$, якое залежыць ад вугла $\alpha$. Разлікі даюць

$$<(r')^2> = 2/3\ r^2 . \qquad (13.13)$$

Калі выраз (13.13) падставіць у формулу (13.12), то атрымаем сярэдняе значэнне індукаванага магнітнага моманту электрона:

$$\Delta p_m = -e^2 r^2 B/(6m). \qquad (13.14)$$

Арбіта можа быць не толькі кругавой, але і эліптычнай, таму ў формулу (13.14) замест $r^2$ патрэбна падставіць $<r^2>$.

Вылічым магнітны момант адзінкі аб'ёму рэчыва:

$$I_m = nz\Delta p_m = -nze^2 <r^2> B/(6m),$$

дзе $n$ — канцэнтрацыя атамаў; $z$ — колькасць электронаў у атаме. З улікам, што $I_m = \varkappa_m H = \varkappa_m B/\mu_0$, знойдзем магнітную ўспрымальнасць дыямагнетыка:

$$\varkappa_m = -nz\mu_0 e^2 <r^2>/(6m). \qquad (13.15)$$

Усе велічыні, што ўваходзяць у правую частку формулы (13.15), ўдадатныя, таму $\varkappa_m$ заўсёды адмоўная. Зробім ацэнку магнітнай успрымальнасці цвёрдага дыямагнетыка згодна з формулай (13.15). Калі $r = 10^{-8}$ см, $n_0 = 10^{28}$ м$^{-3}$, то атрымаем $\varkappa_m = z \cdot 10^{-7}$, што адпавядае эксперыментальным даным.

З формулы (13.15) вынікае, што магнітная ўспрымальнасць дыямагнетыкаў не залежыць ад тэмпературы.

Арбітальны рух электронаў уласцівы ўсім атамам і малекулам, таму дыямагнетызм — з'ява універсальная, характэрная для ўсіх

рэчываў. Але дыямагнітныя ўласцівасці назіраюцца толькі ў тых рэчывах, у якіх пры адсутнасці вонкавага поля магнітныя моманты атамаў роўныя нулю. Дыямагнетыкамі з'яўляюцца такія элементы, як фосфар, сера, сурма, вісмут, ртуць, золата, срэбра, медзь і іншыя, а таксама большасць хімічных злучэнняў (у тым ліку вада і большасць арганічных рэчываў).

Магнітныя ўспрымальнасці некаторых дыямагнетыкаў прыведзены ў табл. 13.1.

*Таблица 13.1*

| Дыямагнетыкі | $\varkappa_m \cdot 10^6$ | Дыямагнетыкі | $\varkappa_m \cdot 10^6$ |
|---|---|---|---|
| Вадарод | —0,06 | Медзь | —10,3 |
| Гелій | —1,9 | Вада | —13 |
| Неон | —7,2 | Кварц | —15 |
| Аргон | —19,4 | Вісмут | —17,6 |

## 13.5. Парамагнетызм

Парамагнетызм назіраецца ў тых рэчывах, атамы і малекулы якіх маюць уласныя магнітныя моманты. Пры адсутнасці вонкавага магнітнага поля магнітныя моманты атама арыентаваны хаатычна, магнітны момант адзінкі аб'ёму цела роўны нулю. Пры наяўнасці вонкавага магнітнага поля магнітныя моманты атама імкнуцца размясціцца ўздоўж поля. Цеплавы рух атамаў перашкаджае такой іх арыентацыі. У выніку ўзнікае некаторая пераважная арыентацыя магнітных момантаў атамаў у напрамку поля. Яна тым большая, чым большая індукцыя поля B, і тым меншая, чым большая тэмпература $T$.

П. Кюры (1859—1906) у 1895 г. эксперыментальна ўстанавіў закон, згодна з якім магнітная ўспрымальнасць парамагнітнага рэчыва

$$\varkappa_m = C/T, \tag{13.16}$$

дзе $C$ — пастаянная Кюры, што залежыць ад роду рэчыва; $T$ — абсалютная тэмпература.

Класічная тэорыя парамагнетызму была створана ў 1905 г. французскім фізікам П. Ланжэвенам (1872—1946). Ён зыходзіў з таго, што пры адсутнасці магнітнага поля магнітныя моманты атамаў арыентаваны хаатычна, а магнітнае поле аказвае на іх арыентуючае дзеянне.

Праекцыя магнітнага моманту атамаў $p_m$ на напрамак поля

$$(p_m)_B = p_m \cos\theta,$$

дзе $\theta$ — вугал паміж $p_m$ і B; ён розны для розных атамаў і змяняецца з часам. Таму будзем разглядаць сярэдняе значэнне праекцыі:

$$\langle (p_m)_B \rangle = p_m \langle \cos\theta \rangle. \quad (13.17)$$

Пры адсутнасці поля $\langle \cos\theta \rangle = 0$. Пры наяўнасці поля $\langle \cos\theta \rangle$ залежыць ад стасунку патэнцыяльнай энергіі магнітных момантаў атамаў у магнітным полі ($p_m B$) да кінетычнай энергіі хаатычнага цеплавога руху ($kT$). Пры не вельмі моцных палях

$$\langle \cos\theta \rangle = p_m B/(3kT). \quad (13.18)$$

Падставім формулу (13.18) у (13.17) і атрымаем

$$\langle (p_m)_B \rangle = p_m B/(3kT).$$

Магнітны момант адзінкі аб'ёму (намагнічанасць)

$$I_m = \langle (p_m)_B \rangle n_0 = n_0 p_m^2 B/(kT),$$

дзе $n_0$ — канцэнтрацыя атамаў.

Улічваючы, што $I_m = \varkappa_m H = \varkappa_m B/\mu_0$, атрымаем

$$\varkappa_m = \mu_0 n_0 p_m^2/(3kT). \quad (13.19)$$

Параўнанне формул (13.19) і (13.16) дае магчымасць запісаць пастаянную Кюры

$$C = \mu_0 n_0 p_m^2/(3k). \quad (13.20)$$

Значэнне $C$, вылічанае паводле формулы (13.20), супадае з дослeдным.

З формулы (13.19) вынікае, што магнітная ўспрымальнасць парамагнетыкаў — велічыня дадатная ($\varkappa_m > 0$).

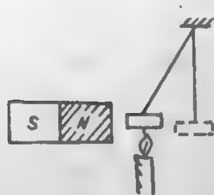
Да парамагнетыкаў адносяцца некаторыя газы (кісларод, азот), металы (алюміній, вальфрам, плаціна, магній, кальцый, хром), солі кобальту, нікелю, жалеза і інш. Магнітная ўспрымальнасць некаторых парамагнетыкаў прыведзена ў табл. 13.2.

| Парамагнетык | $\varkappa_m \cdot 10^6$ | Парамагнетык | $\varkappa_m \cdot 10^6$ |
|---|---|---|---|
| Азот | 0,013 | Эбаніт | 14 |
| Паветра | 0,38 | Алюміній | 23 |
| Кісларод | 1,9 | Вальфрам | 176 |
| Вадкі кісларод | 3400 | Плаціна | 360 |

## 13.6. Ферамагнетыкі, іх асноўныя ўласцівасці

Сярод парамагнетыкаў ёсць клас рэчываў, у якіх назіраецца спантаннае намагнічванне, г. зн. яны могуць быць намагнічаныя і пры адсутнасці вонкавага магнітнага поля. Гэтыя рэчывы атрымалі назву ферамагнетыкаў. Ферамагнетыкамі з'яўляюцца наступныя хімічныя элементы: жалеза, кобальт, нікель, гадаліній, тэрбій, дыспрозій, гольмій, эрбій, тулій. Ферамагнітныя ўласцівасці апошніх пяці рэдказямельных элементаў назіраюцца толькі пры вельмі нізкіх тэмпературах. Ферамагнетыкамі з'яўляюцца таксама сплавы некалькіх ферамагнітных элементаў, сплавы ферамагнітных элементаў з неферамагнітнымі і некаторыя сплавы неферамагнітных элементаў, у састаў якіх уваходзяць пераходныя элементы марганец або хром.

Ферамагнітныя ўласцівасці назіраюцца толькі тады, калі рэчывы знаходзяцца ў крышталічным стане. У вадкім або газападобным стане ферамагнітныя рэчывы з'яўляюцца парамагнетыкамі. Магнітныя ўласцівасці ферамагнетыкаў праяўляюцца выключна моцна. Іх намагнічанасць можа перавышаць намагнічанасць парамагнетыкаў у сотні тысяч разоў. Характэрнай асаблівасцю ферамагнетыкаў з'яўляюцца выключна вялікія магнітныя пранікальнасць і ўспрымальнасць, а таксама нелінейная залежнасць магнітнай індукцыі $B$ і намагнічанасці $I_m$ ад напружанасці магнітнага поля $H$.



Рыс. 13.8.

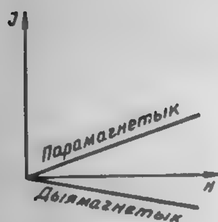
Для кожнага ферамагнетыка існуе пэўная тэмпература, вышэй за якую яго ферамагнітныя ўласцівасці знікаюць і рэчыва становіцца парамагнетыкам. Гэту тэмпературу называюць тэмпературай (пунктам) Кюры.

Тэмпература Кюры для жалеза 750 °С, для нікелю 365, а для кобальту 1000 °С. Наяўнасць пункта Кюры ў ферамагнетыкаў можна назіраць на доследзе.

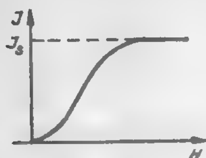
Пласцінка з нікелю, што падвешана на нітцы (рыс. 13.8), прыцягваецца да пастаяннага магніта. Калі да пласцінкі паднесці спіртоўку,

яна будзе награвацца, і праз некаторы час яе тэмпература стане вышэй за пункт Кюры. Сіла прыцяжэння аслабне і нітка адхіліцца ўправа. Праз некаторы час пласцінка астыне і зноў прыцягнецца магнітам.

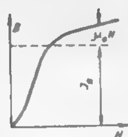
Намагнічанасць слабамагнітных рэчываў (парамагнетыкаў і дыямагнетыкаў) змяняецца з напружанасцю поля лінейна (рыс. 13.9). Залежнасць намагнічанасці ферамагнетыкаў ад напружанасці магнітнага поля (рыс. 13.10) больш складаная. Ужо пры невялікіх значэннях напружанасці магнітнага поля (для жалеза ~ 100 А/м) назіраецца насычэнне, і пры далейшым росце $H$ намагнічанасць застаецца пастаяннай і роўнай $I_s$.



Рыс. 13.9.



Рыс. 13.10.



Рыс. 13.11.

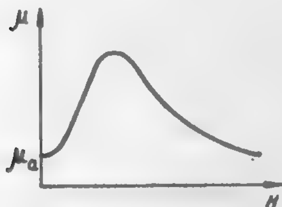
На рыс. 13.11 прыведзена залежнасць магнітнай індукцыі $B$ ад напружанасці поля $H$. З рысунка відаць, што пасля дасягнення насычэння індукцыя $B$ лінейна ўзрастае з ростам $H$. Тлумачыцца гэта тым, што $B = \mu_0 (H + I_m)$ і калі $I_m$ дасягае значэння $I_s$, то $B$ узрастае за кошт павелічэння $H$.

## 13.7. Гістэрэзіс. Работы А. Р. Сталетава

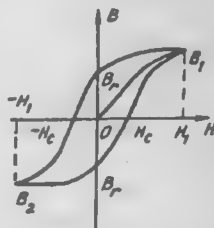
Першыя сістэматычныя доследы па вывучэнні магнітных уласцівасцей ферамагнетыкаў выканаў у 1872 г. выдатны рускі фізік А. Р. Сталетаў (1839—1896). Каб пазбегнуць уплыву формы ўзору ферамагнетыка на вынікі доследаў, ён прапанаваў два вельмі важныя метады магнітных вымярэнняў — метад таройда з замкнёным магнітным ланцугом і балістычнае вымярэнне намагнічанасці. Карыстаючыся гэтымі метадамі, Сталетаў вывучаў намагнічванне мяккага жалеза і ўстанавіў залежнасць магнітнай пранікалькасці ад напружанасці магнітнага поля $H$ (рыс. 13.12). З рысунка відаць, што пры малых напружанасцях поля магнітная пранікальнасць рэзка ўзрастае з павелічэннем $H$ і дасягае максімуму, а ў моцных палях імкнецца да адзінкі ($\mu \to 1$). Пачынаецца крывая $\mu = f(H)$ з некаторай велічыні $\mu_a$, што называецца пачатковай пранікальнасцю. Гэта крывая $\mu$ =

$= f(H)$ носіць назву крывой Сталетава. А. Р. Сталетаў заўважыў, што на велічыню $\mu$ уплывае папярэдняе намагнічванне ферамагнетыка. Разгледзім гэту з'яву.

Змесцім поўнасцю размагнічаны ферамагнітны стрыжань унутр доўгай катушкі і будзем павялічваць у ёй ток, пачынаючы з нуля. Пры нарастанні току будуць павялічвацца магнітнае поле току і намагнічванне стрыжня. Калі напружанасць поля павялічваецца ад нуля да $H_1$, то залежнасць $B = f(H)$ апісваецца крывой $OB_1$ (рыс. 13.13), якая называецца пачатковай крывой намагнічвання. Пачнём памяншаць ток у катушцы, а разам з ім і напружанасць поля ад $H_1$ да 0. Тады змяненне магнітнай індукцыі будзе апісвацца крывой $B_1 B_r$. Змяненне магнітнай індукцыі адстае ад змянення напружанасці поля. Гэта з'ява называецца магнітным гістэрэзісам. Пры $H = 0$ намагнічванне не знікае, застаецца астатковая індукцыя $B_r$.




Рыс. 13.12.




Рыс. 13.13.

Каб размагніціць ферамагнетык, патрэбна прыкласці магнітнае поле процілеглага напрамку, што можна зрабіць, калі змяніць напрамак току ў катушцы.

Напружанасць поля $-H_c$, пры якой індукцыя $B$ роўная нулю, называецца каэрцытыўнай сілай. Пры напружанасці поля $-H_1$ магнітная індукцыя роўная $B_2$. Калі напружанасць поля змяняць ад $-H_1$ да 0, то пры $H = 0$ індукцыя магнітнага поля роўная $-B_r$, ферамагнетык застаецца намагнічаным, але напрамак намагнічанасці процілеглы таму, што быў у полі $+H_1$. З ростам напружанасці ад 0 да $H_1$ індукцыя змяняецца па крывой $-B_r H_c B_1$. Атрымалася замкнёная крывая, якая называецца пятлёй гістэрэзіса. Пятля гістэрэзіса, якая апісвае намагнічванне ферамагнетыка ад насычэння ў адным напрамку да насычэння ў другім напрамку, называецца максімальнай.

Сапраўдныя значэнні каэрцытыўнай сілы $H_c$ і астатковай індукцыі $B_r$ можна атрымаць толькі на максімальнай пятлі гістэрэзісу.

Існаванне астатковага намагнічвання дае магчымасць рабіць пастаянныя магніты. Пастаянны магніт захоўвае свае ўласцівасці тым лепш, чым большая каэрцытыўная сіла рэчыва, з якога ён зроблены.

Ферамагнетыкі падзяляюцца на дзве вялікія групы: магнітамяккія (з малымі значэннямі $H_c$) і магнітацвёрдыя (з вялікімі значэннямі $H_c$ ).

Магнітамяккія ферамагнетыкі амаль цалкам страчваюць намагнічанасць, калі іх выдаляюць з магнітнага поля, і таму выкарыстоўваюцца ў тых прыборах, апаратах і машынах, ў якіх яны бесперапынна перамагнічваюцца (напрыклад, у трансфарматарах, электрарухавіках). Магнітацвёрдыя ферамагнетыкі застаюцца намагнічанымі і пасля выдалення іх з магнітнага поля, што дае магчымасць выкарыстоўваць іх для вырабу пастаянных магнітаў, магнітафонных стужак, элементаў ЭВМ і інш.

## 13.8. Прырода ферамагнетызму

Ферамагнетыкі з'яўляюцца моцна магнітнымі рэчывамі. Аднак атамы ферамагнітных рэчываў па сваіх магнітных уласцівасцях не адрозніваюцца ад атамаў парамагнетыкаў.

Элементарнымі носьбітамі магнетызму і ў парамагнетыках і ў ферамагнетыках з'яўляюцца электроны. Доследы Эйнштэйна і дэ Гааза паказалі, што ферамагнетызм выклікаецца спінавымі магнітнымі момантамі электронаў. Але чаму спіны электронаў ствараюць ферамагнетызм толькі ў некаторых рэчывах? Звычайна ў атамах спіны электронаў папарна кампенсуюцца, таму ферамагнітнымі могуць быць толькі тыя элементы, атамы якіх маюць нескампенсаваныя спіны. Вывучэнне будовы атамаў ферамагнітных рэчываў паказала, што ў незапоўненых электронных абалонках ёсць нескампенсаваныя спіны. Напрыклад, *M*-абалонка жалеза ўтрымлівае 14 электронаў, з якіх 10 маюць папарна скампенсаваныя спіны, а ў чатырох электронаў спіны нескампенсаваныя. Гэтыя электроны адносяцца да так званай *d*-падгрупы. Аднак наяўнасць унутраных незапоўненых абалонак у атаме з'яўляецца неабходнай, але недастатковай ўмовай для ўзнікнення ферамагнетызму. Напрыклад, незапоўненыя абалонкі ёсць у атамаў марганцу, хрому, ванадзію, аднак ферамагнетыкамі яны не з'яўляюцца.

Ферамагнетызм — гэта ўласцівасць крышталічных цел, і абумоўлена яна асаблівасцямі ўзаемадзеяння спінаў электронаў у крышталях.

Характэрнай асаблівасцю ферамагнітных рэчываў з'яўляецца тое, што яны ў слабых магнітных палях намагнічваюцца амаль да поўнага насычэння. Да насычэння можна намагніціць і парамагнетык, але для гэтага патрэбна вельмі моцнае магнітнае поле. Таму лічаць, што ў ферамагнетыках існуюць нейкія сілы, якія выклікаюць арыентацыю магнітных момантаў. Такія меркаванні ўпершыню ў 1892 г. выказаў

рускі фізік Б. П. Розінг (1869—1933), але ў той час яны не атрымалі развіцця.

У 1907 г. французскі фізік П. Вейс (1865—1940) на падставе меркаванняў аб існаванні ў ферамагнетыках «малекулярнага поля» распрацаваў тэорыю намагнічвання ферамагнетыкаў, якая дазволіла апісаць іх асноўныя ўласцівасці. Ферамагнетык пры адсутнасці вонкавага поля можа быць і ненамагнічаным. Таму П. Вейс выказаў другую гіпотэзу, згодна з якой ферамагнітны крышталь складаецца з вялікай колькасці вельмі малых участкаў — даменаў. Кожны дамен спантанна намагнічаны да насычэння, але магнітныя моманты асобных даменаў накіраваны ў розныя бакі. Таму пры адсутнасці вонкавага магнітнага поля магнітны момант ферамагнетыка роўны нулю.

Фізічная прырода малекулярнага поля Вейса доўга заставалася незразумелай і была высветлена ў 1928 г. Я. І. Фрэнкелем (1894—1952) і В. Гейзенбергам (1901—1976). Яны даказалі, што ўпарадкаваная арыентацыя спінаў у даменах выклікаецца сіламі абменнага ўзаемадзеяння электронаў. Растлумачыць існаванне гэтых сіл з пункту гледжання класічнай фізікі нельга, але ўяўленне аб іх можна атрымаць наступным чынам.

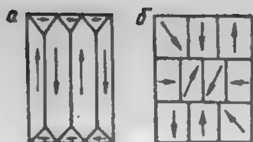
Калі правесці разлікі сіл ўзаемадзеяння электронаў і ядзер атамаў ферамагнетыка на падставе класічнай тэорыі, карыстаючыся законам Кулона, а потым на падставе раўнання квантавай механікі, то, каб атрымаць аднолькавыя (узгодненыя) вынікі, патрэбна ўлічваць не толькі сілы Кулона, а яшчэ і нейкія сілы, што атрымалі назву абменных.

Эксперыментальна немагнітная прырода малекулярнага поля Вейса была даказана ў 1927 г. Я. Г. Дорфманам (1899—1974). Праз намагнічаную да насычэння тонкую ферамагнітную фальгу з нікелю прапускаўся пучок электронаў ад радыеактыўнага рэчыва. На фотапласцінцы рэгістравалася адхіленне пучка, якое аказалася значна меншым, чым магло быць пры ўмове, што поле Вейса з'яўляецца магнітным.

Існаванне даменаў было эксперыментальна даказана ў 1931 г. амерыканскім фізікам Ф. Бітэрам (1902—1967) і незалежна ад яго ў 1934 г. беларускім фізікам Н. С. Акулавым (1900—1976). Добра адшліфаваная паверхня поўнасцю размагнічанага ферамагнетыка пакрывалася тонкай плёнкай вадкасці з завіслым у ёй найтанчэйшым парашком жалязняку і назіралася ў мікраскоп. Часцінкі парашку асядалі пераважна на тых месцах паверхні, дзе магнітнае поле, створанае даменамі, было неаднародным, г. зн. каля межаў даменаў. Гэта дало магчымасць вызначыць памеры і форму даменаў, а таксама назіраць змены, якія адбываюцца з імі, пры змяненні вонкавага магнітнага поля.

Зараз распрацаваны іншыя, больш дасканалыя метады вывучэння даменнай структуры ферамагнетыкаў (напрыклад, магнітааптычныя метады, назіранне з дапамогай электроннага мікраскопа і інш.).

Памеры і форма даменаў у монакрышталях і полікрышталях розныя. У монакрышталях ёсць напрамкі больш лёгкага намагнічвання і дамены маюць правільную форму, напрыклад такую, як на рыс. 13.14, *а*. Форма даменаў у полікрышталічным узоры залежыць ад выпадковага размяшчэння і формы асобных монакрышталікаў (рыс. 13.14, *б*).



Рыс. 13.14.

# 14. КВАЗІСТАЦЫЯНАРНЫЯ ТОКІ

## 14.1. Умовы квазістацыянарнасці току

Пастаянны (стацыянарны) ток у любы момант часу мае адно і тое ж значэнне. Ток, які з цягам часу змяняецца па велічыні або па велічыні і напрамку, называюць пераменным. Пераменны ток, імгненнае значэнне якога аднолькавае ва ўсіх папярочных сячэннях праваднiка, называецца квазістацыянарным. Звычайна пад пераменным разумеюць ток, які змяняецца ў часе згодна з гарманічным законам $i = I_m \sin(\omega t + \varphi_0)$, дзе $i$ — імгненнае значэнне току; $I_m$ — яго амплітуднае значэнне; $\omega = 2\pi f = 2\pi / T$ — кругавая частата; $f$ — частата току; $T$ — яго перыяд; $\varphi_0$ — пачатковая фаза.

У большасці краін частата прамысловага пераменнага току $f = 50$ Гц (у ЗША і Японii — 60 Гц). У замкнёным ланцугу пераменны ток узнікае пад уздзеяннем пераменнай ЭРС. Пры змяненні ЭРС на канцах ланцуга электрычнае поле не можа змяніцца імгненна ва ўсім ланцугу. Таму ток у дадзены момант часу ў розных сячэннях неразгалінаванага ланцуга можа мець неаднолькавыя значэнні. Аднак пры малой частаце ваганняў ЭРС і не вельмі вялікай даўжыні ланцуга час распаўсюджвання змяненняў поля ў ланцугу $\tau$ значна меншы за перыяд ваганняў $T$, і таму можна лічыць, што імгненнае значэнне току ў любым сячэнні ланцуга будзе аднолькавае. Пераменны ток, для якога выконваецца ўмова $\tau << T$, называюць квазістацыянарным. У якасці прыклада вызначым даўжыню ланцуга $l$, пры якой ток частатой $f = 50$ Гц можна лічыць квазістацыянарным. Час распаўсюджвання змяненняў поля ў ланцугу $\tau = l/c$, дзе $c$ — хуткасць распаўсюджвання змяненняў поля, роўная хуткасці святла ($c = 3 \cdot 10^8$ м/с). Перыяд ваганняў $T = 1/f$, таму $\tau = l/c <<$ $<< T = 1/f$. Адсюль $l \ll c/f = 3 \cdot 10^8$ м/с$/50$ с$^{-1} = 60 \cdot 10^6$ м.

Такім чынам, ток прамысловай частаты можна лічыць квазістацыянарным пры даўжыні ланцуга ў некалькі сотняў кіламетраў. Пры даўжыні ланцуга не больш, чым 1 м, квазістацыянарным будзе пера-

менны ток частатой $10^7$ Гц. Квазістацыянарны ток з цягам часу змяняецца, але яго імгненнае значэнне можна разглядаць як адпаведны стацыянарны ток і прымяняць да яго тыя законы, што характэрныя для пастаяннага току (напрыклад, закон Ома, правілы Кірхгофа).

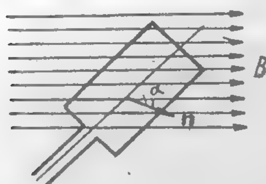
### 14.2. Атрыманне пераменнай ЭРС

Пераменнае сінусоіднае напружанне ў лініях пераменнага току ствараецца генератарамі пераменнага току. Каб зразумець прынцып дзеяння такога генератара, разгледзім драцяную рамку, што верціцца з пастаяннай вуглавой хуткасцю $\omega$ у аднародным магнітным полі індукцыяй $B$ (рыс. 14.1). Вось вярчэння рамкі перпендыкулярная напрамку ліній магнітнай індукцыі, плошча рамкі $S$. Паток магнітнай індукцыі, што пранізвае рамку, $\Phi = BS\cos\alpha$, дзе $\alpha$ — вугал паміж вектарамі нармалі рамкі $\mathbf{n}$ і магнітнай індукцыі $\mathbf{B}$.

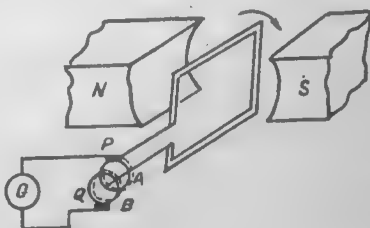
Пры раўнамерным вярчэнні рамкі з вуглавой хуткасцю $\omega$ $\alpha = \omega t$, паток $\Phi = BS\cos\omega t$ і, згодна з законам электрамагнітнай індукцыі, у рамцы ўзнікае ЭРС

$$\mathscr{E}_i = -d\Phi/dt = BS\omega\sin\omega t = \mathscr{E}_m\sin\omega t,$$

дзе $\mathscr{E}_m = BS\omega$ — максімальнае значэнне (амплітуда) ЭРС індукцыі.



Рыс. 14.1.



Рыс. 14.2.

Максімальнае значэнне ЭРС залежыць ад індукцыі поля $B$, плошчы рамкі $S$ і вуглавой хуткасці $\omega$ яе вярчэння. Узрастанне $B$ і $S$ выклікае неабходнасць павелічэння габарытаў генератара. Таму пры пэўных габарытах генератара павялічыць амплітуду ЭРС можна толькі за кошт павелічэння хуткасці вярчэння $\omega$. Аднак гэта прыводзіць да ўзрастання страт энергіі ў сардэчніках і правадах, таму частата прамысловага току $f = 50$ Гц ($\omega = 2\pi f = 314$ с$^{-1}$) з'яўляецца найбольш аптымальнай.

Калі рамку замкнуць на гальванометр, што можна зрабіць з дапамогай кольцаў $A$ і $B$, далучаных да канцоў рамкі, і шчотак $P$ і $Q$ (рыс. 14.2), то ў ёй будзе праходзіць пераменны ток, аб чым сведчаць ваганні стрэлкі гальванометра. З дапамогай кольцаў і шчотак рамку можна далучыць да вонкавага ланцуга. У ланцугу, ёмістасць і індуктыўнасць якога можна не ўлічваць, пад уздзеяннем пераменнай ЭРС узнікае пераменны ток, які змяняецца па тым жа законе, што і ЭРС:

$$i = \mathcal{E}/R = \mathcal{E}_m/R \sin \omega t = I_m \sin \omega t,$$

дзе $R$ — актыўнае супраціўленне ланцуга (сумесна з рамкай).

Актыўнае супраціўленне праваднiка $R$ пераменнаму току звычайна большае за яго амічнае супраціўленне $R_0 = \rho l/S$ пастаяннаму току. Выклікана гэта наяўнасцю паверхневага эфекту. Аднак для токаў прамысловай частаты ($f = 50$ Гц) адрозненне паміж $R$ і $R_0$ вельмі малое. Калі ў ланцугу пераменнага току ўзнікаюць страты энергіі на награванне дыэлектрыкаў у кандэнсатарах або сардэчнікаў пры іх перамагнічванні, то іх характарызуюць супраціўленнем страт $R_{ст}$ і ўключаюць у актыўнае супраціўленне.

## 14.3. Дзейнае і сярэдняе значэнні пераменнага току

Пераменны ток выклікае такія ж дзеянні, як і пастаянны ток. Для характарыстыкі пераменнага току будзем карыстацца тым яго дзеяннем, што не залежыць ад напрамку току, а менавіта — цеплавым.

*Дзейным (эфектыўным) значэннем пераменнага току* будзем лічыць такі пастаянны ток, што вылучае ў праваднiку тую ж колькасць цеплыні, што і пераменны ток за той жа час. Згодна з законам Джоўля—Ленца, пры пастаянным току $I$ (і роўным яму дзейным значэннем пераменнага току) у некаторым актыўным супраціўленні $R$ за час, роўны перыяду $T$ пераменнага току, вылучыцца колькасць цеплыні

$$Q = I^2 RT. \tag{14.1}$$

Колькасць цеплыні $dQ$, што вылучыцца пераменным токам у тым жа супраціўленні $R$ за прамежак часу $dt$, на працягу якога імгненнае значэнне току $i$ можна лічыць нязменным: $dQ = i^2 Rdt$.

За час, роўны перыяду $T$, вылучыцца

$$Q = \int_0^T i^2 R dt.$$

Улічваючы (14.1), атрымаем

$$I^2RT = \int_0^T i^2R dt,$$

адкуль

$$I = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T i^2 dt}\ . \qquad (14.2)$$

Формула (14.2) вызначае дзейнае значэнне пераменнага току пры адвольным законе яго змянення.

Для сінусоіднага току $i = I_m \sin \omega t$ атрымаем

$$I = I_m\sqrt{1/T \int_0^T \sin^2\omega t\, dt}\ .$$

З улікам таго, што $\int_0^T \sin^2\omega t = \int_0^T \cos^2\omega t\, dt$, можам запісаць:

$$\int_0^T \sin^2\omega t = \int_0^T 1/2(\sin^2\omega t + \cos^2\omega t)dt = T/2\,.$$

Таму

$$I = I_m \sqrt{1/T \cdot T/2} = I_m / \sqrt{2} = 0{,}707 I_m\,.$$

Гэта азначае, што дзейнае значэнне сінусоіднага пераменнага току ў 0,707 разоў меншае за яго максімальнае значэнне.

Такая ж сувязь існуе і паміж дзейнымі і максімальнымі значэннямі пераменнай ЭРС і пераменнага напружання:

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_m / \sqrt{2} = 0{,}707\mathcal{E}_m\,;\ U = U_m/\sqrt{2} = 0{,}707 U_m\,.$$

Менавіта дзейныя значэнні току і напружання рэгіструюць амперметры і вальтметры пераменнага току цеплавой, электрадынамічнай, электрамагнітнай і электрастатычнай сістэм, у якіх адхіленне стрэлкі прапарцыйнае квадрату току або напружання.

Сярэдняе значэнне сінусоіднага току за перыяд роўнае нулю. Таму знаходзяць сярэдняе значэнне пераменнага току за палавіну перыяду:

$$I_c = 2/T\int_0^{T/2} i dt = 2I_m/T \int_0^{T/2} \sin\omega t\, dt .$$

Улічваючы, што

$$\int_0^{T/2} \sin\omega t\, dt = -1/\omega[\cos\omega t]_0^{T/2} = -T/(2\pi)(\cos\pi - \cos 0) = T/\pi ,$$

атрымаем

$$I_c = 2I_m/T \cdot T/\pi = 2I_m/\pi = 0{,}637 I_m .$$

Аналагічна для напружання і ЭРС:

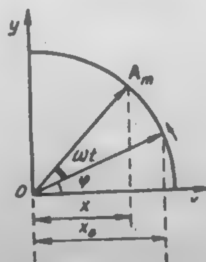
$$U_c = 2/\pi\, U_m = 0{,}637 U_m ; \; \mathcal{E}_c = 2/\pi \mathcal{E}_m = 0{,}637 \mathcal{E}_m .$$

Сярэднія значэнні току і напружання рэгіструюць амперметры і вальтметры дэтэктарнай сістэмы, хаця градуіруюцца яны звычайна ў дзейных значэннях сінусоіднага току.

## 14.4. Метады вектарных дыяграм і комплексных амплітуд

У ланцугах пераменнага току, акрамя актыўных супраціўленняў, амаль заўсёды ёсць катушкі індуктыўнасці і кандэнсатары. Таму з'явы, што адбываюцца ў ланцугах пераменнага току, больш складаныя, чым у ланцугах пастаяннага току. Складаным з'яўляецца і матэматычнае апісанне гэтых з'яў. Але калі карыстацца адпаведнымі метадамі, што распрацаваны ў электратэхніцы, то матэматычнае апісанне з'яў у ланцугах пераменнага току амаль не адрозніваецца ад іх апісання ў ланцугах пастаяннага току. Такімі метадамі з'яўляюцца метад вектарных дыяграм і метад комплексных амплітуд, якія часта называюць сімвалічным метадам.

Сутнасць метаду вектарных дыяграм заключаецца ў наступным. На плоскасці праводзяць адвольную вось $OX$ (рыс. 14.3), а гарманічнае ваганне $x = A_m\cos(\omega t + \varphi)$ прадстаўляюць вектарам $\mathrm{A}_m$, модуль якога роўны амплітудзе ваганняў $A_m$, а вугал паміж воссю $OX$ і вектарам $\mathrm{A}_m$ — вуглу пачатковай фазы ваганняў $\varphi$.




Рыс. 14.3.

Пры вярчэнні вектара $\mathrm{A}_m$ супраць стрэлкі гадзінніка з вуглавой частатой $\omega$ яго праекцыя на вось $OX$ у любы момант часу.

$$x = A_m \cos(\omega t + \varphi).$$

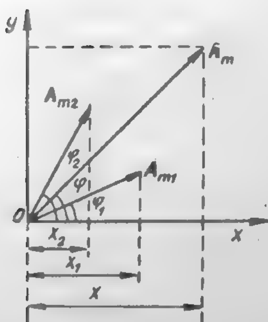
У момант часу $t = 0$ $x = x_0$ (рыс. 14.3). Пад $x$ можна разумець імгненныя значэнні току, напружання або ЭРС, калі замест вектара $A_m$ браць вектар амплітуды току $\mathrm{I}_m$, напружання $\mathrm{U}_m$ або ЭРС $\mathcal{E}_m$. Выкарыстанне метаду вектарных амплітуд, напрыклад, значна спрашчае рашэнне задачы аб складанні ваганняў. Замест алгебраічнага складання праекцый

$$x_1 + x_2 = A_{m1} \cos(\omega t + \varphi_1) + A_{m2} \cos(\omega t + \varphi_2)$$

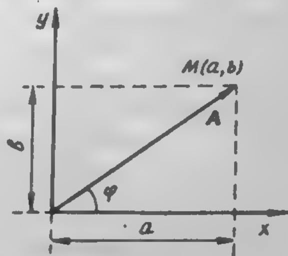
вектарна складаюць амплітуды $\mathrm{A}_m = \mathrm{A}_{m1} + \mathrm{A}_{m2}$ і знаходзяць праекцыю $x$ вектара $\mathrm{A}_m$ на вось $OX$:

$$x = A_m \cos(\omega t + \varphi).$$

Метад комплексных амплітуд (сімвалічны метад) заснаваны на выкарыстанні комплексных лікаў. Каб усвядоміць сутнасць гэтага метаду, будзем лічыць плоскасць $XY$ плоскасцю комплексных лікаў: $a + jb$, $j = \sqrt{-1}$.




Рыс. 14.4.




Рыс. 14.5.

Любы пункт $M$ $(a, b)$ (рыс. 14.5) на комплекснай плоскасці адлюстроўвае комплексны лік: $\dot{A} = a + jb$, дзе $a$ — рэчыўная, а $jb$ — уяўная часткі комплекснага ліку. Каб адрозніваць комплексны лік ад рэчыўнага, будзем над ім зверху ставіць кропку ($\dot{A}$).

Даўжыня вектара $A_m$ называецца модулем комплекснага ліку ($\dot{A} = a + jb$) і абазначаецца $|\dot{A}|$. Ён роўны $|\dot{A}| = \sqrt{a^2 + b^2}$. Вугал $\varphi$, што ўтварае вектар $A_m$ з воссю $OX$, называюць аргументам комплекснага ліку: $\varphi = \mathrm{arctg}\ b/a$.

З улікам таго, што $a = A_m \cos\varphi$, $b = A_m \sin\varphi$, комплексны лік $\dot{A}$ можна запісаць у выглядзе

$$\dot{A} = A_m(\cos\varphi + j\sin\varphi) .$$

З матэматыкі вядома, што $\cos\varphi + j\sin\varphi = e^{j\varphi}$, таму $\dot{A} = A_m e^{j\varphi}$.

Калі пункт $M(a, b)$ верціцца з вуглавой хуткасцю $\omega$, аргумент комплекснага ліку будзе $\omega t + \varphi$ і

$$\dot{A} = A_m e^{j(\omega t+\varphi)} = A_m e^{j\varphi} e^{j\omega t} = \dot{A}_m e^{j\omega t} ,$$

дзе $\dot{A}_m = A_m e^{j\varphi}$.

Комплексную велічыню $\dot{A} = A_m e^{j\varphi}$, што характарызуе адначасова амплітуду гарманічнага вагання $A_m$ і яго пачатковую фазу $\varphi$, называюць комплекснай амплітудай.

Комплексныя выражэнні самі па сабе не адпавядаюць ніякім фізічным велічыням. Фізічныя велічыні заўсёды рэчыўныя. Таму і ў выніку матэматычных аперацый павінны атрымлівацца рэчыўныя велічыні. Але больш проста такія ж вынікі можна атрымаць, калі рэальныя фізічныя велічыні замяніць комплекснымі, правесці над імі адпаведныя разлікі, атрымаць комплексную велічыню і ўзяць толькі яе рэчыўную частку. Гэта магчыма таму, што разлікі з комплекснымі лікамі выконваюцца значна лягчэй, чым з трыганаметрычнымі функцыямі. Напрыклад, пры складанні (адыманні) комплексных лікаў асобна складаюцца (адымаюцца) іх рэчыўныя і ўяўныя часткі:

$$(a_1 + jb_1) \pm (a_2 + jb_2) = (a_1 \pm a_2) + j(b_1 \pm b_2).$$

Пры множанні (дзяленні) комплексных лікаў множацца (дзеляцца) іх модулі і складаюцца (адымаюцца) іх аргументы:

$$\dot{A}\dot{B} = A_m e^{j\varphi_1} B_m e^{j\varphi_2} = A_m B_m e^{j(\varphi_1+\varphi_2)} ;$$

$$\dot{A}/\dot{B} = A_m e^{j\varphi_1}/(B_m e^{j\varphi_2}) = A_m/B_m e^{j(\varphi_1 - \varphi_2)} .$$

Множанне комплекснай велічыні $\dot{A} = A_m e^{j\varphi}$ на $e^{j\alpha}$ раўназначна павароту вектара $A_m$ на вугал $\alpha$ ў напрамку супраць стрэлкі гадзінніка.

Калі $\alpha = \pi/2$, то $e^{j\pi/2} = \cos \pi/2 + j \sin \pi/2 = j$.

Такім чынам, множанне комплекснага ліку на $j$ раўназначнае павароту вектара на вугал 90° супраць стрэлкі гадзінніка.

Множанне на $-j = 1/j$ раўназначна павароту вектара на $\pi/2$ у напрамку руху стрэлкі гадзінніка.

Комплексныя лікі $\dot{A}$ і $\dot{A}^*$, што адрозніваюцца толькі знакам аргумента, называюцца спалучанымі:

$$\dot{A} = A_m e^{j\varphi} \; ; \; \dot{A}^* = A_m e^{-j\varphi} .$$

Здабытак спалучаных комплексных лікаў роўны квадрату амплітуды ваганняў:

$$\dot{A}\,\dot{A}^* = A_m e^{j\varphi} A_m e^{-j\varphi} = A_m^2 .$$

Дыферэнцаванне і інтэграванне замяняюцца простымі аперацыямі множання і дзялення.

Сапраўды, калі $\dot{A} = A_m e^{j(\omega t+\varphi)}$ ,

то

$$d/dt\dot{A} = d/dt(A_m e^{j\varphi} e^{j\omega t}) = A_m e^{j\varphi} \frac{d}{dt} e^{j\omega t} =$$

$$= j\omega A_m e^{j\varphi} e^{j\omega t} = j\omega A_m e^{j(\omega t+\varphi)} =$$

$$= \omega A_m e^{j(\omega t+\varphi+\pi/2)} .$$

Такім чынам, дыферэнцаванне комплекснай велічыні зводзіцца да множання модуля на $\omega$ і павелічэння пачатковай фазы на $\pi/2$.

Інтэграванне раўназначна дзяленню модуля на $\omega$ і памяншэнню фазы на $\pi/2$. Сапраўды,

$$\int \dot{A} dt = \int A_m e^{j\varphi} e^{j\omega t} \, dt = A_m/(j\omega) e^{j(\omega t+\varphi)} =$$

$$= A_m/\omega e^{j(\omega t+\varphi-\pi/2)} .$$

## 14.5. Актыўнае супраціўленне ў ланцугу пераменнага току

Каб лепш зразумець з'явы, што адбываюцца ў ланцугах пераменнага току, якія ўтрымліваюць розныя элементы (рэзістары, катушкі індуктыўнасці, кандэнсатары), разгледзім спачатку найбольш простыя прыклады.

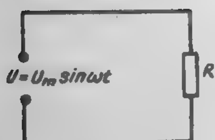
Няхай ланцуг, да якога падведзена напружанне $U = U_m \sin \omega t$, уяўляе сабой актыўнае супраціўленне $R$ (рыс. 14.6).

Будзем лічыць, што ўмовы квазістацыянарнасці выконваюцца, і таму для знаходжання імгненнага значэння току прыменім закон Ома:

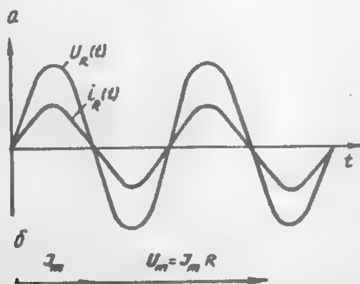
$$i = U/R = U_m /R \sin\omega t = I_m \sin \omega t, \qquad (14.3)$$

дзе $I_m = U_m /R$ — амплітуда току.

Такая ж сувязь існуе і паміж дзейнымі значэннямі току і напружання: $I = U/R$.




Рыс. 14.6.




Рыс. 14.7.

З выразу (14.3) вынікае, што ў праваднiку з актыўным супраціўленнем ваганні току па фазе супадаюць з ваганнямі напружання. Графік залежнасці імгненных значэнняў напружанасці і току і вектарная дыяграма паказаны на рыс. 14.7, *а* і *б*.

## 14.6. Ёмістасць у ланцугу пераменнага току

Да ланцуга (рыс. 14.8), што ўтрымлівае кандэнсатар $C$, далучана пераменнае напружанне $U = U_m \cos \omega t$.

Будзем лічыць, што ёмістасць ланцуга сканцэнтравана ў кандэнсатары, а яго актыўнае супраціўленне $R = 0$. Згодна з другім правілам

Кірхгофа, $U = U_c$ , дзе $U_c$ — напружанне на абкладках кандэнсатара. Улічваючы, што $U_c = Q/C$, атрымліваем $Q = CU_m \cos\omega t$.

Ток у ланцугу

$$i = dQ/dt = d/dt\,(CU_m \cos \omega t) =$$

$$= -\omega CU_m \sin \omega t =$$

$$= \omega CU_m \cos(\omega t + \pi/2) = I_m \cos(\omega t + \pi/2), \qquad (14.4)$$

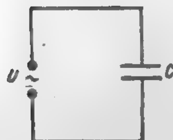
дзе $I_m = \omega CU_m$ — амплітуда току.

Велічыня $X_c = 1/(\omega C)$ называецца ёмістым супраціўленнем.

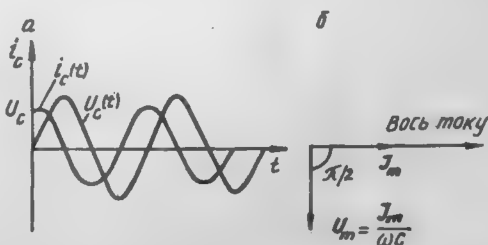
Ёмістае супраціўленне $X_c$ тым меншае, чым большая ёмістасць кандэнсатара $C$ і частата ваганняў $\omega$. Для пастаяннага току $\omega = 0$, таму $X_c \to \infty$ і пастаянны ток праз кандэнсатар не праходзіць.

У адзінках СІ ёмістае супраціўленне $X_c$ выражаецца ў омах.

З формулы (14.4) вынікае, што ток у ланцугу змяняецца згодна з тым жа законам, што і напружанне, але апярэджвае яго па фазе на $\pi/2$. Графік залежнасці току і напружання ад часу і вектарная дыяграма прыведзены на рыс. 14.9, *а* і *б*.




Рыс. 14.8.

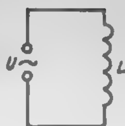



Рыс. 14.9.

Прычына адставання напружання ад току заключаецца ў тым, што пакуль ток ідзе ў адным напрамку, зарад на абкладках кандэнсатара (а значыць, і напружанне $U_c$ ) узрастае. Калі ток дасягне максімуму і пачне спадаць, зарад усё яшчэ ўзрастае і дасягае максімуму ў той момант, калі $i = 0$. Памяншэнне зараду і напружання на кандэнсатары пачынаецца толькі тады, калі ток змяняе свой напрамак.

## 14.7. Індуктыўнасць у ланцугу пераменнага току

Разгледзім ланцуг, што ўтрымлівае катушку індуктыўнасці (рыс. 14.10). Будзем лічыць, што актыўнае супраціўленне ланцуга і яго ёмістасць вельмі малыя, і іх можна не ўлічваць.




Рыс. 14.10.

Калі да катушкі падвесці пераменнае напружанне

$$U = U_m \cos \omega t, \tag{14.5}$$

у ёй узнікае ток, які выклікае ЭРС самаіндукцыі

$$\mathcal{E}_s = -L di/dt.$$

Згодна з другім правілам Кірхгофа,

$$U_m \cos \omega t - L di/dt = 0$$

або

$$L di/dt = U_m \cos \omega t. \tag{14.6}$$

Замест (14.6) можна запісаць:

$$di = U_m /L \cos \omega t \ dt.$$

У выніку інтэгравання атрымаем

$$i = U_m /(\omega L) \sin \omega t + C.$$

Пастаянная інтэгравання $C = 0$, бо няма падставы лічыць, што пераменнае напружанне выклікае пастаянны ток.

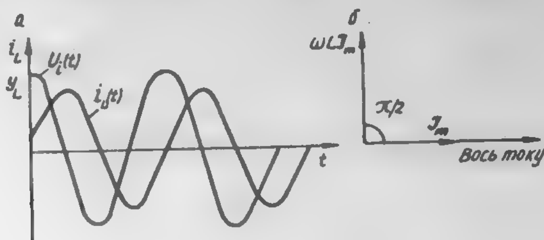
Таму

$$i = U_m /(\omega L) \sin \omega t = U_m /(\omega L) \cos(\omega t - \pi/2) =$$
$$= I_m \cos(\omega t - \pi/2), \tag{14.7}$$

дзе $I_m = U_m /(\omega L) = U_m /X_L$ — амплітуда току.

Велічыня $X_L = \omega L$ называецца індуктыўным супраціўленнем. У адзінках СІ $X_L$ выражаецца ў омах.

Калі параўнаць выразы (14.5) і (14.7), то можна бачыць, што ток у катушцы змяняецца, як і напружанне, па гарманічным законе, але адстае па фазе ад напружання на $\pi/2$.




Рыс. 14.11.

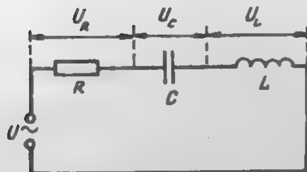
Графікі залежнасці напружання і току ў катушцы ад часу і вектарная даяграма паказаны на рыс. 14.11, *а* і *б*.

## 14.8. Закон Ома для ланцуга пераменнага току

Разгледзім сувязь паміж напружаннем і токам у ланцугу, дзе паслядоўна злучаны актыўнае супраціўленне $R$, індуктыўнасць $L$, ёмістасць $C$ (рыс. 14.12).

Будзем лічыць, што да ланцуга падведзена напружанне

$$U = U_m \cos\omega t. \quad (14.8)$$




Рыс. 14.12.

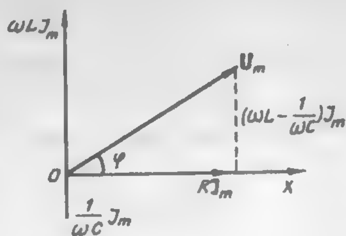
Як вынікае з формул (14.5)—(14.7), ток у ланцугу, як і напружанне, змяняецца па гарманічным законе, але адрозніваецца ад яго па фазе.

Будзем лічыць, што ток у ланцугу

$$i = I_m \cos(\omega t - \varphi). \quad (14.9)$$

Імгненнае значэнне току $i$ можна вызначыць, калі вядомы яго амплітуда $I_m$ і зрух фазы паміж напружаннем і токам, якія можна знайсці, калі пабудаваць вектарную дыяграму напружанняў. Накіруем вось токаў уздоўж восі $OX$ (рыс. 14.13).

На актыўным супраціўленні $R$ ток $I$ і напружанне $U$ супадаюць па фазе, таму вектар амплітуды напружання $\mathbf{U}_{mR} = R\mathbf{I}_m$ накіруем уздоўж восі токаў. Напружанне $U_L$ на індуктыўнасці апераджае ток па фазе на $\pi/2$, таму вектар амплітуды напружання $\mathbf{U}_{mL} = \omega L\mathbf{I}_m$ павінен быць павернуты адносна восі тока на вугал $\pi/2$ супраць стрэлкі гадзінніка, гэта значыць накіраваны ўверх перпендыкулярна восі токаў $OX$. На кандэнсатары напружанне $U_c$ адстае па фазе на $\pi/2$ ад току, таму вектар амплітуды напружання $\mathbf{U}_{mc} = 1/(\omega C)\mathbf{I}_m$ накіруем перпендыкулярна восі $OX$ уніз.




Рыс. 14.13.

Згодна з другім правілам Кірхгофа, як відаць з рыс. 14.12, для імгненных значэнняў напружанняў выконваецца роўнасць

$$U = U_R + U_L + U_c .$$

Таму для вектараў амплітуд трэба запісаць:

$$\mathbf{U}_m = \mathbf{U}_{mL} + \mathbf{U}_{mc} + \mathbf{U}_{mR}$$

або

$$\mathbf{U}_m = \mathbf{I}_m R + \mathbf{I}_m \omega L + \mathbf{I}_m /(\omega C).$$

З прамавугольнага трохвугольніка (рыс. 14.13) вынікае

$$(RI_m)^2 + \{[\omega L - 1(\omega C)]I_m\}^2 = U_m^2 ,$$

адкуль

$$I_m = U_m/\sqrt{R^2 + [\omega L - 1/(\omega C)]^2} . \qquad (14.10)$$

Зрух фазы паміж токам і напружаннем, згодна з рыс. 14.13,

$$\operatorname{tg} \varphi = [\omega L - 1/(\omega C)]/R. \qquad (14.11)$$

Такім чынам, калі ў ланцугу напружанне змяняецца паводле закону $U = U_m \cos\omega t$, то ў ім праходзіць ток $i = I_m\cos(\omega t - \varphi)$, дзе $I_m$ і $\varphi$ — вызначаюцца з формул (14.10) і (14.11).

Велічыня

$$Z = \sqrt{R^2 + [\omega L - 1/(\omega C)]^2} = \sqrt{R^2 + (X_L - X_c)^2} \qquad (14.12)$$

называецца поўным супраціўленнем ланцуга, дзе $R$ — актыўнае супраціўленне, а рэактыўнае супраціўленне

$$X = X_L - X_c = \omega L - 1/(\omega C) .$$

З улікам гэтага раўнання

$$Z = \sqrt{R^2 + X^2} .$$

Формулу (14.10), згодна з (14.12), можна запісаць

$$I_m = U_m / Z. \qquad (14.13)$$

Раўнанне (14.13) нагадвае закон Ома для пастаяннага току. Але паколькі дзейныя значэнні токаў і напружанняў прапарцыйныя іх амплітудным значэнням, то формула (14.13) сапраўдная і для дзейных значэнняў:

$$I = U/Z. \qquad (14.14)$$

Аднак пры вызначэнні імгненных значэнняў току формулу (14.13) неабходна запісаць у комплекснай форме:

$$\dot{I} = \dot{U}/\dot{Z} , \qquad (14.15)$$

дзе $\dot{Z}$ — комплекснае супраціўленне (імпеданс):

$$\dot{Z} = R + jX = R + j[\omega L - 1/(\omega C)] . \qquad (14.16)$$

З формулы (14.16) вынікае, што імпеданс актыўнага супраціўлення $\dot{Z}_R = R$, імпеданс катушкі індуктыўнасці $\dot{Z}_L = j\omega L$, а кандэнсатара $\dot{Z}_c = 1/(j\omega C)$.

Формулу (14.15) называюць законам Ома для пераменнага току.

Запішам напружанне (14.8) і ток (14.9) у комплекснай форме:

$$\dot{U} = U_m e^{j\omega t}; \; \dot{I} = I_m e^{j(\omega t - \varphi)}.$$

Тады

$$\dot{Z} = \dot{U}/\dot{I} = U_m e^{j\omega t}/[I_m e^{j(\omega t - \varphi)}] = Z e^{j\varphi},$$

дзе $Z$ — модуль комплекснага супраціўлення; $\varphi$ — яго аргумент.

Аргумент комплекснага супраціўлення роўны зруху фаз паміж токам і напружаннем:

$$\operatorname{tg} \varphi = [\omega L - 1/(\omega C)]/R.$$

Модуль комплекснага супраціўлення

$$Z = U_m/I_m = \sqrt{R^2 + [\omega L - 1/(\omega C)]^2}.$$

Веданне модуля комплекснага супраціўлення і яго аргумента дазваляе вызначыць амплітуду току і яго фазу.

Такім чынам, разлікі ў ланцугах пераменнага току можна выконваць так, як і ў ланцугах пастаяннага току, калі толькі сапраўдныя супраціўленні замяніць іх комплекснымі велічынямі — імпедансамі, а ў канцы разлікаў вызначыць модуль імпеданса і яго аргумент.

## 14.9. Рэзананс у паслядоўным і паралельным ланцугах

У ланцугу з паслядоўна злучанымі актыўным супраціўленнем $R$, кандэнсатарам ёмістасцю $C$ і катушкай індуктыўнасці $L$ (гл. рыс. 14.12) пад уздзеяннем пераменнага напружання $U = U_m \cos\omega t$ узнікае пераменны ток $i = I_m \cos(\omega t - \varphi)$, амплітуда якога $I_m$ і фаза $\varphi$ вызначаюцца паводле формул (14.10) і (14.11).

Пры нязменных $R$, $L$ і $C$ амплітуда току $I_m$ і рознасць фаз паміж токам і напружаннем $\varphi$ залежаць ад частаты ваганняў $\omega$.

Калі $\omega = 0$, то, як відаць з формулы (14.10), $1/\omega C = \infty$ і $I_m = 0$. Гэта зразумела, бо $\omega = 0$ адпавядае пастаяннаму току, які праз кандэнсатар не праходзіць.

Пры нарастанні $\omega$ рэактыўнае супраціўленне ланцуга $\omega L - 1/(\omega C)$ памяншаецца і амплітуда току $I_m$ узрастае.

Найбольшага значэння $I_m$ дасягае пры $\omega L - 1/(\omega C) = 0$:

$(I_m)_{max} = U_m / R.$

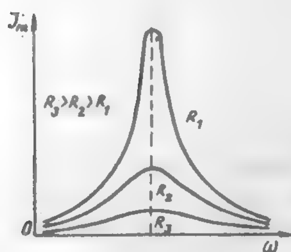
Пры далейшым павелічэнні $\omega$ індукцыйнае супраціўленне $\omega L$ робіцца большым, чым ёмістае $1/(\omega C)$, і квадрат рэактыўнага супраціўлення ўзрастае з ростам $\omega$, што прыводзіць да памяншэння амплітуды току. Калі $\omega \to \infty$, то $I_m \to 0$.

Частату, пры якой амплітуда току дасягае максімальнага значэння, абазначым $\omega_0$ і назавём *уласнай частатой* ваганняў контуру. Тады $\omega_0 L - 1/(\omega_0 C) = 0$ або

$$\omega_0 = \sqrt{1/(LC)} . \qquad (14.17)$$

Максімальная амплітуда току залежыць ад велічыні актыўнага супраціўлення контура $R$.

Пры $R \to 0$ амплітуда току неабмежавана ўзрастае: $I_m \to \infty$.




Рыс. 14.14.

Графікі залежнасці амплітуды току $I_m$ ад частаты $\omega$ для розных актыўных супраціўленняў $R_1$, $R_2$, $R_3$ паказаны на рыс. 14.14.

Рознасць фаз паміж токам і вонкавым напружаннем таксама залежыць ад частаты ваганняў $\omega$. З формулы (14.11) відаць, што пры $\omega \to 0$ $\mathrm{tg}\varphi \to \infty$ і $\varphi = -\pi/2$.

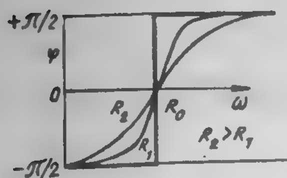
Пры павелічэнні частаты $\omega$ рэактыўнае супраціўленне $\omega L - 1/(\omega C)$ застаецца адмоўным, але памяншаецца па велічыні, і таму рознасць фаз $\varphi$ змяншаецца. Калі $\omega = \omega_0$, то $\omega L - 1/(\omega C) = 0$ і $\mathrm{tg}\varphi = 0$, $\varphi = 0$. Гэта азначае, што пры $\omega = \omega_0$ ток у ланцугу супадае па фазе з напружаннем. Пры далейшым павелічэнні $\omega$ $\omega L > 1/(\omega C)$, $\mathrm{tg}\varphi > 0$ і $\varphi > 0$.

Калі $\omega \to \infty$, $\mathrm{tg}\varphi \to +\infty$, $\varphi \to +\pi/2$.

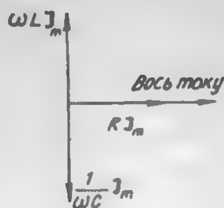
Графік залежнасці рознасці фаз $\varphi$ ад частаты ваганняў $\omega$ пры розных актыўных супраціўленнях $R_1$, $R_2$, $R_0$ прыведзены на рыс. 14.15. З рысунка відаць, што калі частата $\omega$ блізкая да $\omega_0$, то чым меншае $R$, тым хутчэй адбываецца змяненне $\varphi$. У гранічным выпадку пры $R_0 = 0$ рознасць фаз пры частаце $\omega = \omega_0$ змяняецца скачком. З'ява рэзкага нарастання амплітуды току пры супадзенні частаты вонкавага пераменнага напружання з уласнай частатой контура называецца *паслядоўным рэзанансам* або рэзанансам напружанняў.

Пры рэзанансе напружанне і ток супадаюць па фазе і ланцуг паводзіць сябе так, як быццам у ім уключана толькі актыўнае су-

праціўленне $R$. Вектарная дыяграма рэзанансу напружанняў прыведзена на рыс. 14.16.



Рыс. 14.15.



Рыс. 14.16.

Пры рэзанансе напружанні на індуктыўнасці і ёмістасці дасягаюць максімальных значэнняў:

$$(U_L)_{рэз} = \omega L(I_m)_{max} = \omega L U_m / R\,; \tag{14.18}$$

$$(U_c)_{рэз} = 1/(\omega C)(I_m)_{max} = U_m/(\omega C R)\,. \tag{14.19}$$

З улікам таго, што пры рэзанансе $\omega L = 1/(\omega C)$ і $\omega = 1/\sqrt{LC}$, замест формул (14.18) і (14.19) атрымаем:

$$(U_L)_{рэз} = (U_c)_{рэз} = 1/R\,\sqrt{L/C}\,U_m\,. \tag{14.20}$$

Пры $\sqrt{L/C} > R$ напружанні на індуктыўнасці і ёмістасці большыя, чым вонкавае напружанне, што далучана да ланцуга. Пры адпаведных умовах гэтыя напружанні ў момант рэзанансу могуць узрастаць у дзесяткі або нават сотні разоў.

Мы разглядзелі з'яву рэзанансу ў ланцугу, дзе актыўныя і рэактыўныя супраціўленні злучаны паслядоўна. Але вельмі часта даводзіцца мець справу з ланцугамі, у якіх ёсць разгалінаванні.

Разгледзім паралельнае злучэнне кандэнсатара ёмістасцю $C$ і катушкі індуктыўнасцю $L$ і актыўным супраціўленнем $R_L$ (рыс. 14.17). Абедзве галіны ланцуга далучаны да аднаго і таго ж напружання $U$. Пабудуем вектарную дыяграму для гэтага ланцуга, дзе замест вектараў амплітуд выкарыстаем вектары эфектыўных значэнняў напружання і токаў, у якасці асноўнага вектара возьмем вектар вонкавага напружання $U$, якое прыкладзена да ланцуга. Накіруем вектар $U$ уздоўж восі $OX$ (рыс. 14.18).

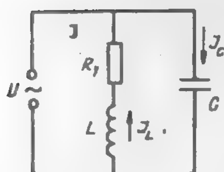
Абазначым ток у ланцугу катушкі $I_1$, а ток у ланцугу кандэнсатара $I_c$.

Модуль вектара

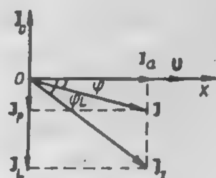
$$I_1 = U/Z_1 = U/\sqrt{R_L^2 + (\omega L)^2} . \qquad (14.21)$$

Ток у ланцугу з індуктыўнасцю адстае ад напружання па фазе на вугал $\varphi_L$, які знойдзем па формуле

$$\operatorname{tg}\varphi_L = \omega L/R_L . \qquad (14.22)$$



Рыс. 14.17.



Рыс. 14.18.

Таму вектар $\mathbf{I}_1$ на вектарнай дыяграме праводзім пад вуглом $\varphi_L$ да вектара $U$.

Раскладзём вектар $\mathbf{I}_1$ на дзве складовыя: актыўную $\mathbf{I}_a = \mathbf{I}_1\cos\varphi_L$ і рэактыўную $\mathbf{I}_L = \mathbf{I}_1\sin\varphi_L$.

Модуль вектара $\mathbf{I}_c$ знаходзім паводле формулы $I_c = \omega CU$. Вектар $\mathbf{I}_c$ праводзім пад вуглом 90° да вектара $\mathbf{U}$ супраць руху стрэлкі гадзінніка.

Вектар агульнага току $\mathbf{I}$ (у злучальных правадніках) знойдзем як геаметрычную суму вектараў токаў:

$$\mathbf{I} = \mathbf{I}_a + \mathbf{I}_L + \mathbf{I}_c .$$

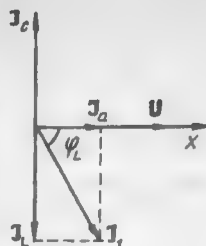
Модуль вектара $\mathbf{I}$ роўны:

$$I = \sqrt{I_a^2 + (I_L - I_c)^2} = \sqrt{I_a^2 + I_p^2} ,$$

дзе $I_p = I_L - I_c$ — рэактыўны ток.

Вугал зруху фаз паміж агульным токам $I$ і вонкавым напружаннем $U$ вызначым з формулы

$$\mathrm{tg}\varphi = I_p / I_a = (I_L - I_c)/I_a .$$



Рыс. 14.19.

Пры $I_L > I_c$ ток $I$ адстае па фазе ад напружання, а пры $I_L < I_c$ апераджае яго. Калі $I_L = I_c$, ток $I$ супадае па фазе з напружаннем. Гэты выпадак называюць *паралельным рэзанансам* або рэзанансам токаў.

Вектарная дыяграма токаў пры рэзанансе паказана на рыс. 14.19. З дыяграмы відаць, што

$$I = I_a = I_1 \cos\varphi_L . \qquad (14.23)$$

Згодна з формуламі (14.21) і (14.22), можна запісаць:

$$I_1 = U / \sqrt{R_L^2 + (\omega L)^2} ; \qquad (14.24)$$

$$\cos\varphi_L = 1/\sqrt{1 + \mathrm{tg}^2\varphi_L} = R_L/\sqrt{R_L^2 + (\omega L)^2} . \qquad (14.25)$$

Падставім (14.24) і (14.25) у (14.23):

$$I = UR_L/[R_L^2 + (\omega L)^2] .$$

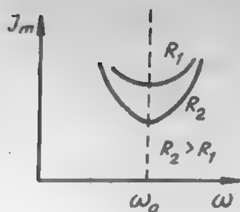
Будзем лічыць, што $R_L \ll \omega L$ і $R_L^2 \approx 0$, тады

$$I = UR_L / (\omega^2 L). \qquad (14.26)$$

Пры рэзанансе $\omega L = 1/\omega C$, адкуль

$$\omega^2 = 1/(LC). \qquad (14.27)$$

З формулы (14.26) з улікам (14.27) атрымаем: $I = UR_L C/L$. Адсюль вынікае, што пры рэзанансе агульнае актыўнае супраціўленне пара-




Рыс. 14.20.

лельнага контуру $R = U/I = L/(CR_L)$ тым большае, чым меншае актыўнае супраціўленне контуру $R_L$. Пры $R_L \to 0$ (ідэальны контур) $R \to \infty$.

У ідэальным контуры ток у злучальных праводніках адсутнічае, такі контур пераменнаму току, частата якога блізкая да рэзанансай, аказвае бясконца вялікае супраціўленне.

У рэальным контуры пры рэзанансе ток у злучальных праводніках мінімальны і роўны актыўнай складовай току $I_a$ (рыс. 14.19). Графік залежнасці амплітуды току ад частаты $\omega$ прыведзены на рыс. 14.20. У паралельных галінах ланцуга рэактыўныя токі $I_L$ і $I_c$ пры рэзанансе роўныя па велічыні, процілеглыя па фазе і могуць дасягаць вялікіх значэнняў.

## 14.10. Магутнасць пераменнага току

Калі да ланцуга з паслядоўна злучанымі актыўным супраціўленнем $R$, ёмістасцю $C$ і індуктыўнасцю $L$ падведзена пераменнае напружанне $U = U_m \cos\omega t$, то ў ланцугу ўзнікае ток $i = I_m \cos(\omega t + \varphi)$, які па фазе адрозніваецца ад напружання. Рознасць фаз можа быць дадатнай, або адмоўнай у залежнасці ад таго, якая нагрузка ў ланцугу пераважае: ёмістая або індуктыўная.

Калі ў ланцугу праходзіць квазістацыянарны ток, то энергія $dW$, што вылучаецца на працягу бясконца малога прамежку часу $dt$, можа быць вылічана па той жа формуле, што і для пастаяннага току:

$$dW = iudt, \tag{14.28}$$

дзе $u$ і $i$ — імгненныя значэнні напружання і току.

Падставім значэнні $i = I_m \cos(\omega t + \varphi)$ і $u = U_m \cos\omega t$ у формулу (14.28) і атрымаем

$$dW = I_m U_m \cos\omega t \cos(\omega t + \varphi) dt.$$

Імгненная магутнасць, што вылучаецца ў ланцугу пераменнага току,

$$P(t) = dW/dt = I_m U_m \cos\omega t \cos(\omega t + \varphi). \tag{14.29}$$

Калі выкарыстаць формулу

$$\cos\alpha \cos\beta = 1/2\cos(\alpha - \beta) + 1/2\cos(\alpha + \beta),$$

то можна запісаць

$$P(t) = I_m U_m \cos \varphi/2 + U_m I_m \cos(2\omega t + \varphi)/2.$$

Заменім амплітудныя значэнні напружання і току іх дзейнымі значэннямі. Формула (14.29) прыме выгляд

$$P(t) = IU\cos\varphi + IU\cos(2\omega t + \varphi). \quad (14.30)$$

З формулы (14.30) вынікае, што імгненная магутнасць складаецца з дзвюх частак, адна з якіх не залежыць ад часу, а другая вагаецца з частатой, у два разы большай за частату ваганняў току.

Магутнасць $P = IU\cos\varphi$, што не залежыць ад часу, называюць актыўнай, а магутнасць $Q = IU\cos(2\omega t + \varphi)$ — рэактыўнай.

Актыўная магутнасць заўсёды дадатная. Гэта азначае, што энергія перадаецца ад генератара ў нагрузку. Рэактыўная магутнасць можа быць як дадатнай (энергія ад генератара перадаецца ў рэактыўную нагрузку), так і адмоўнай (рэактыўная нагрузка перадае энергію генератару).

Энергетычныя затраты, якія ідуць на падтрыманне ў ланцугу пераменнага току, характарызуюцца сярэдняй магутнасцю. Для пераменнага току можна абмежавацца разлікам сярэдняга значэння магутнасці за перыяд ваганняў $T$.

Паводле азначэння сярэдняй велічыні

$$< P > = 1/T \int_0^T P(t)dt .$$

З улікам формулы (14.30) атрымаем

$$<P> = 1/T \int_0^T [IU\cos\varphi + IU\cos(2\omega t + \varphi)]dt =$$

$$= IU\cos\varphi + IU/T \int_0^T \cos(2\omega t + \varphi)dt .$$

Як вядома, $\int_0^T \cos(2\omega t + \varphi)dt = 0$ , таму

$$<P> = IU\cos\varphi . \quad (14.31)$$

Пакажам, што сярэдняя магутнасць роўная магутнасці, якая вылучаецца на актыўным супраціўленні ланцуга або актыўнай складовай магутнасці. Для гэтага выкарыстаем вектарную дыяграму напружанняў (рыс. 14.13) і вызначым

$$\cos\varphi = I_m R / Um = I_m R / (I_m Z) = R/Z$$

і падставім яго ў формулу (14.31) з улікам таго, што $U = ZI$. Атрымаем $P = RI^2 = IU\cos\varphi$.

Такім чынам, сярэдняя магутнасць, што вылучаецца ў ланцугу пераменнага току, роўная яе актыўнай складовай.

Актыўная магутнасць у адзінках СІ вымяраецца ў ватах (Вт). Вымяральны прыбор, якім вымяраюць актыўную магутнасць, называецца ватметрам.

Акрамя актыўнай магутнасці, карыстаюцца і другой характарыстыкай — актыўнай энергіяй $W_a = \int_0^T Pdt$.

Прыборы, што вымяраюць актыўную энергію, называюць лічыльнікамі актыўнай энергіі (напрыклад, кватэрны электралічыльнік).

Поўная магутнасць $S = IU$ вымяраецца ў вольт-амперах (В • А). У ланцугу з чыста актыўнай нагрузкай ($\varphi = 0$, $\cos\varphi = 1$) поўная магутнасць супадае з актыўнай.

## 14.11. Перадача электраэнергіі. Трансфарматар

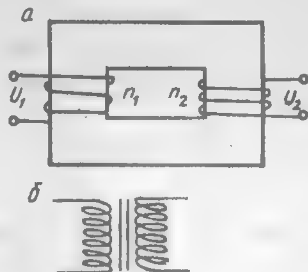
Электрычная энергія мае бясспрэчную перавагу ў параўнанні з іншымі відамі энергіі, але яна павінна быць выкарыстана адразу пасля яе атрымання. Кансерваваць электраэнергію ў вялікіх маштабах не ўдаецца. Выпрацоўваецца ж электраэнергія пераважна ў месцах, дзе знаходзяцца паліўныя і гідрарэсурсы, таму ўзнікае праблема перадачы электраэнергіі спажыўцам, якія знаходзяцца на вялікай адлегласці.

Перадаюць электрычную энергію па лініях электраперадач, а гэта звязана з яе стратамі. Справа ў тым, што, у адпаведнасці з законам Джоўля—Ленца, электрычны ток награвае правады ліній электраперадач.

Калі актыўнае супраціўленне лініі $R$, то на награванне правадоў будзе траціцца магутнасць $P_{стр} = I^2 R$. Для таго каб перадача электраэнергіі была эканамічна выгаднай, страты магутнасці не павінны перавышаць пэўную велічыню (напрыклад, 10 %). Паменшыць страты магутнасці магчыма за кошт змяншэння супраціўлення лініі ($R = \rho l/S$), што можна зрабіць, павялічваючы плошчу сячэння правадоў

$S$. Аднак такая магчымасць вельмі абмежаваная, бо лініі з тоўстымі правадамі эканамічна нявыгадныя. Таму ідуць іншым шляхам — памяншаюць ток ў лініі электраперадач. Адну і тую ж магутнасць можна перадаваць, калі зменшыць ток, але ў столькі ж разоў павялічыць напружанне.

Напружанне і сілу пераменнага току можна ператвараць (трансфармаваць) у вельмі шырокіх межах амаль без страт энергіі, што ажыццяўляецца з дапамогай трансфарматараў. Разгледзім будову і прынцып работы трансфарматара. На замкнёны магнітапровад (стальны стрыжань) надзеты дзве (часам і больш) катушкі (абмоткі) з меднага дроту (рыс. 14.21, *а*) з лікам віткоў $n_1$ і $n_2$. Абмотка $n_1$, што падключаецца да крыніцы пераменнага напружання, называецца першаснай, а абмотка $n_2$ , да якой далучаюць нагрузку, — другаснай.



Рыс. 14.21.

Трансфарматары, у якіх другасная абмотка мае большы лік віткоў, чым першасная ($n_2 > n_1$), называюцца павышальнымі.

Сардэчнік трансфарматара робяць з лістоў сталі. Яны ізаляваныя адзін ад аднаго слоем лаку, што перашкаджае ўзнікненню токаў Фуко. Умоўнае абазначэнне трансфарматара прыведзена на рыс. 14.21, *б*. Дзеянне трансфарматара заснавана на з'яве электрамагнітнай індукцыі. Калі да першаснай абмоткі трансфарматара падвесці пераменнае напружанне

$$U_1 = U_{m1} \cos\omega t, \tag{14.32}$$

то ў ёй ўзнікае пераменны ток, які стварае ў сардэчніку пераменны магнітны паток Ф. Гэты паток выклікае ўзнікненне ЭРС самаіндукцыі $\mathscr{E}_1$ ў першаснай абмотцы і ЭРС індукцыі $\mathscr{E}_2$ ў другаснай.

Работа трансфарматара суправаджаецца шэрагам з'яў, якія патрэбна ўлічваць пры колькасных разліках. Напрыклад, страт энергіі, звязаных з вылучэннем ленц-джоўлевай цеплыні ў яго абмотках, узнікненнем віхравых токаў у сардэчніку, рассейваннем магнітнага патоку, наяўнасцю гістэрэзісу. У сучасных магутных трансфарматарах гэтыя страты не перавышаюць 2—3 %. Таму абмяжуемся разглядам работы ідэальнага трансфарматара, які не мае страт энергіі.

Разгледзім рэжым работы трансфарматара на халастым ходзе. У гэтым рэжыме другасная абмотка трансфарматара разамкнёная (трансфарматар не нагружаны). Першасная абмотка пры гэтым будзе амаль

чыста індуктыўнай нагрузкай для падведзенага да яе напружання, якое змяняецца згодна з формулай (14.32). Таму ток у ёй адстае ад напружання на вугал $\pi/2$:

$$i = I_m \cos(\omega t - \pi/2) = I_m \sin\omega t .$$

Гэты ток у сардэчніку трансфарматара стварае магнітны паток $\Phi = Li = \Phi_m \sin\omega t$. У першаснай абмотцы ўзнікае ЭРС самаіндукцыі

$$\mathcal{E}_1 = -n_1 d\Phi/dt = -n_1 \omega \Phi_m \cos\omega t = \mathcal{E}_{m1} \cos\omega t , \qquad (14.33)$$

дзе $\mathcal{E}_{m1} = n_1 \omega \Phi_m$ — амплітуда.

У другаснай абмотцы ўзнікае ЭРС індукцыі

$$\mathcal{E}_2 = -n_2 d\Phi/dt = -n_2 \Phi_m \omega \cos\omega t = \mathcal{E}_{m2} \cos\omega t . \qquad (14.34)$$

Падзелім выраз (14.33) на (14.34) і атрымаем

$$\mathcal{E}_1 / \mathcal{E}_2 = n_1 / n_2 . \qquad (14.35)$$

Звычайна актыўнае супраціўленне абмотак трансфарматара малое, і яго можна не ўлічваць. Таму ў ідэальным трансфарматары $|\mathcal{E}_1| = |U_1|$, а з улікам знака

$$-\mathcal{E}_1 = U_1 . \qquad (14.36)$$

Пры разамкнёнай другаснай абмотцы напружанне на яе канцах роўнае ЭРС:

$$U_2 = \mathcal{E}_2 . \qquad (14.37)$$

Калі падставім (14.36) і (14.37) у (14.35), то атрымаем

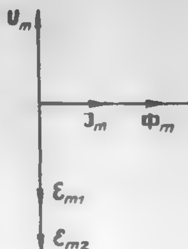
$$-U_1 / U_2 = n_1 / n_2 ,$$

адкуль

$$U_2 = -U_1 n_2 / n_1 = -kU_1 .$$

Знак «мінус» азначае, што напружанні ў першаснай і другаснай абмотках процілеглыя па фазе. Стасунак $n_2/n_1 = k$ называецца каэфіцыентам трансфармацыі.

Вектарная дыяграма халастога ходу трансфарматара паказана на рыс. 14.22. Уздоўж гарызантальнай восі накіраваны вектары амплітуды магнітнага патоку $\Phi_m$ і амплітуды току $I_m$ ЭРС самаіндукцыі ў першаснай абмотцы адстае ад магнітнага патоку на вугал 90°, таму вектар $E_{m1}$ накіраваны ўніз перпендыкулярна $\Phi_m$.

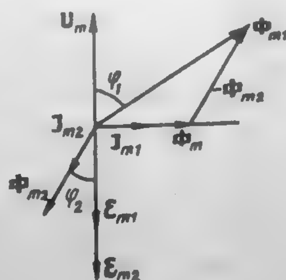


Рыс. 14.22.

Напрамак вектара амплітуды $E_{m2}$ ЭРС другаснай абмоткі супадае з напрамкам вектара $E_{m1}$. Паколькі актыўнае супраціўленне першаснай абмоткі лічым роўным нулю, ток халастога ходу носіць чыста рэактыўны характар і адстае ад напружання на вугал 90°. Таму вектар амплітуды напружання $U_m$ накіраваны ўверх перпендыкулярна вектару $I_m$.

Калі замкнуць другасную абмотку трансфарматара на нагрузку, то ў ёй узнікне ток $i_2 = E_2/Z$, дзе $Z$ — поўнае супраціўленне ланцуга другаснай абмоткі.

Ток $i_2$ ўтварае ў стрыжні пераменны магнітны паток $\Phi_2$, які, згодна з правілам Ленца, накіраваны насустрач патоку, што стварае першасная абмотка. Сумарны паток у стрыжні паменшыцца, таму паменшыцца і паток, што пранізвае першасную абмотку. Гэта выклікае змяншэнне ЭРС самаіндукцыі $\mathcal{E}_1$. Як толькі $U_1$ стане больш, чым $\mathcal{E}_1$, у першаснай абмотцы ўзрасце ток. Ён будзе аўтаматычна павялічвацца да такога значэння $i_1$, пакуль зноў не стане $|U_1| = |\mathcal{E}_1|$, г. зн. пакуль магнітны паток не прыме сваё ранейшае значэнне: $|\Phi| = |\Phi_1| - |\Phi_2|$, дзе $\Phi_1$ — магнітны паток, што ствараецца токам $i_1$.



Рыс. 14.23.

Вектарная дыяграма нагружанага трансфарматара паказана на рыс. 14.23. Вектары $U_m$, $\Phi_m$, $E_{m1}$, $E_{m2}$ будуць мець тыя ж значэнні, што і на рыс. 13.22. Вектар амплітуды току другаснай абмоткі $I_{m2}$ у залежнасці ад поўнага супраціўлення яе нагрузкі $Z$ будзе адставаць ад вектара $E_{m2}$ на вугал $\varphi_2$. На такі ж вугал адстае і вектар амплітуды магнітнага патоку $\Phi_{m2}$.

Вектар $\Phi_{m1}$ знойдзем з умовы, што $\Phi_{m1} + \Phi_{m2} = \Phi_m$.

Для гэтага дастаткова зрабіць паралельны перанос вектара $\Phi_{m2}$ . Вектар $\Phi_{m1}$ утварае з вектарам $U_m$ вугал $\varphi$. Але ток $i_1$ першаснай абмоткі супадае па фазе з $\Phi_1$ , а гэта азначае, што рознасць фаз паміж токам і напружаннем у першаснай абмотцы змянілася ад $\pi/2$ (пры халастым ходзе) да $\varphi_1$ .

Пры аптымальнай нагрузцы трансфарматара патокі $\Phi_1$ і $\Phi_2$ значна большыя, чым паток Ф халастога ходу, таму вуглы $\varphi_1$ і $\varphi_2$ невялікія. Пры невялікіх значэннях $\varphi_1$ і $\varphi_2$ можна запісаць:

$$P_1 = U_1 I_1 \cos\varphi_1 \approx U_1 I_1 ; \quad P_2 = \mathcal{E}_2 I_2 \cos\varphi_2 \approx \mathcal{E}_2 I_2 .$$

Пры адсутнасці страт энергіі $P_1 = P_2$ , таму $U_1 I_1 = \mathcal{E}_2 I_2$ , адкуль

$$U_1 / \mathcal{E}_2 = I_2 / I_1 = n_1 / n_2 .$$

Гэта азначае, што, павышаючы з дапамогай трансфарматара напружанне ў некалькі разоў, мы ў столькі ж разоў памяншаем ток. Такім чынам, з дапамогай трансфарматараў, амаль без страт энергіі, можна павышаць напружанне ў лініях электраперадач і перадаваць электраэнергію на вялікія адлегласці.

### 14.12. Электрычны вагальны контур

**Незатухальныя ваганні.** *Вагальным контурам* называюць ланцуг, што ўтрымлівае індуктыўнасць $L$ і ёмістасць $C$ (рыс. 14.24), у якім могуць узнікаць электрычныя ваганні.

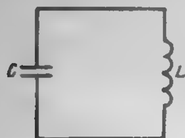
Упершыню электрычныя ваганні назіралі ў 1827 г. Ф. Савары і Б. Фэдэрсан. Яны вывучалі разрад лейдэнскай банкі праз драцяную катушку і заўважылі, што ў розных доследах пры адным і тым жа знаку зарада лейдэнскай банкі аднолькава часта назіралася намагнічванне спіцы ў адным і другім напрамку. Гэта можна было растлумачыць толькі вагальным характарам разраду кандэнсатара.

Асновы тэорыі электрычных ваганняў былі распрацаваны ў 1853 г. У. Томсанам (Кельвінам) (1824—1907). Разгледзім вагальны контур (рыс. 14.25), у якім кандэнсатар $C$ з дапамогай пераключальніка $K$ можна далучыць да батарэі $\mathcal{E}$. Перавядзём пераключальнік $K$ у становішча *1*. Кандэнсатар зарадзіцца да рознасці патэнцыялаў $U_m = \mathcal{E}$ і атрымае энергію $W = Q^2 / (2C)$, дзе $Q$ — зарад кандэнсатара.

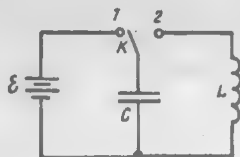
Перавядзём пераключальнік $K$ у становішча *2*. Кандэнсатар пачне разраджацца і ў ланцугу ўзнікне ток, які паступова павялічваецца.

Імгненнаму павелічэнню току процідзейнічае ЭРС самаіндукцыі, што ўзнікае ў катушцы пры павелічэнні ў ёй току.

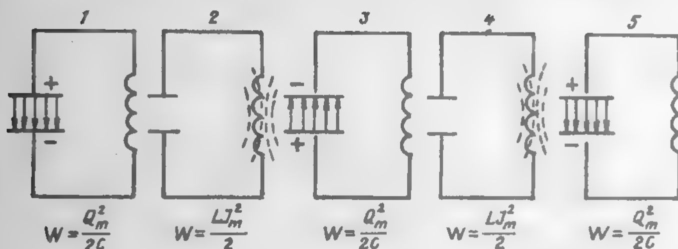
На рыс. 14.26 паказаны паслядоўныя стадыі вагальнага працэсу ў ідэальным вагальным контуры, актыўнае супраціўленне якога $R = 0$.




Рыс. 14.24.




Рыс. 14.25.




Рыс. 14.26.

Стадыя *1* адпавядае становішчу вагальнай сістэмы, калі зарад кандэнсатара максімальны. Калі кандэнсатар поўнасцю разрадзіцца (стадыя *2*), ток катушкі дасягне максімальнага значэння $I_m$ і энергія магнітнага поля току будзе максімальнай $W_m = LI_m^2/2$, дзе $L$ — індуктыўнасць катушкі. Пачынаючы з гэтага моманту ток пачне памяншацца, яле ён не можа знікнуць адразу, бо падтрымліваецца ЭРС самаіндукцыі. У выніку кандэнсатар перазараджаецца да таго часу, пакуль ток не стане роўным нулю (стадыя *3*). Уся энергія зноў будзе назапашана ў кандэнсатары. Пасля гэтага працэсы праходзяць у адваротным напрамку (стадыі *4* і *5*) і сістэма зноў прыходзіць у зыходнае становішча (стадыя *5*). Пры адсутнасці страт энергіі ($R = 0$) працэс будзе працягвацца неабмежавана доўга.

У ходзе працэсу перыядычна змяняюцца зарад кандэнсатара, напружанне на кандэнсатары і ток катушкі індуктыўнасці. Адбываецца таксама перыядычнае ўзаемнае пераўтварэнне энергіі электрычнага і магнітнага палёў. Пры адсутнасці страт поўная энергія вагальнага контуру захоўваецца і яе значэнне ў любы момант часу роўнае максімальнай энергіі электрычнага або магнітнага поля:

$$W = q^2/(2C) + Li^2/2 = Q_m^2/(2C) = LI_m^2/2 .$$

Запішам раўнанне ваганняў у контуры без актыўнага супраціўлення.

Паколькі поўная энергія вагальнага контуру з цягам часу не змяняецца, то $dW/dt = 0$. Таму $d/dt[q^2/(2C) + Li^2/2] = 0$ або $q/C \; dq/dt + Li \, di/dt = 0$.

З улікам таго, што $i = dq/dt$, $di/dt = d^2q/dt^2$, атрымаем

$$d^2q/dt^2 + q/(LC) = 0 . \qquad (14.38)$$

Індуктыўнасць $L$ і ёмістасць $C$ — велічыні заўсёды дадатныя, таму абазначым $1/(LC) = \omega_0^2$ і замест (14.38) будзем мець

$$d^2q/dt^2 + \omega_0^2 q = 0 . \qquad (14.39)$$

Раўнанне (14.38) уяўляе сабой звычайнае дыферэнцыйнае раўнанне гарманічных ваганняў, рашэнне якога

$$q = Q_m \cos \omega_0 t ,$$

дзе $Q_m$ — амплітуда; $\omega_0$ — кругавая частка ваганняў.

Перыяд ваганняў вызначаецца формулай

$$T = 2\pi/\omega_0 = 2\pi \sqrt{LC} , \qquad (14.40)$$

якую называюць формулай Томсана.

Напружанне на абкладках кандэнсатара

$$U = q/C = Q_m /C \cos \omega_0 t = U_m \cos \omega_0 t$$

вагаецца з такой жа частатой і фазай, як і зарад.

Ток

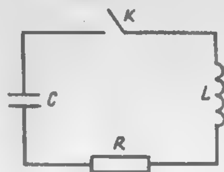
$$i = dq/dt = d/dt(Q_m \cos\omega_0 t) = -\omega_0 Q_m \sin\omega_0 t =$$

$$= -I_m \sin\omega_0 t = I_m \cos(\omega_0 t + \pi/2)$$

робіць такія ж ваганні, але апярэджвае па фазе напружанне на кандэнсатары на $\pi/2$.

Электрычныя ваганні, што адбываюцца ў вагальным контуры без уздзеяння вонкавых ЭРС, называюцца ўласнымі або свабоднымі электрычнымі ваганнямі. У ідэальным контуры гэта незатухальныя ваганні.

**Затухальныя ваганні.** У рэальным вагальным контуры актыўнае супраціўленне $R \neq 0$, таму з-за энергетычных страт свабодныя ваганні зараду і току не могуць быць строга гарманічнымі.



Рыс. 14.27.

Разгледзім вагальны контур з кандэнсатарам $C$, катушкай індуктыўнасці $L$ і актыўным супраціўленнем $R$ (рыс. 14.27). Зарадзім кандэнсатар да напружання $U_c$ і замкнём ключ $K$. Кандэнсатар пачне разраджацца і ў ланцугу ўзнікне ток.

У залежнасці ад велічыні $C$, $L$ і $R$ разрад кандэнсатара мае розны характар.

Будзем лічыць, што контур задавальняе ўмове квазістацыянарнасці. Тады, згодна з другім правілам Кірхгофа, у замкнёным контуры электрарухальная сіла самаіндукцыі $\mathcal{E}_c = -Ldi/dt$ роўная суме напружанняў на супраціўленні і кандэнсатары:

$$-L\, di/dt = iR + U_c\,.$$

З улікам таго, што $U_c = q/C$, $dq/dt = i$,

атрымаем

$$Ld^2i/dt^2 + Rdi/dt + L/C\, i = 0$$

або

$$d^2i/dt^2 + R/L\, di/dt + 1/(LC)i = 0\,. \qquad (14.41)$$

Абазначым

$$R/L = 2\beta\,; \quad 1/(LC) = \omega_0^2\,. \qquad (14.42)$$

Тады раўнанне (14.41) прыме выгляд

$$d^2i/dt^2 + 2\beta di/dt + \omega_0^2 i = 0\,. \qquad (14.43)$$

Зробім замену пераменнай

$$i = z e^{-\beta t} . \qquad (14.44)$$

Для гэтага возьмем першую і другую вытворныя сілы току (14.44) па часе;

$$di/dt = dz/dt\, e^{-\beta t} - \beta z e^{-\beta t} ;$$

$$d^2i/dt^2 = d^2z/dt^2 e^{-\beta t} - 2\beta dz/dt e^{-\beta t} + \beta^2 z e^{\beta t}$$

і падставім іх у формулу (14.43).

З улікам, што $e^{-\beta t} \neq 0$, атрымаем

$$d^2z/dt^2 + (\omega_0^2 - \beta^2)z = 0 . \qquad (14.45)$$

Ад рашэння раўнання (14.45) залежыць ад таго,дадатнай ці адмоўнай будзе велічыня $\omega_0^2 - \beta^2$ .

Разгледзім спачатку выпадак, калі $\omega_0^2 - \beta^2 > 0$ . Увядзём абазначэнне $\omega^2 = \omega_0^2 - \beta^2$ . Тады замест (14.45) атрымаем

$$d^2z/dt^2 + \omega^2 z = 0 . \qquad (14.46)$$

Раўнанне (14.46) апісвае гарманічнае ваганне. Таму можна запісаць

$$z = A\sin(\omega t + \varphi) ,$$

дзе $A$ — амплітуда ваганняў; $\omega$ — частата ваганняў; $\varphi$ — пачатковая фаза.

З улікам (14.44) запішам закон змянення току ў контуры:

$$I = A_0 e^{-\beta t}\sin(\omega t + \varphi) ,$$

дзе $A_0$ — амплітуда; $\varphi$ — фаза току ў момант часу $t = 0$.

Такім чынам, у контуры з актыўным супраціўленнем узнікаюць электрычныя ваганні, але яны не з'яўляюцца строга гарманічнымі. Амплітуда ваганняў з цягам часу ўбывае згодна з экспаненҭным за-

конам, і яны затухаюць. Чым большы каэфіцыент затухання, тым хутчэй убывае амплітуда ваганняў. Паколькі $\beta = R/(2L)$, то ваганні затухаюць тым хутчэй, чым большае супраціўленне контура $R$ і чым меншая яго індуктыўнасць $L$.

Перыяд ваганняў

$$T = 2\pi/\omega = 2\pi/\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} ,$$

або з улікам (14.42)

$$T = 2\pi/\sqrt{1/(LC) - [R/(2L)]^2} . \qquad (14.47)$$

З формулы (14.47) відаць, што перыяд затухальных ваганняў некалькі больш за перыяд уласных ваганняў, які вызначаецца па формуле Томсана (14.40).

Калі $R/(2L) \ll 1/(LC)$, то перыяд затухальных ваганняў вызначаецца па формуле (14.40). Затухальныя ваганні могуць існаваць толькі пры ўмове

$$1/(LC) > [R/(2L)]^2 \text{ або } R < 2\sqrt{L/C} .$$

Калі супраціўленне $R$ ці ёмістасць кандэнсатара $C$ настолькі вялікія, што

$$\omega_0^2 - \beta^2 = 1/(LC) - [R/(2L)]^2 \le 0 ,$$

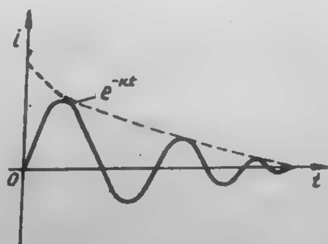
то ваганні наогул не ўзнікаюць. У гэтым выпадку назіраецца аперыядычны разрад кандэнсатара.

Супраціўленне контура, пры якім вагальны працэс пераходзіць у аперыядычны называецца крытычным. Крытычнае супраціўленне вызначаецца ўмовай $R_к^2/(4L^2) = 1/(LC)$.

Адсюль

$$R_к = 2\sqrt{L/C} = 2\rho , \qquad (11.48)$$

дзе $\rho = \sqrt{L/C}$ — супраціўленне контура, якое называюць хвалевым супраціўленнем.




Рыс. 14.28.

Графік затухальных ваганняў току паказаны на рыс. 14.28. Затуханне ваганняў характарызуюць лагарыфмічным дэкрэментам затухання

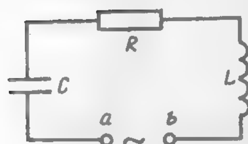
$$\lambda = \ln[A(t)/A(t+T)] = \beta T,$$

які роўны натуральнаму лагарыфму дзелі дзвюх амплітуд, што адстаюць у часе на перыяд.

### 14.13. Змушаныя ваганні ў контуры

*Змушанымі* называюць ваганні, што ўзнікаюць у вагальным контуры пад уздзеяннем вонкавай перыядычнай ЭРС. Змушальная ЭРС можа змяняцца па любым законе. Разгледзім найбольш просты выпадак, калі вонкавая ЭРС змяняецца па гарманічным законе

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_m \cos \omega t. \tag{14.49}$$




Рыс. 14.29.

Трэба адзначыць, што гэты выпадак з'яўляецца і дастаткова агульным, бо, згодна з тэарэмай Фур'е, любую непарыўную перыядычную функцыю $\mathcal{E} = \mathcal{E}(t)$ можна замяніць сумай сінусоідных функцый.

Разгледзім вагальны контур з ёмістасці $C$, індуктыўнасці $L$ і актыўнага супраціўлення $R$, да якога ў пунктах $a$ і $b$ (рыс. 14.29) далучана вонкавая ЭРС (14.49).

Паводле другога правіла Кірхгофа, можам запісаць:

$$\mathcal{E}_m \cos\omega t - L di/dt = iR + U_c. \tag{14.50}$$

З улікам таго, што $U_c = q/C$, $i = dq/dt$, і зробленых раней абазначэнняў (14.42) формулу (14.50) можна запісаць у выглядзе

$$d^2q/dt^2 + 2\beta dq/dt + \omega_0^2 q = \mathcal{E}_m/L \cos\omega t. \tag{14.51}$$

Дыферэнцыйнае раўнанне (14.51) апісвае змушаныя ваганні. З тэорыі вядома, што яго агульнае рашэнне складаецца з агульнага рашэння аднароднага раўнання і ўласнага рашэння неаднароднага раўнання. Агульнае рашэнне аднароднага раўнання мы ўжо разглядалі

раней і бачылі, што яно апісвае затухальныя ваганні. Таму, калі абмежавацца ваганнямі, якія ўжо ўсталяваліся, то можна разглядаць толькі прыватнае рашэнне неаднароднага раўнання:

$$q = Q_m \cos(\omega t + \varphi).$$

Па такім жа законе будуць вагацца напружанне на кандэнсатары і ток у контуры.

Для вызначэння амплітуды току і яго пачатковай фазы скарыстаем формулы (14.17) і (14.18):

$$I_m = \mathcal{E}_m / \sqrt{R^2 + [\omega L - 1/(\omega C)]^2} \;;$$

$$\operatorname{tg} \varphi = [\omega L - 1/(\omega C)]/R .$$

## 14.14. Электрычныя аўтаваганні. Аўтагенератары

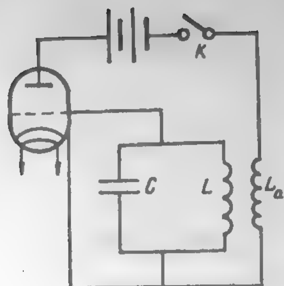
*Аўтаваганнямі* называюць незатухальныя ваганні, якія адбываюцца ў вагальнай сістэме пры адсутнасці пераменнага вонкавага ўздзеяння. Змушаныя ваганні таксама незатухальныя, але яны ўзнікаюць пад уплывам зменнага вонкавага ўздзеяння, і іх характар (частата, амплітуда) вызначаецца гэтым уздзеяннем. Амплітуда і частата аўтаваганняў вызначаюцца ўласцівасцямі самой сістэмы. Страты энергіі, што ўзнікаюць у вагальнай сістэме, кампенсуюцца за кошт крыніцы, якая знаходзіцца ўнутры сістэмы, а паступленне энергіі рэгулюецца самой сістэмай. Ад свабодных ваганняў аўтаваганні адрозніваюцца тым, што свабодныя ваганні ў рэальных сістэмах паступова затухаюць, а іх амплітуда залежыць ад першапачатковага «штуршка», які іх выклікае.

Аўтаваганні ў рэальных сістэмах могуць працягвацца вельмі доўга, пакуль не будзе выкарыстана ўся энергія крыніцы, што іх падтрымлівае.

Сістэмы, у якіх узнікаюць аўтаваганні, называюць *аўтавагальнымі*. Прыкладамі аўтавагальных сістэм могуць служыць ваганні маятніка ў гадзінніку, лямпавы генератар электрычных ваганняў і інш.

У любой аўтавагальнай сістэме існуюць тры асноўныя часткі: уласна вагальная сістэма (маятнік у гадзінніку, вагальны контур у лямпавым генератары), крыніца энергіі (спружына ў гадзінніку, крыніца пастаяннага току ў лямпавым генератары) і прыстасаванне для рэгулявання паступлення энергіі (анкер у гадзінніку, электронная лямпа ў лямпавым генератары).

Лямпавы генератар, што быў вынайдзены ў 1913 г. А. Мейснерам, з'яўляецца адной з найбольш распаўсюджаных электрычных




Рыс. 14.30.

аўтавагальных сістэм. Схема генератара з вагальным контурам у ланцугу сеткі трохэлектроднай лямпы прыведзена на рыс. 14.30. У ланцуг сеткі лямпы ўключаны вагальны контур індуктыўнасцю $L$, ёмістасцю $C$ і актыўным супраціўленнем $R$, у якім узбуджаюцца аўтаваганні. З катушкай $L$ вагальнага контуру індуктыўна звязана катушка $L_a$, якая ўключана ў ланцуг анода лямпы і называецца катушкай адваротнай сувязі. Пры замыканні ключа К у вагальным контуры ўзнікаюць электрамагнітныя ваганні. У гэтым можна пераканацца, калі паралельна контуру далучыць электронны асцылограф. З дапамогай камутатара на экране асцылографа можна адначасова назіраць ваганні напружання ў вагальным контуры і ў катушцы $L_a$, якія адбываюцца са зрухам фазы на $\pi$.

# 15. ЭЛЕКТРАМАГНІТНАЕ ПОЛЕ

## 15.1. Віхравое электрычнае поле. Ток зрушвання

Згодна з законам электрамагнітнай індукцыі Фарадэя, у праваднíку, што знаходзіцца ў пераменным магнітным полі, узнікае ЭРС індукцыі

$$\mathcal{E}_i = -d\Phi/dt\ , \tag{15.1}$$

якая не залежыць ад уласцівасцей праваднíка. Калі замкнуць праваднік, узнікне электрычны ток. Гэта сведчыць аб тым, што ўнутры праваднíка ўзнікла электрычнае поле, якое дзейнічае на носьбіты зараду і надае ім накіраваны рух. Але гэта поле не з'яўляецца электрастатычным або стацыянарным, што ствараюцца электрычнымі зарадамі. Яно непасрэдна ствараецца зменным магнітным полем.

Абазначым напружанасць гэтага поля $\mathbf{E}_B$ . ЭРС індукцыі роўная цыркуляцыі вектара $\mathbf{E}_B$ па замкнёным контуры

$$\mathcal{E}_i = \oint_l \mathbf{E}_B\, d\mathbf{l}\,. \tag{15.2}$$

Паводле азначэння магнітны паток $\Phi = \int_S B_n dS$ , таму, згодна з формулай (15.1),

$$\mathcal{E}_i = -d\Phi/dt = -d/dt\int_S B_n dS\,. \qquad (15.3)$$

ЭРС індукцыі ўзнікае не толькі ў правадніку, што змешчаны ў магнітнае поле, якое змяняецца ў часе, але і ў правадніку, што рухаецца ў магнітным полі, якое можа і не змяняцца з часам. Будзем лічыць, што праваднік нерухомы. Каб гэта падкрэсліць, замест выразу (15.3) запішам

$$\mathcal{E}_i = -\int_S (\partial B/\partial t)_n dS\,.$$

З улікам формулы (15.2) атрымаем

$$\int_l \mathbf{E_B} d\mathbf{l} = -\int_S (\partial B/\partial t)_n dS\,. \qquad (15.4)$$

Формула (15.4) дае падставу сцвярджаць, што магнітнае поле пры змяненні ў часе параджае электрычнае поле. Такую выснову ўпершыню ў 1860 г. зрабіў англійскі фізік Дж. Максвел (1831—1879). Ён лічыў, што зменнае ў часе магнітнае поле выклікае ўзнікненне ў навакольнай прасторы электрычнага поля незалежна ад таго, знаходзіцца там контур ці не. Наяўнасць контуру толькі дазваляе выявіць гэта поле. Электрычнае поле $\mathbf{E}_B$, якое ўзнікае пры змяненні магнітнага поля, істотна адрозніваецца ад электрастатычнага поля $\mathbf{E}_q$, што параджаецца нерухомымі зарадамі. Электрастатычнае поле з'яўляецца патэнцыяльным, яго лініі пачынаюцца і заканчваюцца на электрычных зарадах. Цыркуляцыя вектара напружанасці электрастатычнага поля $\mathbf{E}_q$ па любым замкнёным контуры роўная нулю:

$$\oint_l \mathbf{E}_q\, dl = 0\,. \qquad (15.5)$$

Цыркуляцыя вектара напружанасці $\mathbf{E}_B$ электрычнага поля, што ствараецца пры змяненні магнітнага поля, не роўная нулю. Таму яго лініі, як і лініі магнітнай індукцыі, замкнёныя. Гэта поле не патэнцыяльнае, а віхравое.

Такім чынам, электрычнае поле можа быць як патэнцыяльным $|\mathbf{E}_q|$, так і віхравым $|\mathbf{E}_B|$. У агульным выпадку электрычнае поле можа складацца з поля $\mathbf{E}_q$ электрычных зарадаў і поля $\mathbf{E}_B$, якое ўтворана зменным у часе магнітным полем: $\mathbf{E} = \mathbf{E}_q + \mathbf{E}_B$.

Цыркуляцыя вектара **E** па любым замкнёным контуры

$$\oint_l \mathbf{E}d\mathbf{l} = \oint_l \mathbf{E}_B\, d\mathbf{l} + \oint_l \mathbf{E}_q\, d\mathbf{l}\,,$$

з улікам формул (15.4) і (15.5)

$$\oint_l \mathbf{E}d\mathbf{l} = -\int_S (\partial B/\partial t)_n dS\,. \qquad (15.6)$$

Замест (15.6) можна запісаць

$$\oint_l E_l dl = -\int_S (\partial B/\partial t)_n\, dS\,. \qquad (15.7)$$

Формула (15.7) з'яўляецца адным з асноўных раўнанняў электрамагнітнай тэорыі Максвела. Яна паказвае наяўнасць узаемасувязі паміж электрычным і магнітным палямі, якія змяняюцца. Сапраўды электрычнае поле магло быць пастаянным, калі ўявіць сабе, што магнітнае поле нарастае (або памяншаецца) раўнамерна. Але на самой справе вытворная магнітнай індукцыі па часе — велічыня зменная, таму зменным з'яўляецца і электрычнае поле, што параджаецца зменным магнітным полем.

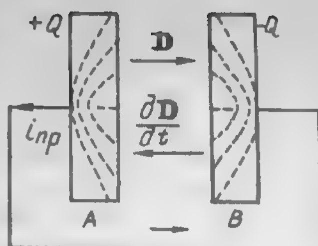
Дж. Максвел лічыў, што павінна існаваць і адваротная з'ява. Віхравое электрычнае поле, якое змяняецца ў часе, павінна прыводзіць да ўзнікнення магнітнага поля.

Паколькі магнітнае поле ствараецца электрычным токам, то, згодна з гіпотэзай Максвела, зменнае віхравое электрычнае поле можна разглядаць як нейкі ток, што праходзіць у дыэлектрыку або вакууме. Максвел назваў гэты ток токам зрушвання. Каб лепш зразумець сутнасць з'явы, разгледзім разрад кандэнсатара. Няхай на пласцінах плоскага кандэнсатара (рыс. 15.1) знаходзяцца зарады $+Q$ і $-Q$, якія размеркаваны з паверхневай шчыльнасцю $+\sigma$ і $-\sigma$. Паміж пласцінамі існуе электрычнае поле напружанасцю $E = \sigma/(\varepsilon_0\, \varepsilon)$. Будзем характарызаваць гэта поле вектарам электрычнай індукцыі **D**. З улікам таго, што $D = \varepsilon_0\, \varepsilon E$, атрымаем

$$D = \sigma.$$

Вектар **D** накіраваны ад пласціны $A$ да пласціны $B$.

Калі пласціны кандэнсатара замкнуць правадніком, то ў ім узнікне ток праводнасці, імгненнае значэнне якога



Рыс. 15.1.

$$i_{пр} = dQ/dt = d/dt(\sigma S) = Sd\sigma/dt ,$$

дзе $S$ — плошча абкладак кандэнсатара.

Напрамак току на рыс. 15.1 паказаны стрэлкамі. Шчыльнасць току праводнасці ў пласцінах

$$j_{пр} = i_{пр} /S = d\sigma/dt. \quad (15.8)$$

У ланцугу пастаяннага току лініі току заўсёды непарыўныя. Пры разрадзе кандэнсатара гэта не так. Паміж пласцінамі кандэнсатара знаходзіцца дыэлектрык, у якім ток праводнасці не праходзіць. Таму лініі току праводнасці на межах абкладак разрываюцца. Аднак у прасторы паміж пласцінамі кандэнсатара ёсць электрычнае поле, якое пры разрадзе кандэнсатара ўбывае. Калі прадыферэнцаваць выраз $D = \sigma$ па часе $dD/dt = d\sigma/dt$, можна бачыць, што вытворная індукцыі электрычнага поля па часе супадае са шчыльнасцю току праводнасці ў праваднiку (15.8). Паколькі поле кандэнсатара ўбывае, то $dD < 0$. Таму вектар $d\mathbf{D}/dt$ накіраваны насустрач вектару $\mathbf{D}$ (гл. рыс. 15.1).

Назавём вытворную па часе вектара $\mathbf{D}$ шчыльнасцю току зрушвання:

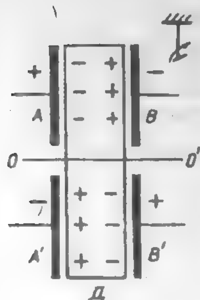
$$j_{зр} = dD/dt. \quad (15.9)$$

З формулы відаць, што шчыльнасць току зрушвання паміж пласцінамі кандэнсатара роўная шчыльнасці току праводнасці ў праваднiку і мае з ёй аднолькавы напрамак. Шчыльнасць поўнага току $j_{п} = j_{пр} + j_{зр}$, у замкнёным ланцугу яна будзе непарыўнай.

Формула (15.9) сапраўдная для любога віду электрычнага поля. Аднак замест поўнай вытворнай $dD/dt$ неабходна выкарыстоўваць частковую вытворную $\partial D/\partial t$, таму што $D$ можа залежаць не толькі ад часу, але і ад каардынат. Згодна з гіпотэзай Максвела, ток зрушвання ў навакольнай прасторы стварае такое ж магнітнае поле, як і ток праводнасці, роўны яму па велічыні.

Эксперыментальнае пацверджанне гіпотэзы Максвела ўпершыню ў 1903 г. было зроблена А. А. Эйхенвальдам (1863—1944), які працягваў доследы Г. Роўланда (1849—1901) па вывучэнні магнітнага поля рухомых макраскапічных зарадаў (канвекцыйных токаў).

Ідэя доследу А. А. Эйхенвальда заключаецца ў наступным. Дыск *Д*, што зроблены з дыэлектрыка, верціцца паміж чатырма нерухомымі паўдыскамі $AA'$ і $BB'$ вакол восі $OO'$ (рыс. 15.2).



Рыс. 15.2.

Паўдыскі зараджаны так, як паказана на рысунку. Таму верхняя і ніжняя паловы дыска палярызаваныя ў процілеглых напрамках. Пры вярчэнні дыска, калі ён пераходзіць ад пласцін $AB$ да пласцін $A'B'$, напрамак яго палярызацыі змяняецца на процілеглы, што можна растлумачыць як рух зарадаў: злева направа дадатных і справа налева адмоўных. Рух зарадаў (іх зрушванне ў малекулах дыэлектрыка) утварае ток зрушвання. Магнітнае поле гэтага току выяўлялася па адхіленні магнітнай стрэлкі, што была падвешана на нітцы паблізу дыска.

Неабходна заўважыць, што тэрмін «ток зрушвання» з'яўляецца ўмоўным. Падставай для такой назвы з'явілася тое, што вымернасць велічыні $\partial D/\partial t$ такая ж, як і шчыльнасці току.

Такім чынам, зменнае магнітнае поле стварае зменнае электрычнае поле, а зменнае электрычнае поле параджае зменнае магнітнае поле. Зменныя электрычнае і магнітнае палі не існуюць незалежна адно ад аднаго, яны звязаны паміж сабой і ўтвараюць адзінае электрамагнітнае поле.

У дыэлектрыку ток зрушвання складаецца з дзвюх частак. Разгледзім іх. Паводле азначэння, $\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}$, і таму

$$j_{\text{зр}} = \partial \mathbf{D}/\partial t = \varepsilon_0 \, \partial \mathbf{E}/\partial t + \partial \mathbf{P}/\partial t . \qquad (15.10)$$

Другі складнік уяўляе сабой хуткасць змянення палярызацыі дыэлектрыка.

Разгледзім палярны дыэлектрык з дыпольнымі момантамі яго малекул $\mathbf{p} = e\mathbf{l}$. Калі ў адзінцы аб'ёму дыэлектрыка знаходзіцца $n$ дыполей, то палярызаванасць $\mathbf{P} = ne\mathbf{l}$. Таму $\partial \mathbf{P}/\partial t = ne\partial \mathbf{l}/\partial t = ne\mathbf{u}$, дзе $\mathbf{u} = \partial \mathbf{l}/\partial l$ — хуткасць зруху зарадаў дыполей.

Такім чынам, тая частка шчыльнасці току зрушвання, што звязана з палярызацыяй дыэлектрыка (шчыльнасць току палярызацыі), амаль не адрозніваецца ад шчыльнасці току праводнасці. Адрозненне толькі ў тым, што ён ствараецца накіраваным рухам не свабодных зарадаў, а звязаных. Таму зразумела, чаму для току палярызацыі характэрны тыя ж дзеянні, што і для току праводнасці (стварэнне магнітнага поля, вылучэнне ленц-джоўлевай цеплыні і інш.).

Першы складнік $\varepsilon_0 \, \partial \mathbf{E}/\partial t$ у формуле (15.10) мае зусім іншую прыроду, чым другі. Гэта частка току зрушвання не звязаная з элек-

трычнымі зарадамі, яна вызначаецца толькі хуткасцю змянення электрычнага поля. У вакууме $P = 0$, таму $j_{зр} = \varepsilon_0\, \partial E/\partial t$. З усіх фізічных уласцівасцей, што характэрныя для сапраўднага току, $j_{зр} = \varepsilon_0 \partial E/\partial t$ валодае толькі адной — здольнасцю ствараць магнітнае поле.

Электрычнае поле, якое ўтвараецца нерухомымі зарадамі, і магнітнае поле, што ўтвараецца пастаянным токам або пастаянным магнітам, не залежаць адно ад другога.

Але гэта незалежнасць адносная. Электрычнае поле без магнітнага або магнітнае без электрычнага могуць існаваць толькі адносна пэўнай сістэмы адліку. Сапраўды нерухомы зарад стварае толькі электрычнае поле, але нерухомым ён з'яўляецца выключна адносна пэўнай сістэмы адліку. У дачыненні да іншай сістэмы адліку ён можа рухацца і таму будзе ствараць не толькі электрычнае, але і магнітнае поле. Тое ж самае можна сказаць аб правадніку з токам або магніце. Нерухомы праваднік з пастаянным токам стварае пастаяннае магнітнае поле. Аднак адносна іншых інерцыйных сістэм гэты праваднік рухаецца. Таму магнітнае поле, якое ствараецца ім у любым пункце прасторы, будзе змяняцца, а гэта азначае, што будзе параджацца віхравое электрычнае поле.

Такім чынам, пастаянныя электрычнае і магнітнае палі — праяўленне адзінага цэлага — электрамагнітнага поля.

## 15.2. Раўнанні Максвела

Асноўная задача, што ўзнікае пры вывучэнні электрамагнітных з'яў, — гэта па дадзеным размеркаванні зарадаў і токаў знайсці створаныя імі электрычнае і магнітнае палі, якія змяняюцца ў часе і пры пераходзе ад аднаго пункта прасторы да другога. Аднак гэтыя змяненні адбываюцца не адвольна, а па пэўных законах, якія ў 1861—1865 гг. былі сфармуляваны Дж. Максвелам у выглядзе раўнанняў. Дж. Максвел, абапіраючыся на вядомыя ў той час эксперыментальныя законы, паняцце току зрушвання, ідэі Фарадэя аб ролі асяроддзя пры электрамагнітных узаемадзеяннях, распрацаваў завершаную тэорыю адзінага электрамагнітнага поля. Тэорыя Максвела з'яўляецца макраскапічнай фенаменалагічнай тэорыяй. У ёй разглядаюцца электрычныя і магнітныя палі, што ствараюцца макраскапічнымі зарадамі і токамі, а ўплыў асяроддзя ўлічваецца без раскрыцця ўнутранага механізму ўзаемадзеяння рэчыва і поля.

Раўнанні Максвела — гэта матэматычнае выражэнне тэорыі электрамагнітных з'яў у адвольным асяроддзі. Яны дазваляюць вызначыць асноўныя характарыстыкі поля (**E**, **B**, **D**, **H**) у кожным пункце асяроддзя ў любы момант часу, калі вядомыя крыніцы поля (зарады і токі). У вучэнні аб электрамагнетызме яны адыгрываюць тую ж ролю, што і законы Ньютана ў механіцы.

Першае раўнанне Максвела з'яўляецца вынікам абагульнення закону поўнага току на ток зрушвання:

$$\oint_l \mathbf{H}d\mathbf{l} = \int_S (\mathbf{j}_{\text{пр}} + \mathbf{j}_{\text{зр}})d\mathbf{S}\,,$$

а з улікам (15.10)

$$\oint_l \mathbf{H}d\mathbf{l} = \int_S (\mathbf{j}_{\text{пр}} + \partial\mathbf{D}/\partial t)_n d\mathbf{S}$$

або

$$\oint_l H_l dl = \int_S (j_{\text{пр}} + \partial D/\partial t)_n dS\,. \qquad (15.11)$$

Цыркуляцыя напружанасці магнітнага поля па адвольным контуры роўная поўнаму току (праводнасці і зрушвання), які пранізвае любую паверхню, што абапіраецца на гэты контур.

Другое раўнанне Максвела — гэта закон электрамагнітнай індукцыі Фарадэя:

$$\oint_l E_l dl = -\partial/\partial t \int_S \mathbf{B}d\mathbf{S}$$

або

$$\oint_l E_l dl = -\int_S (\partial B/\partial t)_n dS\,. \qquad (15.12)$$

Трэцяе раўнанне Максвела з'яўляецца вынікам абагульнення тэарэмы Гаўса на зменнае электрычнае поле.

Паток вектара электрычнай індукцыі праз адвольную замкнёную паверхню $S$, што ахоплівае свабодныя зарады $Q_i$, роўны алгебраічнай суме гэтых зарадаў:

$$\oint_S \mathbf{D}d\mathbf{S} = \sum Q_i = \int_V \rho dV$$

або

$$\int_S D_n dS = \int_V \rho dV\,, \qquad (15.13)$$

дзе $\rho$ — аб'ёмная шчыльнасць свабодных зарадаў; $dV$ — элемент аб'ёму ўнутры паверхні.

Чацвёртае раўнанне Максвела — гэта абагульненне тэарэмы Гаўса на зменнае магнітнае поле.

Паколькі ў прыродзе не існуе «магнітных зарадаў», паток вектара магнітнай індукцыі праз любую замкнёную паверхню роўны нулю:

$$\oint_S B_n dS = 0 . \qquad (15.14)$$

Раўнанні (15.11) — (15.14) утвараюць сістэму раўнанняў Максвела ў інтэгральнай форме:

$$\oint_l H_l \, dl = \int_S (j + \partial D/\partial t)_n dS ; \qquad (15.15)$$

$$\oint_l E_l dl = - \int_S (\partial B/\partial t)_n dS ; \qquad (15.16)$$

$$\oint_S D_n dS = \int_V \rho \, dV ; \qquad (15.17)$$

$$\int_S B_n dS = 0 . \qquad (15.18)$$

Яны паказваюць, што крыніцамі электрычнага поля могуць быць электрычныя зарады і магнітныя палі, якія змяняюцца ў часе. Магнітныя палі ствараюцца рухомымі электрычнымі зарадамі (электрычнымі токамі) або зменнымі ў часе электрычнымі палямі. Раўнанні Максвела несіметрычныя адносна электрычнага і магнітнага палёў, бо ў прыродзе існуюць толькі электрычныя зарады і няма магнітных зарадаў.

Калі лічыць, што вектары электрамагнітнага поля (**E**, **B**, **D**, **H**) з'яўляюцца непарыўнымі функцыямі каардынат, то ад сістэмы інтэгральных раўнанняў можна перайсці да сістэмы дыферэнцыйных раўнанняў Максвела.

Скарыстаем вядомыя з матэматычнага аналізу тэарэмы Стокса і Астраградскага—Гаўса. Згодна з тэарэмай Стокса, цыркуляцыя якога-небудзь вектара **A** па некаторым замкнёным контуры роўная інтэгралу па паверхні, што абапіраецца на гэты контур, ад нармальнай складовай вектара, які называецца ротарам вектара **A** (rot **A**) :

$$\oint_l A_l dl = \int_S (\mathrm{rot}\, \mathbf{A})_n dS . \qquad (15.19)$$

Праекцыі вектара rot **A** у дэкартавай сістэме каардынат вызначаюцца формуламі:

$$(\mathrm{rot}\ \mathbf{A})_x = \partial A_z/\partial y - \partial A_y/\partial z\ ; \quad (15.20)$$

$$(\mathrm{rot}\ \mathbf{A})_y = \partial A_x/\partial z - \partial A_z/\partial x\ ; \quad (15.21)$$

$$(\mathrm{rot}\ \mathbf{A})_z = \partial A_y/\partial x - \partial A_x/\partial y\ . \quad (15.22)$$

Тэарэма Астраградскага—Гаўса сцвярджае, што інтэграл ад нармальнай складовай якога-небудзь вектара A, што ўзяты па замкнёнай паверхні $S$, роўны інтэгралу па аб'ёму $V$, які ахоплены гэтай паверхняй, ад скаляра, што называецца дывергенцыяй вектара A (div A) :

$$\oint_S A_n dS = \int_V \mathrm{div}\mathbf{A}\, dV\ , \quad (15.23)$$

дзе

$$\mathrm{div}\ \mathbf{A} = \partial A_x\ /\partial x + \partial A_y/\partial y + \partial A_z/\partial z\ . \quad (15.24)$$

Згодна з тэарэмай Стокса (15.19), замест выразу (15.11) можна запісаць

$$\int_S (\mathrm{rot}\ \mathbf{H})_n dS = \int_S (j + \partial \mathbf{D}/\partial t)_n dS\ . \quad (15.25)$$

Інтэгралы левай і правай частак роўнасці (15.25) бяруцца па адной і той жа паверхні, таму можна запісаць:

$$\int_S (\mathrm{rot}\mathbf{H} - \mathbf{j} - \partial \mathbf{D}/\partial t)_n dS = 0\ . \quad (15.26)$$

Раўнанне (15.26) павінна выконвацца для любой паверхні $S$, таму

$$\mathrm{rot}\ \mathbf{H} - \mathbf{j} - \partial \mathbf{D}/\partial t = 0$$

або

$$\mathrm{rot}\ \mathbf{H} = \mathbf{j} + \partial \mathbf{D}/\partial t. \quad (15.27)$$

Такім жа чынам замест формулы (15.12) можна запісаць

$$\mathrm{rot}\ \mathbf{E} = -\partial \mathbf{B}/\partial t. \quad (15.28)$$

Калі прыменім тэарэму Астраградскага—Гаўса (15.23) да правай часткі роўнасці (15.13), то атрымаем

$$\int_V \mathrm{div}\mathbf{D}dV = \int_V \rho dV. \tag{15.29}$$

Пры адвольным выбары аб'ёму інтэгравання роўнасць (15.29) будзе выконвацца пры ўмове, што

$$\mathrm{div}\ \mathbf{D} = \rho \tag{15.30}$$

у кожным пункце прасторы.

Такім жа чынам замест (15.28) атрымаем

$$\mathrm{div}\ \mathbf{B} = 0. \tag{15.31}$$

Раўнанні (15.27), (15.28), (15.30), (15.31) утвараюць сістэму раўнанняў Максвела ў дыферэнцыйнай форме:

$$\mathrm{rot}\ \mathbf{H} = \mathbf{j} + \partial\mathbf{D}/\partial t; \tag{15.32}$$

$$\mathrm{rot}\ \mathbf{E} = -\ \partial\mathbf{B}/\partial t; \tag{15.33}$$

$$\mathrm{div}\ \mathbf{D} = \rho; \tag{15.34}$$

$$\mathrm{div}\ \mathbf{B} = 0. \tag{15.35}$$

Раўнанні Максвела (15.15) — (15.18) і (15.32) — (15.35) не ўтвараюць поўную замкнёную сістэму. Калі іх запісаць у праекцыях на каардынатныя восі, то атрымаецца восем раўнанняў, што звязваюць 16 велічынь: шчыльнасць зараду і пятнадцаць праекцый вектараў **E**, **D**, **B**, **H** і **j**. Таму іх неабходна дапоўніць судачыненнямі, што звязваюць вектары **E**, **D**, **B**, **H** і **j**, якія не з'яўляюцца незалежнымі. Сувязь паміж гэтымі вектарамі вызначаецца ўласцівасцямі асяроддзя і яго станам, пры гэтым **D** і **j** запісваюцца праз **E**, а **B** — праз **H**:

$$\mathbf{D} = f(\mathbf{E});\ \mathbf{B} = f(\mathbf{H});\ \mathbf{j} = f(\mathbf{E}).$$

Гэтыя тры (а ў праекцыях дзевяць) раўнанні называюцца матэрыяльнымі раўнаннямі. Для аднароднага ізатропнага асяроддзя яны прымаюць наступны выгляд:

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0\ \varepsilon\mathbf{E};\ \mathbf{B} = \mu_0\ \mu\mathbf{H};\ \mathbf{j} = \sigma\mathbf{E}. \tag{15.36}$$

Раўнанні Максвела і матэрыяльныя раўнанні ўтвараюць поўную сістэму раўнанняў электрамагнітнага поля.

# 16. ЭЛЕКТРАМАГНІТНЫЯ ХВАЛІ

## 16.1. Плоскія электрамагнітныя хвалі ў вакууме

Тэорыя Максвела дазволіла не толькі растлумачыць усе вядомыя ў той час электрамагнітныя з'явы, але і прадказаць новыя, напрыклад існаванне электрамагнітных хваль, што распаўсюджваюцца ў прасторы з канечнай хуткасцю, роўнай хуткасці распаўсюджвання святла.

Тэарэтычнае даследаванне ўласцівасцей гэтых хваль прывяло Максвела да стварэння электрамагнітнай тэорыі святла.

Існаванне электрамагнітных хваль вынікае непасрэдна з раўнанняў Максвела. Калі над імі зрабіць адпаведныя матэматычныя пераўтварэнні, то можна паказаць, што вектары **E** і **H** задавальняюць хвалеваму раўнанню, а яго рашэнне ўяўляе сабой раўнанне электрамагнітнай хвалі. Аднак зрабіць гэта ў агульным выпадку досыць складана, таму разгледзім найбольш просты выпадак, калі плоская электрамагнітная хваля распаўсюджваецца ў бясконцым аднародным ізатропным дыэлектрыку. Будзем лічыць, што дыэлектрык не зараджаны ($\rho = 0$) і неэлектраправодны ($j = 0$). Тады раўнанні Максвела (15.27), (15.28), (15.30), (15.31) можна запісаць у выглядзе:

$$\text{rot}\,\mathbf{H} = \partial\mathbf{D}/\partial t; \quad (16.1)$$

$$\text{rot}\,\mathbf{E} = -\partial\mathbf{B}/\partial t; \quad (16.2)$$

$$\text{div}\,\mathbf{D} = 0; \quad (16.3)$$

$$\text{div}\,\mathbf{B} = 0. \quad (16.4)$$

Раўнанні (16.1)—(16.4) з улікам, што $\mathbf{D} = \varepsilon_0\varepsilon\mathbf{E}$ і $\mathbf{B} = \mu_0\mu\mathbf{H}$, можна запісаць:

$$\text{rot}\,\mathbf{H} = \varepsilon_0\,\varepsilon\,\partial\mathbf{E}/\partial t; \quad (16.5)$$

$$\text{rot}\,\mathbf{E} = \mu_0\,\mu\,\partial\mathbf{H}/\partial t\,; \quad (16.6)$$

$$\text{div}\,\mathbf{E} = 0; \quad (16.7)$$

$$\text{div}\,\mathbf{H} = 0. \quad (16.8)$$

Раўнанні (16.5)—(16.8) паказваюць, што электрычнае і магнітнае палі не звязаны ні з зарадамі, ні з токамі праводнасці, а існуюць незалежна ад іх.

З раўнанняў (16.1) і (16.2) вынікае, што зменныя ў часе электрычныя і магнітныя палі параджаюць адно аднаго. Таму, калі з дапамогай пераменнага току ці зараду, які здзяйсняе ваганні, узбудзіць

пераменнае магнітнае або пераменнае электрычнае поле, то ў прасторы вакол току і зараду ўзнікне паслядоўнасць узаемных ператварэнняў электрычнага і магнітнага палёў. Яны не застаюцца лакалізаванымі, а ахопліваюць усё большыя і большыя вобласці навакольнай прасторы. Утвараецца электрамагнітная хваля, якая бяжыць ва ўсіх напрамках.

Вектары **E** і **H** залежаць ад часу і трох каардынат ($x$, $y$, $z$). Каб знайсці гэту залежнасць, неабходна раўнанні (16.5) — (16.8) запісаць у праекцыях на каардынатныя восі.

З улікам формул (15.20) — (15.22) і (15.24) атрымаем:

$$\partial H_z/\partial y - \partial H_y/\partial z = \varepsilon_0\varepsilon\, \partial E_x/\partial t\,; \qquad (16.9)$$

$$\partial H_x/\partial z - \partial H_z/\partial x = \varepsilon_0\varepsilon\, \partial E_y/\partial t\,; \qquad (16.10)$$

$$\partial H_y/\partial x - \partial H_x/\partial y = \varepsilon_0\varepsilon\, \partial E_z/\partial t\,; \qquad (16.11)$$

$$\partial E_z/\partial y - \partial E_y/\partial z = -\mu_0\mu\, \partial H_x/\partial t\,; \qquad (16.12)$$

$$\partial E_x/\partial z - \partial E_z/\partial x = -\mu_0\mu\, \partial H_y/\partial t\,; \qquad (16.13)$$

$$\partial E_y/\partial x - \partial E_x/\partial y = -\mu_0\mu\, \partial H_z/\partial t\,; \qquad (16.14)$$

$$\partial E_x/\partial x + \partial E_y/\partial y + \partial E_z/\partial z = 0\,; \qquad (16.15)$$

$$\partial H_x/\partial x + \partial H_y/\partial y + \partial H_z/\partial z = 0\,. \qquad (16.16)$$

Пакажам, што прыватнае рашэнне ў выглядзе плоскіх электрамагнітных хваль задавальняе сістэме (16.9) — (16.16) раўнанняў Максвела. Па азначэнні плоскай хвалі ў кожным пункце плоскай паверхні, што перпендыкулярная напрамку распаўсюджвання хвалі (фронта хвалі) у кожны дадзены момант часу напружанасць E (а таксама H) мае адно і тое ж значэнне. Гэта азначае, што велічыні, якія характарызуюць плоскую хвалю, з'яўляюцца функцыямі часу і толькі адной каардынаты, напрыклад $X$, калі вось $X$ супадае з напрамкам распаўсюджвання хвалі. Характэрнай асаблівасцю плоскай хвалі з'яўляецца нязменнасць яе амплітуды.

Будзем лічыць, што плоская хваля распаўсюджваецца ў напрамку восі $X$. Тады вектары **E** і **H** і іх складовая залежаць толькі ад каардынаты $X$ і не залежаць ад каардынат $Y$ і $Z$. Таму вытворныя $\partial/\partial Y$ і $\partial/\partial Z$ ад праекцый вектараў **E** і **H** роўныя нулю.

З улікам гэтага замест раўнанняў (16.9)—(16.16) будзем мець:

$$\partial E_x/\partial t = 0; \tag{16.17}$$

$$\partial H_z/\partial x = -\varepsilon_0\varepsilon\, \partial E_y/\partial t; \tag{16.18}$$

$$\partial H_y/\partial x = \varepsilon_0\varepsilon\, \partial E_z/\partial t; \tag{16.19}$$

$$\partial H_x/\partial t = 0; \tag{16.20}$$

$$\partial E_z/\partial x = \mu_0\mu\, \partial H_y/\partial t; \tag{16.21}$$

$$\partial E_y/\partial x = -\mu_0\mu\, \partial H_z/\partial t; \tag{16.22}$$

$$\partial E_x/\partial x = 0; \tag{16.23}$$

$$\partial H_x/\partial x = 0. \tag{16.24}$$

З раўнанняў (16.17), (16.20), (16.23) і (16.24) відаць, што $E_x$ і $H_x$ не залежаць ад часу і каардынаты $X$, г. зн. яны пастаянныя велічыні. Але мы разглядаем зменнае электрамагнітнае поле, таму будзем лічыць, што $E_x = H_x = 0$ (пастаянныя электрычнае і магнітнае палі адсутнічаюць).

Паколькі зменнае электрамагнітнае поле не мае складовых уздоўж восі $X$, вектары $E_y$ і $H_z$ перпендыкулярныя напрамку распаўсюджвання хвалі, а гэта азначае, што электрамагнітныя хвалі з'яўляюцца папярочнымі.

Раўнанні (16.18), (16.19) і (16.21), (16.22) запішам дзвюма незалежнымі групамі, адна з якіх утрымлівае праекцыі $E_y$ і $H_z$, а другая $E_z$ і $H_y$:

$$\varepsilon_0\varepsilon\, \partial E_y/\partial t = -\partial H_z/\partial x; \;\; \partial E_y/\partial x = -\mu_0\mu\, \partial H_z/\partial t, \tag{16.25}$$

$$\partial H_y/\partial x = \varepsilon_0\varepsilon\, \partial E_z/\partial t; \;\; \partial E_z/\partial x = \mu_0\mu\, \partial H_y/\partial t. \tag{16.26}$$

Калі спачатку, напрыклад, узнікае зменнае электрычнае поле, вектар напружанасці **E** якога накіраваны ўздоўж восі $Y$ ($E = E_y$), то, згодна з (16.25), гэта поле стварае магнітнае поле, напружанасць $H$ якога накіравана ўздоўж восі $Z$ ($H = H_z$), а поле $H_z$ — поле $E_y$ і г. д. Складовыя напружанасцей $E_z$ і $H_y$ узаемна пер-

пендыкулярныя. Тое ж самае вынікае і з раўнанняў (16.26), таму разгледзім плоскую электрамагнітную хвалю, што апісваецца раўнаннямі (16.25). Калі першае з іх прадыферэнцуем па часе, ■ другое па каардынаце $X$, то атрымаем:

$$\varepsilon_0\varepsilon\, \partial^2 E_y/\partial t^2 = \partial^2 H_z/\partial x\partial t;\ \ \partial^2 E_y/\partial x^2 = \mu_0\mu\partial^2 H_z/\partial t\partial y\,. \qquad (16.27)$$

Адсюль

$$\partial^2 E_y/\partial x^2 = \mu_0\mu\varepsilon_0\varepsilon\partial^2 E_y/\partial t^2\,. \qquad (16.28)$$

Прадыферэнцуем першае раўнанне сістэмы (16.25) па каардынаце $X$, а другое па часе $t$:

$$\partial^2 H_z/\partial x^2 = \varepsilon_0\varepsilon\mu_0\mu\partial^2 H_z/\partial t^2\,. \qquad (16.29)$$

Раўнанні (16.28) і (16.29) з'яўляюцца хвалевымі раўнаннямі, пры ўмове, што

$$\varepsilon_0\ \varepsilon\mu_0\ \mu = 1/v^2\ , \qquad (16.30)$$

дзе $v$ — фазавая хуткасць распаўсюджвання хваль.

Такім чынам, напружанасць электрычнага і магнітнага палёў задавальняюць аднаму і таму ж хвалеваму раўнанню з адной і той жа хуткасцю распаўсюджвання:

$$v = 1/\sqrt{\varepsilon_0\varepsilon\mu_0\mu} = c/\sqrt{\varepsilon\mu}\ , \qquad (16.31)$$

дзе $c = 1/\sqrt{\varepsilon_0\mu_0} = 1/\sqrt{8{,}85\cdot 10^{-12}\cdot 12{,}56\cdot 10^{-7}} = 3\cdot 10^8$ (м/с) — хуткасць распаўсюджвання электрамагнітных хваль у вакууме, роўная хуткасці распаўсюджвання святла.

Рашэннем хвалевага раўнання з'яўляецца адвольная функцыя, што мае першую і другую вытворныя.

Разгледзім найбольш просты выпадак, калі напружанасці электрычнага і магнітнага палёў змяняюцца па гарманічным законе:

$$E = E_m \sin[\omega(t - x/v) + \alpha_1]\,; \qquad (16.32)$$

$$H = H_m \sin[\omega(t - x/v) + \alpha_2]\,, \qquad (16.33)$$

дзе $\omega$ — частата хвалі; $v$ — яе хуткасць; $\alpha_1$ і $\alpha_2$ — пачатковыя фазы ваганняў у пунктах з каардынатай $x = 0$.

Пакажам, што ваганні электрычнага і магнітнага вектараў адбываюцца з аднолькавай фазай ($\alpha_1 = \alpha_2$). Прадыферэнцуем выразы (16.32) і (16.33) па часе і каардынаце $x$ і падставім адпаведныя вытворныя ў (16.23):

$$1/vE_m \sin[\omega(t - x/v) + \alpha_1] =$$
$$= \mu_0 \mu \sin[\omega(t - x/v) + \alpha_2]; \qquad (16.34)$$

$$1/vH_m \sin[\omega(t - x/v) + \alpha_2] =$$
$$= \varepsilon_0 \varepsilon \sin[\omega(t - x/v) + \alpha_2]. \qquad (16.35)$$

Раўнанні (16.34) і (16.35) могуць быць сумеснымі толькі пры ўмовах:

$$\alpha_1 = \alpha_2;$$
$$1/vE_m = \mu_0 \mu H_m; \qquad (16.36)$$
$$1/vH_m = \varepsilon_0 \varepsilon E_m. \qquad (16.37)$$

Калі падзелім (16.36) на (16.37), то атрымаем

$$\varepsilon_0 \varepsilon E_m^2 = \mu_0 \mu H_m^2,$$

адкуль

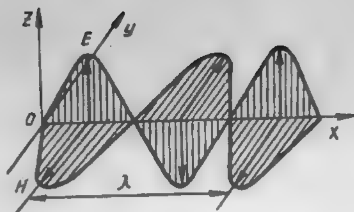
$$\sqrt{\varepsilon_0 \varepsilon}\, E_m = \sqrt{\mu_0 \mu}\, H_m. \qquad (16.38)$$

Такім чынам, у бягучай электрамагнітнай хвалі ваганні электрычнага і магнітнага вектараў адбываюцца ў аднолькавай фазе. Гэта азначае, што ў кожным пункце прасторы ўзаемна перпендыкулярныя вектары **E** і **H** адначасова дасягаюць максімума і адначасова праходзяць праз нулявое значэнне.

Амплітуды ваганняў вектараў **E** і **H** задавальняюць выразу (16.38). Для хвалі, што распаўсюджваецца ў вакууме, стасунак

$$E_m/H_m = \sqrt{\mu_0/\varepsilon_0} =$$
$$= \sqrt{4\pi \cdot 10^{-7}/(4\pi \cdot 9 \cdot 10^9)} = 377 \text{ (Ом)}.$$

Яго называюць хвалевым супраціўленнем.



Рыс. 16.1.

На рыс. 16.1 паказаны «імгненны здымак» бягучай хвалі, што распаўсюджваецца ўздоўж восі $X$. У кожным пункце вектары E і H мяняюцца ў часе перыядычна, у розных пунктах прасторы ваганні гэтых вектараў адрозніваюцца фазамі. Адлегласць паміж двума бліжэйшымі пунктамі, у якіх ваганні адбываюцца ў аднолькавых фазах, называюць даўжынёй хвалі $\lambda$ (рыс. 16.1).

## 16.2. Выпраменьванне электрамагнітных хваль. Доследы Герца

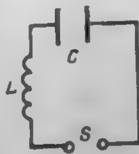
Максвел прадказаў існаванне электрамагнітных хваль, але эксперыментальна яны былі адкрыты ў 1887 г. нямецкім фізікам Г. Герцам (1857—1894) толькі праз 8 гадоў пасля смерці Максвела.

Г. Герц вывучаў ваганні ў электрычным вагальным контуры, якія ўзбуджаў з дапамогай індуктара. У вагальны контур з малымі індуктыўнасцю і ёмістасцю, а таму з вялікай уласнай частатой ваганняў, ён увёў іскравы прамежак (рыс. 16.2) і сілкаваў яго напружаннем ад другаснай абмоткі індуктара. Напружанне на абкладках кандэнсатара ўзрастала да таго часу, пакуль у іскравым прамежку контуру не ўзнікала іскра. Іскра замыкала контур і ў ім узнікалі затухальныя электрамагнітныя ваганні высокай частаты.

Адкак такі контур вельмі слаба выпраменьвае, бо ў ім амаль усё магнітнае поле засяроджана ўнутры катушкі, а электрычнае — унутры кандэнсатара. Калі паступова расхінаць пласціны кандэнсатара, паменшаючы іх плошчу, і змяншаць лік віткоў катушкі да аднаго (рыс. 16.3), то атрымаецца адкрыты вагальны контур, што складаецца з двух праваднікоў, раздзеленых іскравым прамежкам.

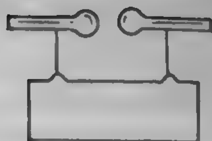
Ёмістасць і індуктыўнасць такога контуру вельмі малыя, таму частата яго ваганняў вельмі вялікая. Такі адкрыты вагальны контур называецца вібратарам Герца.

Ліквідацыя абкладак кандэнсатара прыводзіць да значнага памяншэння ёмістасці, таму стрыжні, што ўтвараюць адкрыты вагальны контур, забяспечваюць сферычнымі патаўшчэннямі. Менавіта такім вібратарам (рыс. 16.4) карыстаўся Герц у сваіх доследах і атрымаў электрамагнітныя хвалі з частатой $\approx 10^8$ Гц, якія назіраў на адлегласці да 10 і больш метраў.



Рыс. 16.2.

Рыс. 16.3.



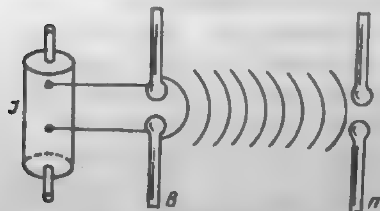
Рыс. 16.4.

Вагальны працэс, што адбываецца ў вібратары Герца, мае наступны характар. Стрыжні вібратара $B$ (рыс. 16.5), што далучаны да генератара пераменнага напружання (індуктара) $I$, зараджаюцца, і калі рознасць патэнцыялаў паміж імі дасягае адпаведнай велічыні, у іскравым прамежку праскаквае іскра і ў вібратары ўзнікаюць электрамагнітныя ваганні.

Пасля шматразовай перазарадкі стрыжняў вібратара ваганні затухаюць, таму што энергія, якую атрымлівае вібратар пры яго зарадцы ад індуктара, траціцца на выпраменьванне электрамагнітных хваль і на ленц-джоўлевую цеплыню. Пасля гэтага індуктар зноў зараджае стрыжні вібратара, і працэс паўтараецца. Перш чым ваганні спыняцца, стрыжні шматразова перазараджаюцца і дасылаюць у навакольную прастору электрамагнітныя хвалі. У самім вібратары ў гэты час усталёўваецца стаячая хваля: у сярэдзіне вібратара ток максімальны, а на яго канцах роўны нулю (рыс. 16.6, *а*).

Такім чынам, у розных сячэннях вібратара ў адзін і той жа момант часу ток мае розныя значэнні. Такі ток нельга лічыць квазістацыянарным. Згодна з тэорыяй Максвела, поўны ток (сума токаў праводнасці і зрушвання) павінен заставацца нязменным у любым сячэнні вібратара. Таму ў тых месцах, дзе ток праводнасці роўны нулю, ток зрушвання максімальны, а гэта азначае, што напружанасць электрычнага поля роўная нулю ў сярэдзіне вібратара і мае максімальнае значэнне на яго канцах (рыс. 16.6, *б*). Такім чынам, на вібратары ўкладваецца палова даўжыні хвалі. Калі даўжыня вібратара $l$, то даўжыня электрамагнітнай хвалі

$$\lambda = 2l, \tag{16.40}$$





Рыс. 16.5.

а частата ваганняў

$$\nu = v/\lambda = v/(2l), \tag{16.41}$$

дзе $v$ — хуткасць хвалі.

Частата ваганняў, што вызначаецца па формуле (16.41), — гэта асноўная (найбольш нізкая) уласная частата.

Рыс. 16.6.

Рыс. 16.7.

Вібратар можа выпраменьваць хвалі, частоты якіх у 2, 3, 4 і г. д. разоў большыя за асноўную частату.

Найменшая даўжыня вібратара, якім карыстаўся Герц, была 26 см. У ім узбуджаліся ваганні, частата якіх адпавядала даўжыні хвалі $\lambda = 52$ см. П. М. Лебедзеў (1866—1912), карыстаючыся вібратарам з двух кавалачкаў плацінавага дроту даўжынёй 1,5 мм кожны, атрымаў у 1894 г. электрамагнітныя хвалі даўжынёй 6 мм. Найменшая даўжыня хвалі, што была атрымана з дапамогай вібратара Герца, роўная 85 мкм. Такія хвалі атрымала ў 1923 г. А. А. Глаголева-Аркадзьева (1884—1945) з дапамогай іскраў, што ўзнікалі паміж металічнымі апілкамі, узважанымі ў масле. Гэтыя хвалі былі значна карацейшымі, чым найбольш доўгія інфрачырвоныя хвалі.

Для выяўлення электрамагнітных хваль Герц карыстаўся такім жа паўхвалевым вібратарам, як і пры выпраменьванні хваль, толькі са значна меншай даўжынёй іскравога прамежку. Пры размяшчэнні такога вібратара паралельна выпраменьвальнаму вібратару (рыс. 16.5) у ім узбуджаліся змушаныя ваганні. Паколькі даўжыня вібратара выбіралася роўнай $\lambda/2$, уласная частата ваганняў прыёмнага вібратара супадала з частатой электрамагнітнай хвалі, і ўзнікаў рэзананс. Пры рэзанансе амплітуда ваганняў была дастаткова вялікай і ў іскравым прамежку прыёмнага вібратара ўзнікала невялікая іскра. Гэта іскра з'яўлялася індыкатарам наяўнасці электрычнага поля.

Акрамя прыёмнага вібратара Герц карыстаўся прыёмным контурам у выглядзе драцяной рамкі з іскравым прамежкам (рыс. 16.7). Такі контур называецца рэзанатарам.

Настройка прыёмнага контуру ў рэзананс выконвалася шляхам падбору яго памераў. Размяшчаючы рэзанатар у розных пунктах прасторы, якіх дасягалі электрамагнітныя хвалі, Герц вывучыў будову поля электрамагнітных хваль, якія выпраменьваліся вібратарам. Ён заўважыў, што ў непасрэднай блізкасці каля вібратара, электрамагнітнае поле мае складаны характар. Выклікана гэта тым, што, акрамя поля хвалі, якая выпраменьваецца вібратарам, тут ствараецца квазістацыянарнае поле зарадаў і токаў.

Аднак гэтыя квазістацыянарныя палі ўбываюць з павелічэннем адлегласці, як $1/r^2$, у той час, як хвалевае поле ўбывае, як $1/r$. Таму на адлегласці, якая ў некалькі разоў перавышае даўжыню

вібратара (у хвалевай зоне), застаецца толькі чыста хвалевае поле. Доследы паказалі, што ў хвалевай зоне электрамагнітныя хвалі, якія выпраменьваюцца вібратарам, маюць тыя ж уласцівасці, што і светавыя хвалі. Яны адлюстроўваюцца ад металічнага люстэрка, праламляюцца ў асфальтавай прызме, утвараюць стаячыя хвалі, даюць магчымасць назіраць дыфракцыю, інтэрферэнцыю, палярызацыю.

Такім чынам, доследы Герца пацвердзілі тэорыю Максвела і даказалі электрамагнітную прыроду святла.

## 16.3. Аб'ёмная шчыльнасць энергіі электрамагнітнага поля. Паток энергіі

Распаўсюджванне электрамагнітных хваль суправаджаецца пераносам (цячэннем) энергіі. Колькасць энергіі, што пераносіцца хваляй праз некаторую паверхню за адзінку часу, называюць патокам энергіі праз гэту паверхню.

Калі праз паверхню за час $\Delta t$ пераносіцца энергія $\Delta W$, то паток энергіі

$$\Phi_W = \Delta W/\Delta t. \qquad (16.42)$$

Паток энергіі $\Phi_W$ — скалярная велічыня, размернасць якой супадае з размернасцю магутнасці, і таму вымяраецца ў ватах (Вт).

Для характарыстыкі цячэння энергіі ў розных пунктах прасторы карыстаюцца вектарнай велічынёй, якая называецца шчыльнасцю патоку энергіі і абазначаецца **S**.

Шчыльнасць патоку энергіі лікава роўная патоку энергіі, што пераносіцца за адзінку часу праз адзінкавую паверхню, перпендыкулярную напрамку, у якім пераносіцца энергія.

Згодна з формулай (16.42), модуль вектара шчыльнасці патоку энергіі

$$\mathbf{S} = \Phi_W / S_\perp = \Delta W/(S_\perp \Delta t), \qquad (16.43)$$

дзе $S_\perp$ — плошча паверхні, праз якую пераносіцца энергія.

У адзінках СІ шчыльнасць патоку энергіі вымяраецца ў ватах на $м^2$ ($Вт/м^2$). Напрамак вектара **S** супадае з напрамкам вектара **v** хуткасці распаўсюджвання хвалі.

Вектар шчыльнасці патоку энергіі **S** упершыню ў 1874 г. быў уведзены рускім фізікам М. А. Умавым (1846—1915), які даказаў агульную тэарэму аб патоку энергіі ў любым асяроддзі. Вектар Умава

$$\mathbf{S} = \omega \mathbf{v}, \qquad (16.44)$$

дзе $\omega$ — шчыльнасць энергіі; **v** — вектар фазавай хуткасці хвалі.

Энергія электрамагнітнага поля хвалі складаецца з энергіі электрычнага поля і энергіі магнітнага поля. Таму шчыльнасць энергіі электрамагнітнага поля хвалі

$$\omega = \omega_E + \omega_H = \varepsilon_0 \varepsilon E^2 /2 + \mu_0 \mu H^2 /2. \qquad (16.45)$$

У вакууме або ў электранеправодным асяроддзі вектары **E** і **H** змяняюцца ў кожным пункце прасторы ў аднолькавай фазе. Таму судачыненне (16.38) паміж амплітудамі электрычнага і магнітнага палёў сапраўднае і для іх імгненных значэнняў:

$$\sqrt{\varepsilon_0 \varepsilon}\, E = \sqrt{\mu_0 \mu}\, H . \qquad (16.46)$$

Адсюль вынікае, што шчыльнасць энергіі электрычнага і магнітнага палёў у кожны момант часу аднолькавая: $\omega_E = \omega_H$.

Таму можна запісаць

$$\omega = 2\omega_E = \varepsilon_0 \varepsilon E^2$$

або

$$\omega = \sqrt{\varepsilon_0 \varepsilon}\, E \sqrt{\varepsilon_0 \varepsilon}\, E ,$$

а з улікам (16.46)

$$\omega = \sqrt{\varepsilon_0 \varepsilon}\, E \sqrt{\mu_0 \mu}\, H = \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0 \varepsilon \mu}\, EH . \qquad (16.47)$$

Улічваючы формулу (16.30), атрымаем

$$\sqrt{\varepsilon_0 \varepsilon \mu_0 \mu} = 1/v , \qquad (16.48)$$

а замест формулы (15.47) будзем мець

$$\omega = EH/v. \qquad (16.49)$$

Калі памножым (16.49) на хуткасць хвалі $v$, то атрымаем модуль шчыльнасці патоку энергіі:

$$S = \omega v = EH. \tag{16.50}$$

Вектары **E** і **H** узаемна перпендыкулярныя і ўтвараюць з вектарам хуткасці хвалі **v** (рыс. 16.8) правашрубавую сістэму. Таму вектар шчыльнасці патоку электрамагнітнай энергіі (16.44) можна запісаць як вектарны здабытак **E** і **H**:

Рыс. 16.8.

$$\mathbf{S} = \mathbf{E} \times \mathbf{H}. \tag{16.51}$$

Вектар **S** з'яўляецца не чым іншым, як вектарам Умава для электрамагнітнай хвалі. Упершыню ў 1883 г. ён быў уведзены англійскім фізікам Д. Пойцінгам (1852—1914) і таму называецца вектарам Умава—Пойцінга.

Сярэдняя шчыльнасць патоку энергіі называецца інтэнсіўнасцю хвалі $I$:

$$I = \langle S \rangle = \langle EH \rangle. \tag{16.52}$$

Знойдзем інтэнсіўнасць плоскай электрамагнітнай хвалі. Імгненныя значэнні напружанасцей электрычнага і магнітнага палёў плоскай электрамагнітнай хвалі, што распаўсюджваецца ўздоўж восі $X$:

$$E = E_m \sin \omega (t - x/v);$$

$$H = H_m \sin \omega (t - x/v).$$

Імгненнае значэнне модуля вектара Умава—Пойцінга

$$S = E_m H_m \sin^2 \omega (t - x/v). \tag{16.53}$$

Таму інтэнсіўнасць

$$I = \langle S \rangle = E_m H_m \langle \sin^2 \omega (t - x/v) \rangle.$$

Сярэдняе за перыяд значэнне функцыі

$$\langle \sin^2 \omega (t - x/v) \rangle = 1/2,$$

таму

$$I = E_m H_m /2. \qquad (16.54)$$

З улікам выразу (16.38) для вакуума ($\varepsilon = 1$, $\mu = 1$) будзем мець

$$I = 1/2\sqrt{\varepsilon_0/\mu_0}\, E_m^2 = 1/2\sqrt{\mu_0/\varepsilon_0}\, H_m^2 . \qquad (16.55)$$

Такім чынам, інтэнсіўнасць $I$ электрамагнітнай хвалі прапарцыйная квадрату амплітуды любой з дзвюх напружанасцей поля.

## ЛІТАРАТУРА

*Калашников С. Г.* Электричество. — М.: Наука, 1985.
*Савельев И. В.* Курс общей физики: В 3 т. — М.: Наука, 1989. — Т. 2.
*Сивухин Д. В.* Общий курс физики: В 5 т. — М.: Наука, 1977. — Т. 3.
*Матвеев А. Н.* Электричество и магнетизм. — М.: Высш. шк., 1983.

# ЗМЕСТ

## II. ПАСТАЯННЫ ТОК



## III. ЭЛЕКТРАМАГНЕТЫЗМ

Вучэбнае выданне

Мікуліч Аляксей Сцяфанавіч

КУРС АГУЛЬНАЙ ФІЗІКІ

Электрычнасць і магнетызм

Вучэбны дапаможнік

Рэдактар *Л. М. Базулька*
Мастацкі рэдактар *А. Г. Званароў*
Тэхнічны рэдактар *Н. А. Лебядзевіч*
Карэктар *В. В. Няверка*
Аператар *І. В. Скубій*

Падпісана да друку з арыгінала-макета 17.01.95. Фармат 60х90/16.
Папера газетная. Гарнітура Таймс. Друк афсетны. Умоўн. друк. арк. 18.
Умоўн. фарбаадбіт. 18. Ул.-выд. арк. 16,78. Тыраж 4000 экз. Зак. 5057.

Выдавецтва «Вышэйшая школа» Міністэрства культуры і друку Рэспублікі Беларусь. Ліцэнзія ЛВ № 5. 220048, Мінск, праспект Машэрава, 11.

Друкарня «Перамога». 222310, Маладзечна, вул. Таўлая, 11.